

# 不同约束条件下材料与结构一体化设计

苗 圃

(商丘工学院土木工程学院 河南 商丘 476000)

**[摘 要]** 通过双向渐进结构优化算法提出了一种复合宏观结构与周期性材料微结构的拓扑优化方法,以材料体积比为约束条件,以结构的柔顺度为目标函数建立了宏观结构与材料微结构的并行拓扑优化数学模型。研究了不同约束条件下的宏观结构与材料微结构的并行拓扑优化问题。

**[关键词]** 双向渐进结构优化法;材料体积比;柔顺度;不同约束条件

## 引言

拓扑优化技术在过去的几十年中已经取得了巨大的发展。Zhang[1]等人中提出了采用统一处理材料方式的设计元素概念,其中,揭示了与材料和结构规模有相关影响的设计和结构。Yan[2]等研究了基于最优并发材料和结构优化的观点出发,构成多孔材料。Zuo[3]等人推出了层次并行设计的方法来最大限度地提高结构的固有频率。Yan[4]等提出了双尺度拓扑优化算法进行宏观的并行设计及其复合材料微观结构,其中,对所应用的材料总体积进行统一的约束。然而,并行拓扑优化技术的发展考虑复合宏观和微观结构是有限的。

### 1两尺度刚度优化问题

考虑多尺度下的复合宏观结构和周期性多孔材料优化问题。以结构刚度最大化为目标,以材料体积比为约束条件建立优化数学模型,从而进行两尺度下的拓扑优化设计。

### 2材料插值函数

本质上来说,宏观结构和周期性材料微结构的并行拓扑优化设计其实就是对材料进行分配从而找到最优的材料布局,给定设计域 $\Omega$ ,哪些点 $\mathbf{x}$ 是材料点,哪些点是孔洞,其数学模型可以表述为:

$$\mathbf{X}:\alpha(\mathbf{x})=\begin{cases} 0 & \rightarrow \text{no material} \\ 1 & \rightarrow \text{material} \end{cases} \quad \alpha \in L^\infty(\Omega) \quad (3.1)$$

$\alpha(\mathbf{x})=0$ ,表示该处没材料; $\alpha(\mathbf{x})=1$ 表示该处有材料。总之,这是一个0-1的整体拓扑优化问题,很容易导致高度非凸变分问题。为了确保0-1解的存在性,必须采用一些正规化或者平滑技术。

本文采用SIMP材料插值模型,质量矩阵 $\mathbf{M}(\alpha)$ 和刚度矩阵 $\mathbf{K}(\alpha)$ 分别可以由单元质量矩阵和单元刚度矩阵组装而成。

### 3数值算例及分析

为进一步分析所提出的方法的有效性以及对复合宏观结构和材料微结构使用以下参数 $E_1=1.5 \times 10^{11} Pa$ ,  $E_2=1.2 \times 10^{11} Pa$ ,  $E_3=7 \times 10^{10} Pa$ ,  $E_4=2.4 \times 10^{10} Pa$ 条件下的多尺度设计的效果。由此对一些不同的条件下进行优化设计,为了研究大小为 $1.0 \times 10^5 N$ 的静态荷载的方向对宏观结构与材料微结构的拓扑优化产生的影响,建立了一个在自由端中心施加八种不同荷载方向的模型如图1所示。荷载加载方向与X坐标轴之间的角度分别为 $0^\circ$ ,  $-30^\circ$ ,  $-45^\circ$ ,  $-60^\circ$ ,  $-120^\circ$ ,  $-135^\circ$ ,  $-150^\circ$ 和 $-180^\circ$ 。

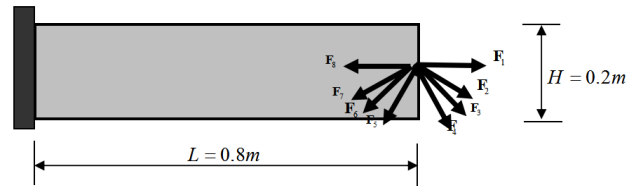


图1.不同加载方向下的悬臂梁结构

结构在单个静态荷载八种不同加载方向下的拓扑优化结果,通过计算得到的最优柔顺度分别为 $161.0336 N \cdot m$ ,  $1465.5 N \cdot m$ ,  $2818.6 N \cdot m$ ,  $4180.8 N \cdot m$ ,  $4233.2 N \cdot m$ ,  $2878.2 N \cdot m$ ,  $1516.8 N \cdot m$ ,  $161.0336 N \cdot m$ 。可以看出,复合宏观结构与胞体材料2的最优拓扑结构随着加载方向的变化而改变,而且外力的加载方向对于优化结果的影响特别明显。然而,由于八种工况下胞体材料1的等效弹性矩阵都比胞体材料2的大,可以认为八种工况下的最佳拓扑规律是几乎相同的。而对于对称静负荷的情况下,复合宏观结构和胞体材料2的最佳拓扑形状也是对称的。但是,由于加载方向的不同,对称荷载得出的优化结果也会有所不同。

### 结束语

对于不同的约束条件会对宏观结构和周期性微观结构材料的最优拓扑产生影响。除此之外,周期性材料微结构的目标函数与弹性矩阵也会随着这些工况而变化。宏观结构和材料微结构的拓扑设计结果是随加载方向的变化而变化的,当加载角度为 $0^\circ$ 和 $-180^\circ$ 时,该悬臂梁分别承受拉应力和压应力。

### 参考文献

[1]Zhang, Weihong; Sun, Shiping, Scale-related topology optimization of cellular materials and structures[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2006, 68(9):993-1011.

[2]Yan, Jun; Cheng, Gengdong; Liu, Ling, Concurrent material and structural optimization of hollow plate with truss-like material[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2008, 35(2):153-163.

[3]Zuo, Zhi Hao; Huang, Xiaodong; Rong, Jian Hua, Multi-scale design of composite materials and structures for maximum natural frequencies[J], Materials & Design, 2013, 51:1023-1034.

[4]Yan, X.; Huang, X.; Zha, Y.; Concurrent topology optimization of structures and their composite microstructures[J]. Computers & Structures, 2014, 133:103-110.