

# 基于剪应力应变本构模型的边坡稳定性分析

王建军

中铁十一局集团第二工程有限公司

**摘要:** 当前,大部分边坡稳定性的分析手段都是基于极限平衡分析,这意味着边坡滑动面上的每一个点都达到了极限平衡的状态。本文在研究滑坡发生机制的基础上,建立了三维有限元计算分析模型,并对该模型进行数值模拟和参数敏感性分析。在二维模型中,当边坡不稳定时,滑动面上仅有一个点达到了临界状态,也就是临界状态点,此时的滑动力与抗滑力的极限平衡状态相等。在临界状态点之前的点滑力超过了抗滑力,而在临界状态点之后的点滑力与抗滑力相等,但低于极限平衡状态下的应力水平。因此传统的方法不能完全描述边坡稳定情况,且存在计算过程复杂、参数多等问题。基于此本文引进新的剪应力—应变本构模型,本模型能很好的拟合边坡在失稳时滑动面上个点的应力状态,并对现行的边坡稳定性分析有一定推进作用。

**关键词:** 新的剪应力—应变本构模型; 稳定性分析; 临界状态; 应力状态

【DOI】 10.12254/j.issn.2096-6539.2024.22.040

## 一、引言

中国是一个拥有丰富山地资源的国家。随着社会经济的发展和城镇化进程加快,山区人口急剧增加,土地开发强度不断增大,使我国成为世界上最大的灾害多发国家之一。每年由于山体滑坡和地质灾害导致的经济损失高达200多亿元。在斜坡稳定计算时通常将滑动面看作平面应变问题处理。经过对众多滑坡地质灾害的深入分析和研究,我们发现地震、降雨和开挖活动是引发滑坡和泥石流的主导因素<sup>[1]</sup>。因此,了解滑体内土的力学性质对于防治工程具有重要意义。在边坡失稳的过程中,它会经历从开裂到局部破坏,再到整体破坏,同时土体的应力状态也会从弹塑性状态转变为弹塑性软化状态。本文采用极限平衡理论,考虑坡体动荷载作用下滑带土与结构物之间相互作用及滑移带形成时岩土材料内部产生的剪胀现象,建立起一个新的模型来模拟边坡稳定性问题。众多研究者对边坡破裂时土壤的机械特性进行了深入的探讨。这些方法都是以屈服面为基础,利用塑性应变增量来确定安全系数。在假定滑体为刚体,并且破坏面达到临界应力状态的前提下,我们提出了如不平衡推力法、瑞典圆弧法、简化Bishop法和Janbu法等多种方法。随着数值计算技术的进步,监凯维奇(Zienkiewicz O. C.)进一步提出了有限元强度折减法<sup>[2-7]</sup>。通过改变安全系数来控制失稳区域,最终确定滑动面和滑体内力大小,进而求得边坡整体稳定性系数。根据文献<sup>[8-9]</sup>的描述,提出了两个部分强度的折减方法:一种是对滑动面上未被破坏的区域进行强度的折减,从而得到稳定的系数;通过对滑面破坏区的强度进行折减,并逐步将临界状态点向前移动,我们可以确定临界状态在不同位置时的稳定系数。

本文基于新的剪应力—应变本构模型<sup>[10]</sup>结合现行的条分发,对沪昆铁路某隧道滑坡的稳定性进行分析。

## 二、新的剪应力—应变本构模型

针对边坡失稳破坏时土体呈现弹塑性软化的特性,本文引进新的剪应力—应变本构模型来描述滑动面上土体的力学特征。基本方程介绍如下。应力应变曲线的基本形式如图2.1所示。基本方程如下:

$$\tau_i = G_i \gamma_i \left[ 1 + \gamma_i^{m_i} / S_i \right]^{\rho_i} \quad (2.1)$$

式(2.1)中:  $\tau_i, \gamma_i$ : 分别为第*i*条块剪应力和剪应变,  $G_i$ : 剪切模量,  $S_i, m_i, \rho_i$ : 为常数,  $\tau_i, G_i$ 的单位为MPa或kPa或Pa,  $S_i, m_i, \rho_i$ 为无单位参数,且 $-1 < \rho_i \leq 0$ 和 $1 + m_i \rho_i \neq 0$ 。

根据边坡土体材料的软化特性,有:  $-1 < \xi \leq 0$ 和 $1 + q\xi \neq 0$ 。临界应变空间(即岩土体材料在临界应力时对应的应变)满足下列方程:

$$p + (1 + q\xi) \gamma_{peak}^q = 0 \quad (2.2)$$

式中:  $\gamma_{peak}$ 为临界应力对应的临界应变。

在临界应力空间中,采用莫尔-库仑准边法计算黏聚力、法向应力和內耗角之和。 $\tau_i^{crit} = C_i + \sigma_i^n \tan \phi_i$ 计算得到,式中:  $C_i$ 为黏聚力,  $\sigma_i^n$ 为法向应力,  $C_i$ 和 $\sigma_i^n$ 的单位为kPa,  $\phi_i$ 为內摩擦角。

假设临界应变空间仅与法向应力有关,则临界应变表达式可表示为:

$$\left( \frac{\gamma_{peak}}{a_3} \right)^2 + \left( \frac{(\sigma_n - a_2)}{a_1} \right)^{\xi_N} = 1 \quad (2.3)$$

$$\text{或 } \gamma_{peak}^2 = a_1^0 + a_2^0 \sigma_n + a_3^0 \sigma_n^2 \quad (2.4)$$

其中式(2.3), (2.4)中 $a_1, a_2, a_3, a_1^0, a_2^0, a_3^0, \xi_N$ 系数是常数,  $a_1, a_2$ 单位为兆帕或千帕或兆帕,  $a_3, \xi_N$ : 无量纲系数,或 $a_2, a_3$ 的量纲为:  $1/MPa, 1/MPa^2$ 或 $1/kPa, 1/kPa^2$ 或 $1/Pa, 1/Pa^2$ 。

弹性模量G与法向应力 $\sigma_n$ 相关,弹性模量G的表达式可以采用如下关系式表示:

$$G = G_0 + b_1 \sigma_n + b_2 \sigma_n^2 \quad (2.5)$$

式(2.5)中 $G_0$ 为当 $\sigma_n$ 为零时的G值,  $b_1, b_2$ 为常数,单位分别为无量纲和 $1/MPa$ 或 $1/kPa$ 或 $1/Pa$ 。对于无量纲参数 $\xi$ ,参照土水特征曲线可以表示为下式:

$$\xi = \xi_0 \left( 1 + (\xi_0 / \xi_c - 1) \left( \sigma_n / \sigma_n^c \right)^\zeta \right) \quad (2.6)$$

式中 $\xi_0$ 为法向应力 $\sigma_n$ 为零值的 $\xi$ 值,  $\xi$ 为 $\sigma_n$ 等于 $\sigma_n^c$ 时的 $\xi$ 值,  $\zeta$ 为常数;该关系式可由不同的法向压力试验曲线而获得。

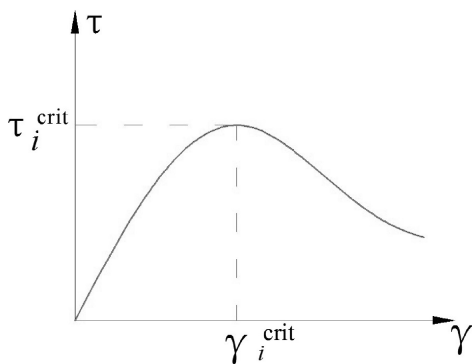


图 2.1 新剪切应力应变本构模型的应力应变曲线

### 三、改进的条分法简介

传统的条分法是基于极限平衡的思想，对条块底部的抗滑力进行折减，使临界状态逐渐向前移动，滑坡一点一点破坏。本文对传统条分法进行改进，用新的剪应力—应变本构模型来描述条块底边的力学特性。新的剪应力—应变本构模型可以描述土体弹塑性软化的特征，就可以不用对条块底边的抗滑力进行折减。改进的条分法基本思想如下：

基本假设：

- (1) 在假设每一个块体都拥有充分的变形能力的前提下，我们将其按照特定的距离划分成垂直的方向；
- (2) 施加在前一块上的力量在后一块的底部是平行的，而作用点则位于前一块的中心位置；
- (3) 不考虑条块间的剪切力；
- (4) 不考虑条块的旋转；
- (5) 新的剪应力本构方程满足了条带底部抗滑力的要求；

(6) 第*i*条和*i+1*条块的应变都满足在平行和垂直的底边方向上的剪切应变矢量总和（见图3.1），连接条的剪切应变具有以下特征：

$$\vec{\gamma}_i = \vec{\gamma}_{i+1}^s + \vec{\gamma}_{i+1}^n, \text{ 即: } \gamma_i = \gamma_{i+1}^s / \cos(\alpha_i - \alpha_{i+1})$$

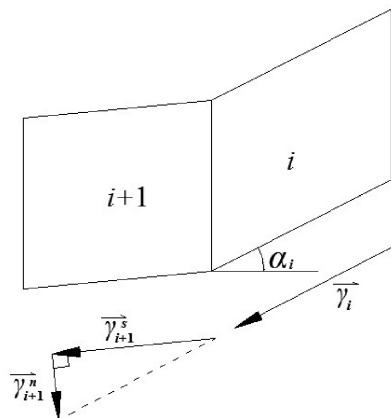


图 3.1 相连条块的应变关系

基本公式推导如下：

第*i*条块：

正压力 $N_i$ ：

$$N_i = W_i \cos \alpha_i + P_{i-1} \sin(\alpha_{i-1} - \alpha_i) + \beta l_i \cos \alpha_i \cos \alpha_i + \Delta_i l_i \cos \alpha_i \sin \alpha_i \quad (3.1)$$

正应力 $\sigma_i^n$ ：

$$\sigma_i^n = N_i / l_i \quad (3.2)$$

摩阻应力 $\tau_i$ ：

$$\tau_i = G_i \gamma_i \left[ 1 + \gamma_i^{m_i} / S_i \right]^{p_i} \quad (3.3)$$

摩阻力 $T_i$ ：

$$T_i = G_i \gamma_i \left[ 1 + \gamma_i^{m_i} / S_i \right]^{p_i} l_i \quad (3.4)$$

下滑力 $P_i^s$ ：

$$P_i^s = W_i \sin \alpha_i + P_{i-1} \cos(\alpha_{i-1} - \alpha_i) + \beta l_i \cos \alpha_i \sin \alpha_i + \Delta_i l_i \cos \alpha_i \cos \alpha_i \quad (3.5)$$

剩余下滑力 $P_i$ ：

$$P_i = P_i^s - T_i \quad (3.6)$$

式中： $W_i$ 为第*i*块重量； $\beta$ 为地表垂直均布荷载； $\Delta_i$ 为水平均布荷载； $l_i$ 为条带底边长度； $\alpha_i$ 为条块底边与水平夹角； $\sigma_i^n$ 为法向应力。

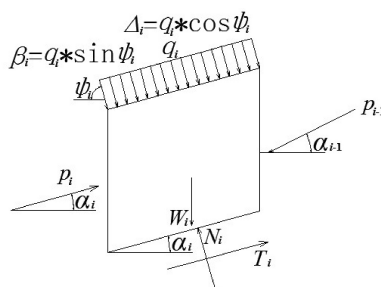


图 3.2 条块受力分析图

### 四、计算实例

本文以沪昆铁路某隧道边坡滑坡为计算实例，将文中介绍的边坡稳定性计算的基本思想运用到计算实例中。沪昆铁路某隧道边坡滑坡的地质力学参数为：土壤容重 $20 \text{ kN/m}^3$ ，黏聚力 $c=20 \text{ kPa}$ ，内摩擦角。沪昆铁路某隧道边坡滑坡的基本计算模型如下图4.1所示，滑体划分条块数为36块。

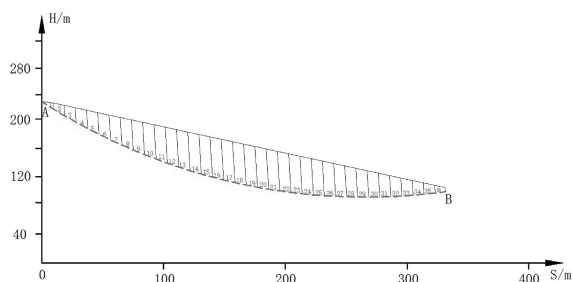


图 4.1 沪昆铁路某隧道边坡滑坡计算模型

新剪应力—应变本构模型的相关计算参数为：

剪切模量 $G_0=4500 \text{ kPa}$ ， $\rho_{i,0}=-0.999$ ， $\rho_{i,c}=-0.51$ ， $\sigma_i^{n,c}=1000 \text{ kPa}$ ， $\zeta_i=1.29$ ， $a_{i,1}=0.0129 \text{ kPa}$ ， $a_{1,2}=1500 \text{ kPa}$ ， $a_{i,3}=2000$ ， $b_1=45$ ， $b_2=0$ 。依据上述计算参

数, 新剪应力—应变本构模型计算出的岩土体在不同主应力下, 对应的应力应变关系曲线如图4. 2所示。

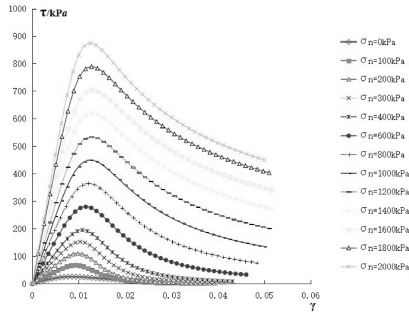


图 4.2 新剪应力—应变本构模型应力应变曲线

依据改进的条分法对沪昆铁路某隧道边坡滑坡稳定性的结算结果见下图:

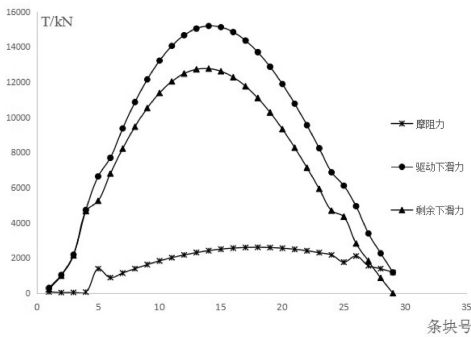


图 4.3 各条块底边摩阻力、下滑力及剩余下滑力曲线图

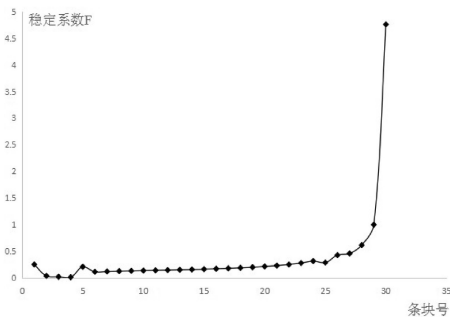


图 4.4 各条块稳定系数曲线图

由图4. 3可以看出29号条块的摩阻力等于驱动下滑力, 剩余下滑力为零, 即29号条块为临界状态条块。在29号条块之前驱动下滑力都是大于摩阻力。由图4. 4可以看出块29的稳定系数等于1。条块稳定系数小于1时,

认为该条块发生破坏。那么定义破坏率  $f_v = \frac{N'}{N} \times 100\%$ ,

$N'$  已破坏的条块总数,  $N$ 划分的条块总数。沪昆铁路某隧道边坡滑坡的破坏率  $f_v = 77.8\%$ 。

### 五、结论

利用本文介绍的改进的条分法对沪昆铁路某隧道边坡滑坡进行了理论计算, 得处结论如下:

(1) 从图4. 2中我们可以观察到, 随着土壤应变的逐渐增长, 应力也随之上升, 但当应力达到最高点时,

它会随着应变的增长而逐渐降低。这说明在土性试验过程中土体发生了塑性变形, 但由于塑性体积没有完全转变为固体物质, 因此仍具有一定的弹性变形能力。换句话说, 新提出的剪应力应变本构模型能够准确地描绘土壤的弹塑性软化行为。在试验结果中发现了土性参数与抗剪强度之间存在非线性关系, 这可能是由于土体结构和受力情况复杂导致的。我们使用了一种创新的剪应力应变本构模型来描绘底部的机械属性。在计算过程中, 只需要将土条分割成若干段即可。无需对条块的抗滑性进行减少, 这样可以得到更为准确的计算结果。

(2) 通过改进的条分法对沪昆铁路某隧道边坡滑坡进行计算, 计算结果显示沪昆铁路某隧道边坡滑坡的破坏率达到了78%, 也就是说, 滑坡处于不稳定状态, 需要加固。

### 参考文献

[1] 段永厚. 中国西部地质灾害现状、趋势和对策[J]. 经济研究参考, 2000, 58(2): 12~18.

[2] GUO M W, GE X R, WANG S L. Slope Stability Analysis under Seismic Load by Vector Sum Analysis Method[J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2011, 3(3): 282-288.

[3] LIU Yan-zhang, GE Xiu-run, LI Chun-guang, et al. Stability Analysis of Slope and Dam Foundation Based on Vector Method Safety Factor[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(10): 2130-2140.

[4] ZHU Da-yong, QIAN Qi-hu. Rigorous and Quasi-rigorous Limit Equilibrium Solutions of 3D Slope Stability and Application to Engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(8): 1513-1528.

[5] LI Ning, QIAN Qi-hu. Four Criteria of Stability Analysis and Assessment of High Rock Slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(9): 1754-1759.

[6] ZHENG Hong. A Rigorous Three-dimensional Limit Equilibrium Method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(8): 1529-1538.

[7] ZHENG H, YANG Z L, SN G H. Extreme Solutions to The Limit Equilibrium Method Subjected to Physical Admissibility[J]. Natural Hazards, 2013, 65(1): 79-96.

[8] 陆英发, 邓国栋, 杨丽萍, 等. 重点滑坡块体的力学行为、传力特性及不同应力状态下的稳定系数研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, 33(5): 884-891.

[9] 陆英发, 黄学斌, 刘德福. 滑坡力沿滑动面的分布及稳定性分析[J]. 岩土工程学报, 2017, 7(39): 1322-1330.

[10] 陆英发, 杨丽萍, 华国辉. 一种新的节理本构模型和几种计算滑坡稳定系数的新方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 31(12): 433-454.