双样本总体的区间估计在工程质量分析中的应用研究

曹妍[1] 王芮文[1,2]

1.江苏省交通技师学院；2.江苏森淼工程质量检测有限公司

摘要：双样本区间估计是统计推断中的一项非常重要的检验方法，本文通过双样本的区间估计应用研究，得出了该方法在工程质量管理中的显著优势，对工程质量管理水平的提升起到了推动作用。

关键词：统计技术；区间估计；质量管理；假设检验

【DOI】10.12254/j.issn.2096-6539.2020.12.027

一、双样本均值的置信区间

（一）正态总体方差已知的均值差异

质量管理工作中经常遇到比较两组总体的质量情况，如为了了解两家施工单位的C30混凝土强度是否存在差异，其实质就是对两个总体均值之差作区间估计。

如两个施工单位混凝土强度集合分别为X和Y两个总体，则X～N（μ_1，σ_1^2），Y～N（μ_2，σ_2^2），我们在总体X中随机测量n组强度试件X_1，X_2,…X_n，其均值为$\overline{X}$，方差为S_X^2，标准差为S_X，从总体Y中随机测量m组强度试件Y_1，Y_2,…Y_m，其均值为$\overline{Y}$，方差为S_Y^2，标准差为S_Y。

如果两个混凝土强度的总体数据都服从正态分布，并假设两个施工单位的方差σ_1^2，σ_2^2都是已知的，则其均值差异μ_1-μ_2在1-α置信水平下的置信区间可表示为：$[(\overline{X}-\overline{Y})-Z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n}+\frac{\sigma_2^2}{n}}，(\overline{X}-\overline{Y})+Z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n}+\frac{\sigma_2^2}{n}}]$。

只要获取的样本数量超过25个，无论其总体的数据分布是否符合正态分布，公式都可以用。

若随机抽取的强度均值μ_1，μ_2是未知的，而标准差是已知的，这样的两个正态分布强度总体，假如第一个总体σ_1=1.668，样本量n=25，$\overline{X}$=36.6；第二个总体σ_2=2.135，样本量m=32，$\overline{Y}$=38.8，那么，如果要计算μ_1-μ_2的95%置信区间我们一般是使用minitab软件来进行计算。打开MINITAB软件，进入菜单，使用“统计--基本统计量--双样本t”。这时出现了“汇总数据”菜单栏，在其中分别输入我们事先检测得到的已知样本数据，进入“选项”子菜单，勾选置信水平为95%。各项数据填入确定后，得出均值之差的置信区间在-3.31至-1.29之间。

（二）正态总体方差未知但相等的均值差异

两个混凝土的强度数据总体，其数据经检验，服从正态分布的，并且$\sigma_1^2=\sigma_2^2$，但是，σ_1^2与σ_2^2的值目前都是未知的，两个混凝土强度总体的平均值之差设为μ_1-μ_2，这个差值在1-α置信水平下，其置信区间可以表述成为：$(\overline{X}-\overline{Y})\pm t_{1-\alpha/2}(n+m-2)S_p\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{1}{m}}$，式中，$S_p^2=\frac{(n-1)S_1^2+(m-1)S_2^2}{n+m-2}$。在这里，我们再通过一个例子予以说明。

某施工单位新进一台钢筋滚焊机代替传统的人工制作钻孔灌注桩钢筋笼，两种制作方法抽检了螺旋筋间距：滚焊机抽检数据（单位mm）：186、195、158、218、188、219、169、172、191、179，人工抽检数据：163、185、178、183、171、140、155、179、175。已知螺旋筋的间距服从正态分布，确定采用人工和滚焊机的均值之差的95%置信区间。

此时，要了解总体μ_1-μ_2的置信区间，在MINITAB中，我们选择“统计--基本统计量--双样本t”

软件菜单中，有“样本在不同列中”一栏，我们在其中依次输入数据（以数据列为准），点击“选项”子菜单，然后后，在其中输入置信水平为95%，将“假定等方差”予以勾选。软件输出的平均值的差值95%的置信区间在0.56与34.66之间。

（三）正态总体方差未知但不相等的均值差异

如果两个混凝土强度总体数据服从正态分布，并且$\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$，方差都是未知的，两总体均值之差μ_1-μ_2的1－α置信水平下的置信区间为：$(\overline{X}-\overline{Y})\pm t_{1-\alpha/2}(\nu)\sqrt{\frac{S_1^2}{n}+\frac{S_2^2}{m}}$，式中，自由度ν的计算公式为：$\nu=(\frac{S_1^2}{n}+\frac{S_2^2}{m})^2(\frac{S_1^2/n)^2}{n-1}+\frac{S_2^2/m)^2}{m-1})$。

仍然举例说明。现有A和B两名钢筋技术工人来弯制钻孔灌注桩的钢筋加强筋，加强筋的关键控制指标是加强筋的直径。由于两个技术工人所使用的弯制台座是不一样的，因而，它的直径精度可能会有一定的差异。经检验，其直径的数据来自两个方差不等的正态分布，先各测量13根加强筋直径，A工人：147、142、140、151、107、122、167、182、123、112、167、135、169；B工人：137、128、132、133、138、149、139、129、137、135、129、132、126。下面来确定A、B两人弯制的加强筋直径之差的95%置信区间。

打开Minitab，选择“统计--基本统计量--双样本t”，在“每个样本位于其自己的列中”栏中分别输入数据列，点击“选项”，输入置信水平95%，点击确定，输出的结果为：（-4.64，23.1）

二、双总体比率差的置信区间

如果我们假设两个总体的比率分别为p_1和p_2，为了估计p_1-p_2，分别从两个总体中各随机抽取样本量为n_1和n_2的两个随机样本，并计算两个样本的比率p_1，p_2，可以证明p_1-p_2的置信水平为1-α的置信区间为：

$$(\hat{p}_1-\hat{p}_2)\pm Z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1}+\frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}}$$

某施工单位的两个土方施工队，为了了解其路基96区5%的石灰土压实度合格率情况，进行了抽样检测。路基一队共用灌砂法检测169个点，其中合格点数为152个；路基二队共用灌砂法检测210个点，合格点数为187个。两个施工队合计检测点数为379个，合格点数为339个。计算两队压实度合格率的95%置信区间。也就是求两个总体p_1-p_2的置信区间，选择“统计--基本统计量--双比率”，在“汇总数据”内填写数据，点击确定，即可输出数据，其95%置信区间为（-0.05，0.07）之间。

三、结语

对于双总体均值的置信区间，必须要理解其含义，某两个总体比较时，不能因为其差值大就认为二者的差距大。不能只看样本均值，还要看置信区间。总体的均值差不一定是正数，两总体均值差可正可负。如果差值的置信区间的上限和下限都为非负的，那么我们可以断言总体均值差确实是为正值；如果置信区间的上限与下限都是负的，则可以断言总体均值一定是负的；如果置信区间的上限与下限一正一负，则目前还不能排除总体的均值差为0的可能。

参考文献

[1]王芮文,欧定福,曹妍.测量系统分析技术在构件保护层厚度检测中的应用[J].计测技术，2014（04）:22-26.

[2]王芮文,欧定福,曹妍.六西格玛质量改进方法在A职业院校的应用[J].江苏教育研究，2017（01）:53-59.

[3]董毅,王芮文,毛益佳.基于过程能力指标的水稳基层3D数字摊铺技术质量控制研究[J].施工技术，2020（2）:44-49.