

# 高海拔地区 GPS 控制测量投影变形问题及对策

文 / 马龙飞 西安天宇宏伟测绘工程有限公司

申杨康 陕西中诚环境治理规划设计有限公司

**摘要：**在工程相关的控制网里面，GPS 控制测量边长投影变形是常见难题，高海拔地区因地形的高程特质，投影变形的程度明显加剧，直接影响后续工程施工放样精度的高低，本文深入钻研 GPS 控制测量投影变形的产生原理，探寻可消除或减弱边长投影变形的数据处理思路及方法，经由光伏电厂控制测量工程实践验证：采用边长尺度约束方式与椭球膨胀方式，可以对 GPS 控制网边长投影变形进行恰当处理，有效实现提升平面控制网精度的效果。

**关键词：**高海拔地区；GPS 控制；测量投影变形；问题及对策

【DOI】10.12254/j.issn.2096-6539.2025.23.115

## 引言

随着 GPS 测量技术持续发展与拓展，其渐渐把传统控制测量作业方式给替代了，在各类工程建设领域获广泛运用，GPS 测量存在精度高、作业速度快、支持全天候监测等好处，不仅大幅提高测量工作的效率，同时降低作业人员的劳动强度，还可有效增进测量控制网的点位精度水平。需要留意的是，GPS 控制成果为经过投影变换后的坐标数据，让控制网边长尺度跟地面实际测量的边长尺度产生差别；尤其是在海拔较高的地带，若测区距离投影中央子午线较远的时候，边长投影造成的变形问题会更为突显，如果投影变形超出允许范围，将导致控制测量成果不能满足地形图测绘、施工放样以及贯通测量等的精度要求，后续工程的进度将难以推进。恰当处理投影变形对坐标成果造成的影响，已成为测量数据后处理流程的关键要点，本文对边长投影变形的成因进行分析探讨，阐明 GPS 控制测量中应对投影变形的理论手段，查看不同方法的长处与不足，再借助工程实例检验相关数据处理方法的有效性。

### 一、投影变形概念

在高海拔区域，采用适配海拔条件的施工控制网，确定好投影基准面，因为长度投影变形是测量精度重要影响因素，所以将控制和减少此变形作为测量主要任务，获取高斯投影距离需对地面边长做两次调整，第一次以参考椭球面为投影归化面调整，第二次以高斯平面为投影基准调整，双重调整后，投影距离和实地距离数值有差异，平面投影结果与实地丈量长度的差值就是长度投影变形。

高程改正的长度变形公式为： $\Delta S_1 = \frac{H_m - H_0}{R} \times S_h$   
式中：把  $H_m$  定义为测线起点与终点在参考椭球面上方平均高度的差额， $H_0$  是任意选取的参考面高程， $R$  为所测区域椭球面曲率半径的平均长度，测距边  $S_h$  始终跟椭球面相平行，若  $\Delta S_1$  为负，表明地面实测长度换算至椭球参考面会有缩短情况，而且  $\Delta S_1$  会同步变大<sup>[1]</sup>。

高斯投影改正，平面两点间的直线距离为： $\Delta S_2 = \frac{y^2}{2R_2} \times S$

式中  $S$  表示椭球面两点间大地线的长度， $y$  为归算边两端横坐标的中间值， $R$  作为测区椭球平均曲率半径参量， $\Delta S_2$  一般大于零，体现出椭球面投影到高斯平面时距离多数有扩张倾向。综合变形值是将边长的高程投影变形和高斯投影变形累加起来得到的，离中央子午线越远，偏差值就越高，由于实测边长和椭球面距离近乎相等，即  $S_h = S$ ，变形程度受测区所处投影带以及高程均值的影响<sup>[2]</sup>。

可用公式： $\Delta S = \left( \frac{y^2}{2R_2} - \frac{H_m - H_0}{R} \right) \times S$  表示。

## 二、高海拔地区 GPS 控制布设

### (一) 基准方案设计

设计基准涉及五个关键维度，要将实测坐标转换到目标坐标系，就要求该坐标系有足够数量的公共点，从而保证坐标转换结果的可靠性，在对高海拔区域进行测量时，为整合陆地和海洋的测绘基准、测定地心空间坐标，实施 GPS 控制网的建设，优先采用 WGS-84 坐标系和地方独立坐标系联合方案。GPS 测量实施阶段，要做地面和水准高程的实际测量，采用内插法能够完成高海拔区域未知点测量求解，水准联测点需在测区内均匀布设，同步坐标点和监测站间不要求一定通视，点位精度和卫星-测站几何分布关联性强，要严格确保观测数据可靠，进行交叉比对以消除错误、降低连带误差<sup>[3]</sup>。

### (二) 图形部分设计

对于使用全球定位系统的控制网而言，鉴于同步观测点没有通视的要求，图形设计的可变化性较大，关键在于让控制网符合用户的标准，图形设计有四种样式，分别为点连式、边连式、星形连接和环形网连接，各类方法都有得失，可总结成 4 项，点连式构成的图形力学稳定性不好，容易产生连续性问题，所以不适合单独运用。星形连接在边界控制和工程施工测量中较为常见，其图形结构简单，点位布设无限制，观测边不形成闭合回路，

应用便利、作业效率高，只是内部检核有限；边连式拓扑在 GPS 网形设计中表现出相邻点基线向量精度稳定且一致的特性，可高效完成工作并实时自检，是高海拔地形测绘的优选；星形连接作业量不大、自检可靠、精度较好，但在非直线边测量作用不显著，受基线邻点疏密差异限制，只能用于精度控制较松的测量项目<sup>[4]</sup>。

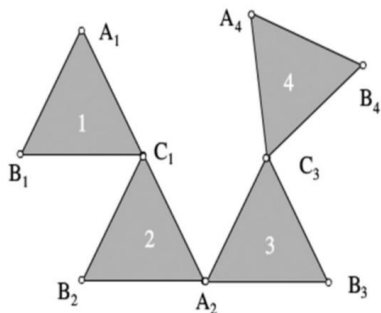


图 1 点连式

各类连接方法优劣差异较大，因此实际使用时通常采用组合式连接策略来合理搭建网形，完成 GPS 控制网设计阶段后，要严格执行施工规范，全面管控影响最终测量数据的关键变量，保障高海拔地区 GPS 控制网稳定运行。

### 三、高海拔地区 GPS 控制测量投影变形问题

当把外业观测的边长数据归算到参考椭球面时，需要做高程校正；通过高斯投影改正来消除椭球面到平面的长度投影误差，完成两次校正后，投影转换距离和实地距离有了偏差，投影面上量测长度与地面实际长度的差值就是投影变形。

#### (一) 实测边长投影至参考椭球面引起的长度变化

当对地面实测边长进行椭球面归算时，会使得长度参数发生偏移，这是由测点高程导致的，借助测距仪测量得到的地面直线边长，属于高程基准面上的三维直线段，测量计算要以统一基准面为基础，该基准面选用参考椭球面，由于全球地形起伏显著，所有测点高程均高于参考椭球，有垂直高差。通过空间直线向基准面正射投影的方式，按法线方向来进行投影操作，也就是斜边按照水平投影比例缩短长度，实地测量所得的倾斜边长始终比椭球面上的归算边长大，这种尺寸变化直接是地面高差造成的，要是测区平均高程高，各控制点相对椭球模型的高程偏差会持续增加，高程归算对距离的压缩效果会更显著，这类变形是高程测量中需优先校正的主要误差所在。

#### (二) 椭球面边长投影至高斯平面导致的长度变形

参考椭球体表面边长向高斯平面投影时，会有不同性质的长度改变情况，高斯法采用横置圆柱面进行等角投影，角度不产生形变，不过长度测量有误差，长度变形规律是：中央子午线处长度无变化，离中央子午线越远，长度畸变越大且是正值，平面投影后的测量结果大于椭球面实际长度。就如同把橘子皮从球面展平一样，

椭球面展开得进行拉伸转换，引起东西向空间延展，用高斯投影将椭球面测量的实际距离转换到平面坐标，边长数值会扩张，投影变形程度取决于平面坐标系横坐标值，也就是偏离中央子午线的距离，距离中央子午线越远变形越大。

#### (三) 高程归算与高斯投影共同引起的综合变形

进行高海拔区域的工程测量工作时，前述的两类形变会同时现身并相互叠加，引发叠加性投影误差，把地表实测边长归算至椭球面，由于高程差异使得边长产生负向的变形，为实现平面坐标系的运算和图形的绘制，还得依靠高斯投影将椭球面边长转换到平面坐标系里，结果是边长在正方向上出现变形变长。两类变形的数学符号是相反的，在一定程度上能相互削减，考虑到测区处于高海拔地带，高程归算造成的长度缩减量一般比投影变形引发的伸长量大，因此整体变形还是负的，平面坐标系所呈现的长度数据比实际地面距离要短，若不能有效遏制这种显著的比例缩小，会直接影响测量结果的准确性，造成图纸规划和施工实际不相符，需要通过筛选合适投影带或设计独立坐标系等途径来解决这个问题。

### 四、高海拔地区 GPS 控制测量投影变形解决对策

高海拔地带，大气层与地表形态的双重作用，致使投影偏差极为明显，GPS 测量值精度通常达不到工程定位与放样的标准，实地数据和图纸坐标明显不一致，为实现测量数据的高精度与高可靠性，要采用合适的测量校正技术或算法，对投影变形进行有效校正，为减少投影变形对测量数据的干扰，采用了五类校正方法来确保数据分析的可靠性。

#### (一) 抵偿投影带法

此算法仍然采用参考椭球面作为外业测量数据归算的基准面，若高斯投影所规定的中央子午线突破了 3° 带的界限，改为选择合适的中央子午线，使投影带内的长度变形和归算到椭球面的边长变形相互冲抵，这时高斯投影边长和实际边长大致相同，可利用公式  $y = \sqrt{2RH}$  反向推算中央子午线的精确数值，处理理念简单朴素，效果相对不错，且不需重新求解椭球参数，但换带计算之后，对应点位高斯坐标值偏差显著，和原始小比例尺图纸无法对应，应用起来不方便。

#### (二) 抵偿高程面法

抵偿高程面法与抵偿投影带法技术路线不一样，是将 3° 分带中央子午线当作投影起始线，不借助常规椭球面来投影，而选用更合适的替代高程平面，实现高斯投影和高程投影对边长影响的相互调节得出：

$$H_0 = H_m - \frac{y^2}{2R}$$

#### (三) 抵偿投影带与高程面法

高程面与投影带抵偿相融合的办法，需将  $\Delta S_1$  和  $\Delta S_2$  同时归零，它综合了前面所述的两种方法，此办法要求中央子午线穿过测区几何中心，高程投影面最好和

测区平均高程面持平或者稍低一点,采用这种办法投影变形不大,在大测区范围表现更好。在地势显著抬升且与中央投影经线偏差明显的地带,大多依靠这种办法建立城市独立坐标体系,但因为投影带和投影面都有变化,成图结果和国家基准坐标系兼容性差,所以运算复杂、实施难度大,要求作业人员具备专业技术,还得使用高精度装备施工。

#### (四) 边长尺度约束法

边长约束平差法是通过 GPS 网里相邻点间距做平差约束,间接实现平面坐标系边长归化,依据约束边长的采集方式,可分成实地测量约束和公式推算约束两种,实测边长约束法完整流程含四部分,先以已有控制点为约束参照,和新测的控制点一起构建测量网,然后开展带约束条件的 GPS 平差,得到平差后的坐标结果,新算出的坐标和原有 GPS 控制点坐标系相符。在测区中心位置安排 2 个 GPS 控制点,需要点之间通视情况良好,以点 1 为基准约束点,点 2 为方位参照点,进行 GPS 测量约束平差,得出两点的坐标和方位角,利用高精度全站仪、测距仪,实际测量两点间距离,完成仪器加常数的校正以及气象数据的修正,以此修正测距边的值,算出水平距离,先通过点 1 坐标、两点间水平距离和方位角这三个约束条件来平差,然后用专业软件完成 GPS 网的约束平差计算,经过平差处理后的坐标代表着减小了的投影变形值。

实测的边长和高斯投影平面边长很接近,按照  $\Delta S$  综合公式反向计算两次投影的边长调整数值,开展补充计算来修正边长结果,然后运用计算边长约束进行平差,从而消除控制点坐标中的投影变形误差,两类边长约束法原理类似,不同点在于控制点间距的计算方式不同,一种是通过实测获得,另一种是依据理论公式计算,该方法实施过程容易,能有效减弱甚至完全去除投影边长的形变影响,测量所得值可顺利融入国家坐标系,然而参考椭球参数有不确定性,必须依靠 GPS-RTK 技术校准,实施时可根据工况特点灵活确定边长尺度约束参数。

#### (五) 椭球膨胀法

采用参考椭球膨胀的方法,基于地方参考椭球几何量算和定位定向计算结果,让投影面和局部椭球实现合理的优化拟合,其基本原理是对椭球 A (WGS-84 和国际椭球) 的长半径  $a_0$  参数进行修改,保证扁率  $\alpha$  以及第一、第二偏心率不变,实现投影面和椭球面的最优匹配,定义独立坐标系中的椭球 B,让椭球 B 的坐标系定向和国家基准椭球一致,通过  $a_0$  加  $\Delta a$  来明确  $a_1$  的具体数值,参数  $\Delta a$  体现了椭球 B 和标准椭球 A 长半径的偏移量,可借助高程补偿、法向增量以及平面曲率半径计算等手段算出。

完成独立坐标系与国家坐标系的数据转换,可借助坐标从椭球 A 到椭球 B 的变换来实现,独立坐标系设置

分为五个阶段,依据给定的椭球参数、投影高度、中央子午线经度以及椭球 A 坐标系下的平面坐标,推导出该点大地坐标  $B_1$ ,确定长半轴  $a_1$  的值,进而求解椭球 B 的几何特征量。明确投影带中央子午线,降低高斯投影长度的失真情况,对  $L_2$  做高斯投影,得到以椭球 B 为基准的平面坐标;接着对  $L_1$  进行关于椭球 B 的坐标变换,算出椭球 B 空间坐标;最后对椭球 B 下平面坐标点实施二维约束平差,创建适配度良好的独立坐标框架。

该手段椭球扩大流程科学实用,它基于调整后的高斯反投影运算式,待转换坐标未进入国家基准期间,需辅助操作才能生效,且数据处理过程麻烦,需通过主流坐标处理软件达成格式转换,方可成为实用成果,在高海拔地区,联合实施椭球扩大与边长尺度约束策略,可明显降低乃至消除投影变形的可靠技术举措,能有效控制 GPS 测量结果的误差幅度,实际操作需兼顾地域特点和工程参数,配合使用多种辅助技术,以此提高高海拔 GPS 测量工作的科技水平,有效控制人力付出,提高工作产出量。

#### 结语

GPS 控制测量在提升测量效率、降低作业人员劳动强度方面成效显著,然而在高海拔地区,控制网边长的投影变形问题无法彻底避免,现今针对边长投影变形的改正办法较多,实际应用时需将工程自身特点和具体需求相结合,选择合适的投影变形处理方法,能有效降低投影变形对工程建设质量的负面效应,实现工程测量的精度要求,方便后续作业。边长尺度约束法跟椭球膨胀法的边长改正值较为类似,二者皆可保障控制网的内部精准度,可符合区域内借助常规测绘仪器开展施工放样的技术标准,今后在高海拔区域 GPS 控制测量工作中,还能进一步结合更多工程场景去优化变形处理的参数,提高方法的适用稳定性水平,为实现更高精度的工程测量工作提供技术后盾。

#### 参考文献

- [1] 张雪光,黄雄建,杨烽.控制网边长高程投影变形与椭球面距离投影到高斯平面的长度变形相互抵消的研究[J].中国高新科技,2025,(01):158-160.
- [2] 张发岳,许少凡,刘康鹏,吕婧雯.一种变电站控制测量投影变形的快速计算方法[J].青海电力,2024,43(04):46-48.
- [3] 常乐,张万栋,刘翠芝.高海拔低纬度灌区 GNSS 控制网投影变形问题研究[J].测绘与空间地理信息,2024,47(10):71-74+82.
- [4] 刘周巍,朱啟成,罗麒杰,周宇超.高海拔地区投影变形处理方法适用性研究[J].昆明冶金高等专科学校学报,2024,40(02):33-38.

作者简介:马龙飞,1988年8月8日,男,汉族,西安,本科,助理工程师,研究方向:测绘工程。