

# 悬臂箱梁负剪力滞的理论及有限元分析

文 / 罗 奇 重庆交通大学 土木工程学院

**摘要:** 剪力滞后效应也叫剪切滞后效应, 具体表现是, 在某一局部范围内, 剪切力所能起的作用不足, 所以正应力分布不均匀, 把这种正应力分布不均匀的现象叫剪切滞后, 墙体上开洞形成的空腹筒体又称框筒, 开洞以后, 由于横梁变形使剪力传递存在滞后现象, 使柱中正应力分布呈抛物线状, 称为剪力滞后现象。本文主要针对剪力滞效应中的负剪力滞问题, 通过理论计算以及有限元建模分析对比, 对一悬臂箱梁中正负剪力滞的交替点做了计算, 并对结果进行对比分析, 总结了负剪力滞的影响因素。最后通过理论计算与有限元模型对比分析得到两者正负剪力滞拐点误差仅在2.5%, 说明了有限元模型的正确性, 并对其结果进行了分析。

**关键词:** 桥梁设计理论; 负剪力滞; 有限元计算; 数值分析

【DOI】 10.12254/j.issn.2096-6539.2025.06.013

## 引言

我国铁路建设的持续发展使得混凝土悬臂结构型箱梁的应用越来越广泛, 但在设计结构的时候, 不能忽视上下翼板剪切不同情况下引起的截面正应力影响, 这种影响会在横截面的纵向上产生非均衡分布。同时, 由于更广大范围的采用了悬臂箱梁构造, 在腹板受到对称荷载的作用下, 纯弯曲会导致顶板和底板的剪切变化。并且, 远离腹板的部分, 如顶板的纵向位移会稍晚于交叉点处的纵向位移, 因此, 位于翼板中心的内应力实际上等同于位于翼板中心和肋板交叉点处的内应力, 即负剪力滞效应<sup>[1]</sup>。

箱型悬荷结构变形时, 固定端近开的纵向断面受到剪力滞后效应的冲击, 同时也会导致翼板与肋板的接触位置迁移量大于梁理论所得, 同时剪力滞后效应对结构尺寸的变动比较复杂。在均匀承重条件下, 如果与固定端保持一定距离(大概为1/4), 就会出现与剪力滞后力度相反的状况。也就是说, 靠近肋板的翼板在纵向的移动度滞后于与肋板间距较远的翼板, 导致翼板所受压力居然比翼板与肋板连接处的压力要大, 这种剪力滞效应相反的现象称为负剪力滞<sup>[2]</sup>。

## 一、悬臂箱梁变分原理

在对固定线箱梁设计的研究方法中Reissner针对吊杆系统箱梁中的剪力滞效应的探讨不仅局限于悬臂梁, 同时对于连续箱梁中的负弯矩区段也面临了类似的困难, 在分析箱梁剪力滞影响关系时, 引入了变分法的最小势能概念, 并通过微分方程求解了箱梁的剪力滞效应。

梁竖向剪切变形差函数如下式:

$$u'' - k^2u = \frac{7nQ(x)}{6EI}$$

其中:  $u(x, y)$  为翼板的最大剪切应变的最平均值; 而  $hf$  即为横切面上竖向位置的任何点至形中的最平均距离。考虑剪力滞效应影响的翼缘面的最大弯曲正应力, 即为式<sup>[3]</sup>:

$$\sigma_x = \pm Eh_f \left[ -\frac{M(x)}{EI} - \left(1 - y^3 - \frac{3I_s}{4I}\right) u' \right]$$

其中第二项是考虑剪力滞作用所产生的应力影响的部分, 如括号内二个不同号就会产生正负剪力滞作用, 其影响范围与相对数  $M_f/M$  相关, 所以附加力矩  $M_f$  体现了

剪的相对强度滞和正负剪力滞作用. 其中当为集中力作用的情况时, 附加弯矩为:

$$M_f = -\frac{7I_s np}{8IK} \cdot \frac{shkx}{chkl}$$

弯曲正应力:

$$\sigma_x = \pm \frac{h_f}{l} \left[ -px + \frac{7np}{6k} \left(1 - y^3 - \frac{3I_s}{4I}\right) \cdot \frac{shkx}{chkl} \right]$$

当为满跨均布荷载作用的情况时, 其结构示意图(如图1所示):

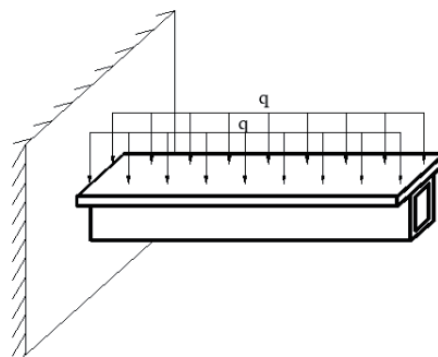


图1 悬臂箱梁作用均布荷载

其附加弯矩为:

$$M_f = -\frac{7I_s nq}{8I^2 K} \left[ \frac{chk(l-x) + kl^2}{chkl} \right]$$

$$\sigma_x = \pm \frac{qh_f}{l} \left[ -\frac{1}{2}x^2 + \frac{7n}{6k} \left(1 - y^3 - \frac{3I_s}{4I}\right) \cdot \left( \frac{chk(l-x) + kl \cdot shkx}{chkl} - 1 \right) \right]$$

弯曲正应力为:

$$x_1 = \frac{1}{k} sh^{-1} \left[ \frac{2klchkl - sh2kl}{(kl)^2 - 2klshkl - 1} \right]$$

式中的附件挠曲  $M_f$  的纵向情况比较复杂, 也存在了正负剪力滞问题, 使其为零从而确定了正负剪力滞的临界点。

## 二、实际算例分析及有限元对比

### (一) 理论计算

对于分析和考虑负剪力滞效应薄壁箱梁的受力影响，估计悬臂梁中可加或可降剪力滞效应的拐点是最重要的部分，所以本章重点针对于大跨度 $L=2m$ 的悬臂箱梁，并对其进行满跨均布荷载的加载工作，其截面形式和加载方式（如图2所示）：

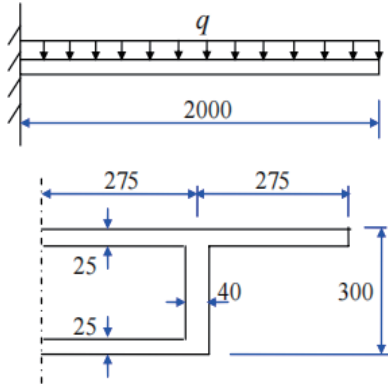


图2 单箱截面加载方式及尺寸 (mm)

由理论计算公式可得出，其负剪力滞区挠度的拐点为：

$$x = \frac{1}{0.76} s k^{-1} \left[ \frac{2 \times 14.92 k \cdot 14.92 - s k \cdot 29.84}{(14.92)^2 - 2 \times 14.92 \times s k \cdot 14.92 - 1} \right] = 1.64m$$

经过运算可以知道，悬臂箱梁在均布荷载影响的截面内出现负剪力滞效应<sup>[3]</sup>，靠近固定丝杠1/4范围内的内最大弯矩为负值，箱梁在1/4的范围内最大弯矩则为正外力反号，所以2m悬臂箱梁除接近桥端的1/4范围外存在负剪力滞效应。

### (二) 有限元分析法

有限元分析软件所使用的是ANSYS，它的主要功能就是通过对研究物体进行有限元分析，将被研究对象分解成一个或个有限单位，然后再进行平衡条件的分解，最后再将每一单位重新组合出来，从而实现了整体计算。因为模块的数量有限，而节点的数量也有限。

然后对结构的材料进行定义，由于该计算与混凝土的材料强度以及弹性模量等没有特定的关系，因此采用软件中的通用混凝土材料作为模型的填充材料。混凝土的材料数据属性（如图3所示）

结构	
√ 各向同性弹性	
√ 弹性	
衍生于	杨氏模量与泊松比
杨氏模量	3e+10 Pa
泊松比	0.18
体积模量	1.5625e+10 Pa
剪切模量	1.2712e+10 Pa
√ 热膨胀的各向同性膨胀系数	
热膨胀系数	1.4e-05 1/°C
极限抗压强度	4.1e+07 Pa
压缩屈服强度	0 Pa
拉伸极限强度	5e+06 Pa
拉伸屈服强度	0 Pa

图3 混凝土材料属性

然后对结构进行网格划分，不同程度的网格划分对于模型的分析精确的不同，理论上网格数量越密集模型参数越精确，但相应的对于计算的要求越越高，由于该结构比较简单，因此对模型的网格划分不是很密集，没有相应的加密部分被划分。共划分成882个网格以及6083个节点。

对模型网格划分好以后则是对其边界条件的设置，由于该模型为一端固定的箱梁结构，则对模型左侧的进行固定支撑。

接着通过模型设置偏误进行线荷载加载，通过分析设计结果得知，该模型加载形式是满跨均布荷载，因此在曲线箱梁顶部和两侧腹面的交叉处，均匀地施以 $q=1000N/m$ 的均布荷载，然后再通过线荷载的传递模型设置偏误进行均布荷载的加载，最后加载的构件（如图4所示）

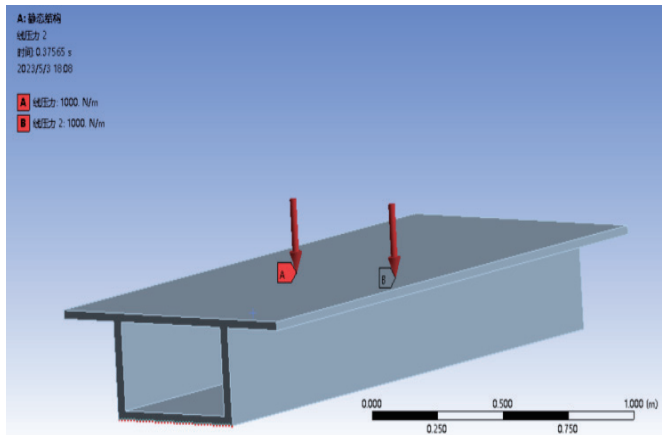


图4 荷载加载

最后将模型进行计算分析，由于静态分析对于计算步时没有要求，故将计算步时默认为1秒，步数设为1步，最后对于计算结果最重要的是最大应力值以及剪切应变，由理论分析得知，这个两个是影响剪力滞系数最重要的两个参数，因此通过分析计算得到最后得到得到结构的最大主应力值，并将其记录，其最大主应力云图以及剪切应变云图（如图5图6所示）

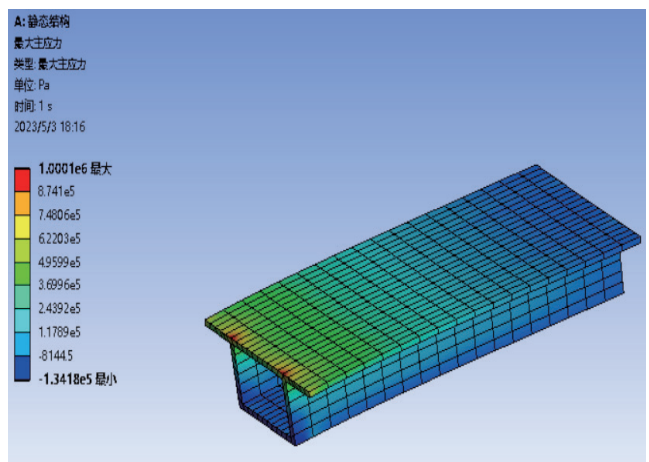


图5 最大主应力云图

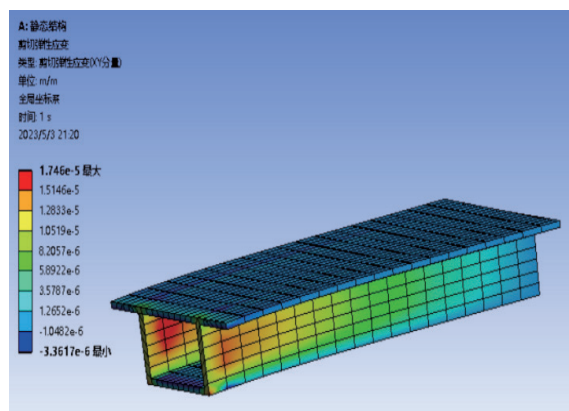


图6 剪切应变云图

### 三、有限元计算与理论结果对比

在对有限元模型与理论值对比之前，要先引入剪力滞系数  $\lambda$ ，它是由实际应力值与桥梁理论中可预测的实际应力值相比得出的参数，也是判断正负剪力滞的重要指标由定义剪力滞系数为： $\lambda = \sigma / \sigma_0$ 。

其中， $\lambda$  为剪力滞系数； $\sigma$  为实际应力值； $\sigma_0$  为由初等梁理论中可预测的实际应力值。

由定义可知当剪力滞系数是定义正负剪力滞的重要系数，当  $\lambda > 1$  时，为正剪力滞；当  $\lambda < 1$  时为负剪力滞，根据有限元分析结果，得出实际应力值与初等桥梁理论中预测的实际应力值，并将在有限元模型中计算出箱梁长度与剪力滞系数的关系（如表1所示）

表1 箱梁纵向长度与剪力滞系数表

箱梁纵向长度 (m)	剪力滞系数 $\lambda$
0	1
0.1	0.96
0.2	0.9
0.3	0.1
0.4	0.08
0.5	0.3
0.6	0.58
0.7	0.62
0.8	0.78
0.9	0.8
1	0.82
1.1	0.86
1.2	0.9
1.3	0.92
1.4	0.94
1.5	0.96
1.6	1
1.7	1.12
1.8	1.14
1.9	1.2
2	1.4

通过表格数据内容导入到Origin绘制出剪力滞系数分布规律图。（如图7所示）

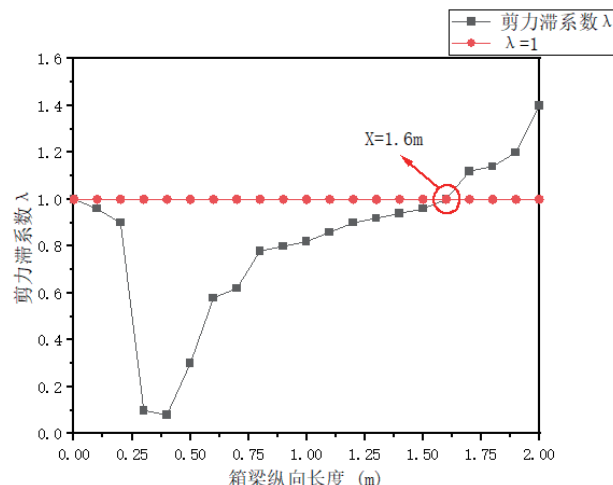


图7 剪力滞系数分布规律

从图中可看出，随着箱梁的箱梁的不同长度的增加，剪力滞系数先由负再变为正，只当  $X=1.6m$  时  $\lambda=1$ ，即在箱梁正负剪力滞的交接点，而根据箱梁剪力滞的理论时为  $X=1.64m$ ，在有限元中算得的正负减剪力滞的理论时为  $X=1.6m$ ，两者相对较，偏差率约为百分之二点五，从而证明了有限元模型的有效性。

### 四、结果分析

负向剪力滞延与正向剪力滞延现象相似，其原因在于同一截面的不同位置出现剪切应变方向的不一致。当端部受力固定时，由于来自肋板和翼板连接区到板内部的应力传导路径存在延迟。然而，不论承受何种载荷，在截面的边缘上，剪切作用力的流动强度始终会发生延滞。在距固定端点一定长度时（如距固定端点1/4），由于剪力作用流强按垂直方向逐渐下降，而地板的约束条件形态却与固定端点截面边长相比有着很大的不同，于是这时才出现负剪力滞问题。

当箱的横长较小，不但在固定端区受剪力滞的影响较大，而且在负剪力滞区所受负剪力强度的影响也相当明显。随着跨宽比的增大，受剪力强度滞和承剪力强度滞的影响也会逐渐降低。所以，负剪力滞的影响随跨宽比而变化的情况，类似于剪力滞影响的函数分析。

### 结论

本文重点利用了能量变分法的最小势能原理，讨论了悬臂箱梁的负剪力滞作用以及对箱梁的作用，并通过有限元分析以2m悬臂梁分析箱梁在均布荷载影响下纵向截面正应力的分布情况，并得出了如下结果：

(1) 在均布荷载影响下，混凝土悬臂柱存在负剪力作用滞效应，在集中荷载影响下则不存在负剪力作用滞效应。

(2) 通过有限模型通过理论计算与有限元模型对比分析得到两者正负剪力滞拐点误差仅在2.5%，说明了有限元模型的正确性。

### 参考文献

[1] 陈杨. 箱梁剪力滞效应研究现状[J]. 四川建筑, 2020, 40 (01): 208-209+214.  
 [2] 白安生. 悬臂箱形截面梁的负剪力滞效应[J]. 石家庄铁路职业技术学院学报, 2018, 17 (02): 65-68.  
 [3] 丁志全. 负剪力滞效应的研究现状[J]. 科技资讯, 2013 (24): 33.