

# 利用有限元分析斜梁桥的动力特性

金明

杭州市钱塘区综合行政执法局

**摘要：**随着斜梁桥大规模的建设，该桥型在设计 and 施工中暴露出一些问题，尤其是在动力方面。相较于正桥，在相同强度的冲击荷载下，斜桥更容易遭受破坏。基于有限元分析，我们构建了一个用于研究不同斜交角度下简支斜箱梁桥的迈达斯民用空间梁格模型。研究了斜交角度对结构振型分布和自振频率的影响，并将其与相同跨度的正桥进行了比较。通过研究，我们发现斜箱梁桥具有独特的应力分布、动力学特性和空间影响，这些发现为这种桥梁的设计提供了重要的参考。

**关键词：**有限元；斜梁桥；结构振型；自振频率

【DOI】10.12254/j.issn.2096-6539.2023.11.069

## 引言

随着我国公路交通事业快速发展，城市的扩张和发展需要越来越多的立交桥和高架桥。对于斜桥和曲线桥而言，由于它们主要承受较大的空间荷载，因此它们的安全性极其脆弱。为了确保桥梁的安全性，我们需要认真思考它们的结构形式，并且要注意它们的承载能力。

斜梁桥的结构特点是内力与扭矩的耦合，它的纵向弯矩比正梁桥小，而扭矩却更大。从而导致了斜桥的上顶板和支点处会产生较大的拉压应力，易于损坏。由于斜桥的空间形状复杂，无法像正交直线桥那样简单地通过单梁结构力学计算来求解，而需要进行空间结构求解，难度大大增加。因此，在理解结构空间受力特点的基础上，需要简化斜桥的分析。目前，斜桥的简化计算通常使用基于弹性力学分析得到的图表，或者利用简化后的斜梁格进行空间杆系结构力学求解。精确地分析斜梁桥的拉压应力分布范围及其变化趋势以及深入了解结构的动力特性，对于斜桥的设计和维护具有重要的意义。

## 一、研究现状

### （一）国内

斜拉桥这类桥梁结构的动力特性研究在中国是一个较为活跃的领域。许多学者和研究团队在材料、设计、施工、振动控制等方面取得了一定的成果。以下是一些相关研究的例子：

1. 钟兴民教授及其团队的研究方向包括桥梁工程、结构动力学、振动控制等。钟教授及其团队在斜拉桥动力特性研究方面取得了一定成果，包括基于有限元和实验的多尺度模型分析、动态特性参数的敏感性分析等。

孙利民教授及其团队的研究领域包括桥梁结构动力学、结构健康监测等。孙教授及其团队在斜拉桥动力特性研究方面进行了一系列研究，例如基于随机振动理论的动力特性分析、考虑地震作用下的动力响应分析等。

刘品文教授及其团队研究方向包括桥梁结构、结构

健康监测、振动控制等。刘教授及其团队在斜拉桥动力特性研究方面取得了一些成果，如基于实验和数值模拟的动力特性研究、考虑风作用下的动力响应分析等。

刘华进行了一项固有模态分析，发现桥梁斜交角度对于桥梁所受到的冲击系数影响巨大。夏樟华则以某三跨简支T梁桥为背景，模拟试验来验证不同斜交角度对于桥梁振动特性所带来的影响。夏桂云则阐明了斜梁桥的理论解析，并总结了单跨斜梁桥的振动频率变化的特征。

### （二）国外

斜交桥的动力特性研究是桥梁工程领域的一个重要课题，许多国家的研究人员都致力于这方面的研究。以下是一些国际上著名的研究方法和成果：

日本在斜交桥动力特性研究方面具有较强的实力。日本的冈田诚教授提出了一种基于有限元分析的动力特性分析方法，能够考虑斜交桥的复杂结构特性和材料非线性。他的团队还开发了一种新型的斜拉桥结构系统，通过改变斜拉索的布局方式来提高桥梁的动力性能。

美国的研究者在斜交桥动力特性研究方面也有很多突出的成果。比如，加州大学伯克利分校的教授Filippo Ubertini提出了一种基于非线性动力学的斜交桥振动分析方法，能够较好地预测斜交桥在地震作用下的动力响应。

欧洲各国在斜交桥动力特性研究方面也取得了很多进展。瑞士苏黎世联邦理工学院的教授Ian F.C. Smith提出了一种基于模型检测的斜交桥动力特性评估方法，可以在不依赖详细的结构信息的情况下准确地评估斜交桥的动力性能。此外，意大利的研究者Carlo Callari和Antonio Tralli提出了一种考虑土-结构相互作用的斜交桥动力特性分析方法，为斜交桥的抗震设计提供了理论依据。

尽管上述研究方法和成果在斜交桥动力特性研究方面有很大的贡献，但仍然有许多挑战需要克服。未来的研究将继续关注斜交桥在地震、风和交通荷载等多种荷载作用下的动力性能，为斜交桥的设计、施工和维护提供更有力的支持。但是，目前已有的文献仍然缺乏对斜交梁桥动力特性进行深入研究的内容。

## 二、计算理论

### （一）静力分析

通过有限元法，我们可以准确地研究斜梁桥的动力特性。为此，我们需要把桥梁的各个部位都离散开，然后通过确定它们的位置坐标、形状、尺寸、材料参数特征以及受到的外力，求解结构内部应力。在进行单元特性分析时，通过计算单元节点力和位移间的关系式来获得所需结果。进行单元特性分析时，单元节点力和位移间的关系式为：

$$\begin{aligned} \{F\}^e &= \int_V [B]^T \{\sigma\} dV \\ &= \int_V [B]^T [D][B]\{\delta\}^e dV \\ &= [K]\{\delta\}^e \end{aligned}$$

式中：

[K]为刚度矩阵；

[B]为单元内任一点应变与单元结点位移之间关系的转换矩阵，简称应变矩阵；

[D]为弹性矩阵；

{F}<sup>e</sup>为单元结点力列阵；

{σ}为应力列阵；

{δ}<sup>e</sup>为单元结点位移列阵。

令  $[K] = \int_V [B]^T [D][B] dV$ ，则： $[K]\{\delta\} = \{F\}$

### (二) 动力分析

通过有限单元法的应用，我们可以将三维自由振动方程用矩阵的形式表达出来：

$$[M]\{Y\} + [K]\{Y\} = 0$$

式中：

{Y}为位移向量；

[M]为全桥的整体质量矩阵；

[K]为全桥的整体刚度矩阵；

取{Y}为简谐振动形式，且系数行列式为0，则有：

$$[K] - \omega^2 [M] = 0$$

由此可得结构振动的特征值  $\omega_j$  (j=1, 2, …, n) 及与  $\omega_j$  相对应的特征向量  $A_j$  (j=1, 2, …, n)，即第 j 阶振型。

对于大型结构的自由度可能非常多，求解其全部特征值是一项十分困难的任务。通常情况下，只需要求解前几个自由振动频率即可。为此，可以采用子空间迭代法来解决这个问题。实践证明，子空间迭代法是处理复杂的大规模特征值问题的首要手段，它能够有效地防止传统迭代算法的缓慢结果。因此，当需要计算固定频率的振荡模式时，子空间迭代法被广泛应用。

## 三、建立有限元模型

### (一) 简要概述

本文研究的是一座45米预应力钢筋混凝土斜交箱梁桥，同时设置了45米正交桥作为对照组。斜交组中，共有四座简支箱梁桥，其斜交角度分别为15°、30°、45°和60°。本研究使用Midas Civil建立了这些桥梁的模型，并根据图1中给出的主梁几何尺寸进行了建模。

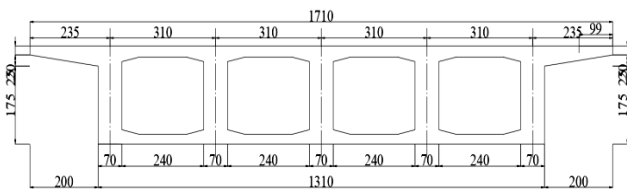


图1 跨中截面尺寸图

### (二) 有限元模型的建立

#### 1. 斜桥梁格模型

通过梁格法，我们在构建的有限元模型中，不仅考虑了真实的横隔板，也考虑了虚拟横梁。在斜度低于20度的情况下，这些虚拟横梁与真实的横隔板（或支承线）保持垂直，如图2所示；而在斜度高于20度的情况下，梁格中的纵横向构件采取正交设置。

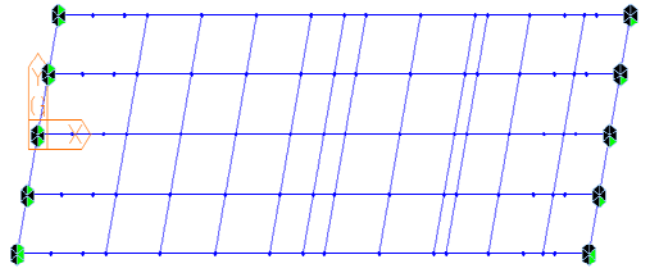


图2 斜交梁格 (15°)

本研究采用梁格法对不同斜交角度的斜桥进行有限元建模，其中斜交角度从0°到60°，每隔15°一组。模型共包含10根纵梁，每根纵梁代表一片T梁，纵梁之间采用刚性连接或铰节点进行连接。

#### 2. 确定设计参数

本文中采用的材料参数为：混凝土强度为C50，弹性模量为  $3.45 \times 10^4$  MPa，质量密度为  $2600 \text{ kg/m}^3$ ；预应力筋采用公称直径为15.2mm、抗拉强度标准值为1860 MPa、弹性模量为  $1.95 \times 10^4$  MPa的钢筋，并设计张拉控制力为0.75fpk。

研究斜梁桥结构的应力分布规律对于设计工作至关重要，因此，我们建立了一个基于有限元计算的模型，它能够有效地反映桥梁的动态和静态特性，同时不考虑预应力的影响。同时，在支座处限制纵向和竖向位移。本文中，斜交角度为0°时，节点数为95、单元数为132；斜交角度为30°时，为保证103、单元数为148；斜交角度为60°时，节点数为121、单元数为180。

## 四、结果分析

### (一) 静力分析

表1给出了不同斜交角度下斜梁桥两侧5个重要支座的支座反力，这些数据是在结构自重状态下得出的。这些支座包括了锐角位置的支座1和支座10，以及钝角位置的支座5和支座6。

根据表格数据可以观察到，当斜交角度逐渐增大时，钝角位置附近的上部横梁以及支座点出现了较大的拉压应力。此外，位于钝角位置的支座反力也随之呈倍增趋势，并且在斜交角为60度时达到最大值。具体来说，支座6的反力达到了8308.0KN，相较于正桥，其数值为正桥反力的4.14倍。

从中可以推断出，随着斜交角度的增加，荷载会更倾向于在钝角连线上进行传递和分配。在宽度与跨度比例较小的情况下，主要弯矩的方向会偏向于垂直于支承边；而在宽度与跨度比例较大的情况下，中央区域的主要弯矩几乎是垂直于支承边的，而边缘区域的主要弯矩则是平行于自由边的。

表1 桥墩1支座反力

斜交角	桥墩(KN)				
	支座1	支座2	支座5	支座6	支座10
0°	2021.3	2532.4	2021.3	2009.3	2009.3
15°	1288.6	2470.1	2911.7	2902.8	1282.6
30°	744.6	1538.4	5923.3	6422.7	790.9
45°	623.2	1700.7	7984.0	8212.9	661.4
60°	721.5	2417.0	8399.9	8308.0	685.0

(二) 模态分析

1. 振型分析

在第2节中,我们针对斜交箱型梁结构建立了5种不同的有限元模型,分别对应斜交角度 $\phi$ 从0度到60度,间隔相差15度的情况。对于这5种模型,我们进行了固有振型的计算,并计算得出了相应的前10阶自振频率。

表2展示了正桥和两组斜交箱型梁桥下(斜交角分别为30度和60度)具有代表性的一阶、三阶以及七阶固有振型图。

表2 不同斜交角度梁桥模型固有振型图

模态	0°	30°	60°
1			
3			
7			

按照《桥规》,当考虑连续梁承载的冲击力时,我们必须使用其竖弯振型的相关振动频率。由表3可知,当斜交角度增大时,前两阶竖弯振型的仍然是自振振型第一、三阶振型依然保持不变,但第三阶已经由第五阶转换成了第七阶。因而,设计连续梁的过程中,应该重视斜交角的增加对梁的结构动力特性的影响,以确保梁的稳定性和可靠性。

2. 自振频率分析

表3 不同斜交角度梁桥模型前三阶自振频率

斜交角/(°)	fs1/Hz	相对正桥增大百分比/%	fs2/Hz	相对正桥增大百分比/%	fs3/Hz	相对正桥增大百分比/%
0	2.067	0.00	5.178	0.00	7.666	0.00
15	2.095	1.34	5.134	-0.84	7.338	-4.28
30	2.309	11.71	5.917	14.28	7.260	-5.29
45	2.721	31.64	5.431	4.89	8.194	6.89
60	3.606	74.45	4.627	-10.63	6.694	-12.68

依据上述说明,竖弯振型的自振频率显得尤其重要,因此,在进行桥梁建模时,必须特别重视这一因素。为此,我们对表3中前三阶自振频率进行提取计算,以供设计时使用。

研究表明,当斜交角小于30°时,斜桥的基频值与正桥的基频值接近,因此可以按照正桥的设计方法进行考虑。但是当斜交角大于30°时,必须按照斜桥的设计方法进行计算,否则将会产生较大的误差。

通过分析表2和表3,可以发现斜桥的自振频率要高于正桥,正桥的基频为2.067Hz。并且斜桥的各自振频率对应的振型均以垂直自由边的中轴线或以垂直支撑边的中轴线为轴振动。比较表3中斜桥和正桥的自振频率对应的振型描述可以发现,对于相同的振型,斜桥的自振频率要高于正桥,其自振基频要比正桥高出约30%,横弯自振频率要比正桥高出约26%。这表明,在斜桥的状态下,结构的整体刚度要高于正桥的状态下的整体刚度。

五、结论

在斜桥结构中,钝角附近的结构顶板会出现较大的主拉应力,这种应力沿着钝角的对角线呈带状分布,而且覆盖的范围很广。在设计过程中,需要高度重视这种情况。当斜交角小于30度时,结构的基频值与正桥相近,因此可以按照正桥的设计标准进行考虑。但是当斜交角大于30度时,应该按照斜桥的具体计算方法进行设计。

随着斜交角度的增加,斜桥的竖弯振型从原本的一阶、三阶和五阶发生了显著的变化,从而使得结构的自振基频提升了大约30%,同时,整体刚度也更高,动力

稳定性也更优。

参考文献

[1] 曾丽. 斜梁桥的组合有限元计算分析[J]. 工程结构, 2003, 8(4): 44-46.  
 [2] 周东, 于向东. 斜交角对斜交箱梁桥横梁内力的影响分析[J]. 公路交通科技, 2011, 28(4): 61-66.  
 [3] 张等. 不同斜交角度简支T形梁桥基频计算与试验[J]. 湖南交通科技, 2016, 42(1): 74-77.  
 [4] 吴桥. 斜交空心板桥的动力特性分析[J]. 湖南交通科技, 2016, 42(4): 82-85.  
 [5] 夏桂云, 俞茂宏, 李传习, 等. 斜桥动力特性[J]. 交通运输工程学报, 2009, 9(4): 15-21.  
 [6] 夏桂云, 李传习, 张建仁. 多跨连续斜桥动力特性分析[J]. 重庆大学学报, 2011, 34(8): 121-127.  
 [7] 项海帆等. 高等桥梁结构理论[M]--2版, 北京: 人民交通出版社, 2013. 9  
 [8] JTGD60—2015, 公路桥涵设计通用规范[S].  
 [9] 夏樟华, 宗周红. 三跨斜交T梁动力特性分析[J]. 振动与冲击, 2007, 26(4): 147-150.  
 [10] 宋振丰. 斜梁桥动力特性分析[D]. 黑龙江: 哈尔滨工业大学, 2007.  
 [11] 王荣霞, 任腾腾, 宋娃丽, 张宇明. 斜交连续T梁桥的动力特性分析及试验[J]. 公路交通科技, 2018, 35(5): 57-64, 72.

作者简介: 金明, 男, 1979年10月, 浙江省杭州市人, 硕士研究生, 高级工程师, 学校院系: 湖北工业大学经济与管理学院, 研究方向: 工程项目管理。