

数学教学中数列的应用与思考探析

李 琪

(太原市交通学校 山西 太原 030013)

[摘 要] 数列是高中数学教学中的重要教学内容, 主要的学习内容等差数列、等比数列的定义和性质以及它们之间的通项公式和前N项公式。在日常生活中常常会遇到使用数列解决的问题, 比如商家进行大促销和房地产促销的问题都能够使用数列解决问题。数列是一种定义在正整数集 \mathbb{Z}^+ 或它的有限子集 $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ 上的特殊函数, 在日常生活中的交易问题上得到了广泛的应用。在解决相关问题前首先需要了解的是问题类型, 使用数学思维观察问题, 通过分析和推理使用数学逻辑思维构建出相关的数列模型, 再应用数列相关的知识解决问题。本文针对数学教学中数列的应用与思考进行讨论探析。

[关键词] 数学教学; 数列; 应用与思考

数列作为高中一门重要的学科, 在学习起来对于学生的数学逻辑思维要求很高, 但是掌握了其数学规律以后学习起来会轻松很多。数列在我们的日常生活中涉及到的面也会非常广, 比如在销售行业就会经常使用到数列知识。在用数列解决实际问题的時候一定要先对问题有合理的分析, 然后做出数列数学模型, 最后利用数列的定理和公式解决问题。

1. 数列的定义和通项公式

数列的定义: 按照一定顺序排列的数字叫做数列, 是一种特殊的函数, 将数列定义为函数的時候, 数列的定义是在正整数集 \mathbb{Z}^+ 下的有限子集的函数 $f(n)$ 。当括号中的自变量 n 从1开始依次取自然数集 $\{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ 时, 所对应的函数值是 $f(1)$ 、 $f(2)$ 、 $f(3)$ 、 $f(4)$... $f(n)$ 。数列的一般记录形式是 a_1 、 a_2 、 a_3 、 a_4 ... a_n ..., 缩写式子为 $\{a_n\}$, 在式子中的 a_n 表示的是数列的第 n 项, 也常被称为数列的通项。

数列的通项公式: 数列的通项公式就是, 若是一个数列 $\{a_n\}$ 中的第 n 项 a_n 与其自身的项数 n 之间的关系可以用一个公式 $a_n=f(n)$ 来表示的话, 那么就把这个函数关系式叫做数列的通项公式^[1]。

2. 数列在日常生活问题中的应用

数列在生活中被广泛的应用, 尤其是一些经济问题上, 通过以下例子对数列在现实问题中的应用进行阐述。

2.1 数列在银行储蓄利率中的应用

我们的生活离不开储蓄, 计算储蓄所得利息的基本公式是: 利息=本金 \times 存期 \times 利率。根据国家的規定, 个人取得储蓄存款利息应依法纳税, 计算公式为: 应纳税额=利息全额 \times 税率。其中的税率为20%。分期付款是分期存入后一次取出的一种储蓄方式。一对夫妇为了给他们的独生孩子支付将来上大学的费用, 从孩子一出生就在孩子每年生日那天到银行储蓄5000元一年定期, 若年利率为0.2%保持不变, 当孩子十八岁上大学时, 将所有存款(含利息)全部取回, 那么取回的钱的总数是多少?

第一期存款利息: $a_1=5000 \times 0.2\% \times 18$;

第二期存款利息: $a_2=5000 \times 0.2\% \times 17$; ...

第十七期存款利息: $a_{17}=5000 \times 0.2\% \times 2$;

第十八期存款利息: $a_{18}=5000 \times 0.2\% \times 1$ 。

于是, 应该得的全部利息就是上面各期利息的和, 因为 a_1 至 a_{18} 构成一个等差数列, 所以把各期利息加起来就是: $S_{18}=a_1+a_2+\dots+a_{17}+a_{18}$ 。根据等差数列前 n 项和的公式 $S_n=n(a_1+a_n)/2$ 可知: $S_{18}=18 \times (5000 \times 0.2\% \times 18+5000 \times 0.2\% \times 1) \times 1/2=1710$ (元)。应该纳税 $1710 \times 20\%=342$ (元), 实际取出: $5000 \times 18+1710-342=91368$ (元)^[2]。

2.2 数列在分期付款中的应用

分期付款是数列在生活中应用的一种模型, 解决问题的关键是分清单利、复利问题, 即是等差数列模型还是等比数列模型问题。例如某人年初向银行贷款10万元买房, 选择10年期偿还, 偿还贷款的方式是: 分10次等额归还, 每年一次, 并从借后次年的年初开始归还, 若10年期贷款的年利率是4%, 且每年的利息均按复利计算, 问每年应还多少元?

分析: 该例是等比数列的应用, 建立等比数列的模型要抓住: 10万元历经10年的本息和=某人10次还款的本息总和这一等量关系。

解: 设每年还款 x 元, 则第1次还款的 x 元到贷款全部还清时的本息和是 $x(1+4\%)^9$ 元, 第2次还款的 x 元到贷款全部还清时的本息和是 $x(1+4\%)^8$ 元, 第3次还款的 x 元到贷款全部还清时的本息和是 $x(1+4\%)^7$ 元, ...第10次还款的 x 元到贷款全部还清时的本息和是 x (无利息)。另一方面: 10万元在10年贷款期全部还清时的本息之和是 $105 \cdot (1+4\%)^{10}$

故有: $x(1+4\%)^9 + x(1+4\%)^8 + x(1+4\%)^7 + \dots + x(1+4\%) + x = 105 \cdot (1+4\%)^{10}$

由等比数列的求和公式解得 $x \approx 12330$ (元)^[3]。

3. 根据相关条件应用等比数列的策略

使用数列解决现实中的问题, 必须要具备一定的逆向思维, 需要使用结果逐步去推理过程, 逆向思维是一种发散思维, 与正常的数学思维是相反的。在平时学习数列的时候, 需要有意识的训练逆向思维, 使得学生能够在解决实际问题的時候灵活的应用数列, 创造性的去解决问题。

结束语

虽然数列只是数学知识海洋中的一朵小小的浪花, 但是在我們日常生活中却应用的非常的广泛。所以在高中一定要打好数学基础, 将来才能够在社会中更加灵活的使用所学知识。想要学好数列, 就必须具备良好的思维能力和数学逻辑, 教师在进行数列教学的时候, 必须对学生的进行正确的指导, 通过巩固基础知识以外, 加强学生对现实问题的解决能力, 使得学生的数学素养得到全面的发展, 只有这样才能够有效的提高学生的数学成绩和数学实际应用能力。

参考文献

- [1]姚蔚.关于高中数学教学中函数和数列相结合的解题分析[J].数学学习与研究, 2018(22): 122.
[2]王磊.数列与其他知识交汇命题思路再探[J].中学数学, 2018(21): 93-94.
[3]曹亦成.数列知识学习中如何快速掌握重点[J].农家参谋, 2018(19): 188.