立足数学学科核心素养 初探优化解析几何运算

何园园

（杭州市萧山区第三高级中学 浙江 杭州 311200）

[摘 要] 解析几何仍是近三年浙江省数学高考文理合卷后考查的重点和热点，但由于运算较为繁琐，便成为学生心中的难点和怕点。解析几何的运算，不仅需要细心、耐心，还要具备锲而不舍的精神，但凭这些还远远不够，仍有大量考生因运算过于繁琐，或因耗时过多导致错误失分。学生问题的关键，还是在于"算"上。我们要立足数学核心素养，让学生在解析几何的运算中养成好的运算习惯，理清算理，把握知识本质，找准运算方向，优化解题策略，简化运算，从而大大提高解题效率。

[关键词] 数学学科核心素养；优化；解析几何运算

近三年浙江省高考数学卷文理合卷，引起了中学教师和全体考生的进一步关注。对于解析几何部分知识的考察，我们发现，选择题部分三年都放在第二题，主要考查了圆锥曲线的标准方程及简单性质；填空题都考查了直线与圆锥曲线的位置关系；解答题部分考查的曲线有抛物线、椭圆。虽然填空题和解答题思路清晰，但是运算量大，特别考查了学生的逻辑思维能力和运算功底。另外，解答题的解法具有"赏罚分明"的特点，方法的选择、运算能力的强弱直接影响解题时间、准确率和得分。

一、优化解析几何运算的必要性

解析几何是一门用代数的方法解决几何问题的学科，解析几何最基本的研究方法就是坐标法。坐标法是以坐标系为桥梁，把几何问题转化成代数问题，通过代数运算研究几何图形性质的方法。因此我认为运算能力是提高学生解析几何得分的重中之重。

在高三教学中，我对所教的两个班级里做了一份书面调查，让学生把平时解析几何失分的原因总结了一下。96个学生参与调查，发现问题主要如下：

做不来：由于没有把握知识的本质，导致一些新题无从下手，没有信心。基本知识、公式的本质没有真正掌握，不能对条件或结论进行合理转化，导致做不来。

做不完：由于常规运算方法不太熟练，没有好的运算习惯，解题速度不快，使得运算量大，思维能力要求高的题目来不及算，导致做不完。

做不全：由于条件转化过程中思维不严密，忽略了题目中的隐含条件，没有及时调整解题切入口，死算、硬算，导致做不全。

其实，在解析几何问题中好的方法和解题技巧并不是每一位学生都能掌握的，但是有了解题方向，由于运算不过关导致的失分，那是十分可惜的。因此解决我们学生问题的关键，还是在于"算"上。

修订中的普通高中数学课程标准指出数学学科核心素养包括：数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算和数据分析。数学运算是指在明晰运算对象的基础上，依据运算法则解决数学问题的过程。而解析几何中的数学运算，它不仅是对数与式的简单四则运算，还是一种分析运算条件、探究运算方向、选择合适运算公式、确定合理运算程序等一系列过程的思维能力，也是一种在实际运算过程中遇到障碍能调整运算方向的转化能力，它更是一种集算理、算法、计算、推理、转化等多种数学思想方法于一体的数学素养。因此，在平时的数学教学中如何立足核心素养优化解析几何的运算，在优化运算的同时进一步渗透数学学科的核心素养，是一个非常值得研究的问题。下面，我结合平时教学中的一些体会，谈谈立足核心素养，优化解析几何运算问题的初探。

二、优化解析几何运算的策略

（一）重视运算习惯的培养，提高运算准确率

著名的英国哲学家培根说："习惯真是一种顽强的巨大力量，他可以主宰人生。"良好的习惯使人终身受益，不良的习惯贻害无穷。解析几何的教学实践证明，学生发生运算错误的原因，很大一部分是由学生的不良运算习惯造成的。所以，只有注重学生良好运算习惯的培养，才能提高学生的运算能力。而解析几何的运算又具有它独特的特点，那么如何培养学生在解析几何问题良好的运算习惯呢？ 我们以一道高三模拟题为例。

【案例1】 已知椭圆的两个焦点分别为$F_1(-\sqrt{5},0)$，$F_2(\sqrt{5},0)$，M是椭圆上一点，

若$\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0$，$|\overrightarrow{MF_1}|\cdot|\overrightarrow{MF_2}|=8$。

（1）求椭圆的方程.（$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. 具体过程略）

（2）直线l过右焦点$F_2(\sqrt{5},0)$（不与x轴重合）且与椭圆相交于不同的两点A，B，在x轴上是否存在一个定点$P(x_0,0)$，使得$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$的值为定值？若存在，求出P点的坐标（不必求出定值）；若不存在，请说明理由.

分析：这是我们高三解析几何的一个例题，第一小题，学生基本能解决；第二小题是一个定点定值问题，条件单一，运算方向明确，但是学生基本没有完成。

1.养成整式化分式的运算习惯

在解决解析几何大题时，往往第一步就需要直线方程与曲线方程联立进行初步运算，但是不少学生在这一步的运算上就花费了大量的时间，甚至有时运算结果还是错误的。究其原因，在学习解析几何知识初期就没有养成分式化整式的习惯。

学生解法：$\begin{cases} y=k(x-\sqrt{5}) \\ \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1 \end{cases}$，$\Rightarrow \frac{x^2}{9}+\frac{k^2(x-\sqrt{5})^2}{4}=1 \Rightarrow (\frac{1}{9}+\frac{k^2}{4})x^2-\frac{\sqrt{5}k^2}{2}x+\frac{5k^2}{4}-1=0$

设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），然后再利用韦达定理得$x_1+x_2=\frac{18\sqrt{5}k^2}{4+9k^2}$，$x_1x_2=\frac{45k^2-36}{4+9k^2}$，运算量大，错误率高。

教师引导习惯养成：$\begin{cases} y=k(x-\sqrt{5}) \\ 4x^2+9y^2-36=0 \end{cases}$，

先将椭圆方程化为整式结构再与直线方程联立消元，得$4x^2+9k^2(x-\sqrt{5})^2-36=0$，整理后得$(9k^2+4)x^2-18\sqrt{5}k^2x+45k^2-36=0$，之后再利用韦达定理，就一目了然。

反思两种解题过程，整式结构的运算时间更省，正确率更高。因此教师在新课教学时，特别应强调在直线方程与椭圆方程联立的过程中，应让学生养成将椭圆方程化为$b^2x^2+a^2y^2-a^2b^2=0$后再与直线方程联立的习惯。若a^2b^2运算得到的数字较大，甚至无需计算出数值，直接用a^2b^2表示即可，这样的习惯会在后面的运算中少出错，不出错。

2.养成根据条件合理设直线方程（点坐标）的运算习惯

在解决解析几何大题时，往往需要抽象出直线方程或点坐标，合理地选择设法是简化解析几何运算的基础。教会学生准确地抽象出直线方程和点的坐标，形成基本经验，这也是逐步培养学生数学学科核心素养的必要过程。

学生直线方程设法：上题中学生直线方程设为$y=k(x-\sqrt{5})$。

教师引导习惯养成：关注条件"直线l过右焦

点 $F_2(\sqrt{5},0)$（不与x轴重合）”，不妨设直线方程为 $x=\mathrm{my}+\sqrt{5}$，方程联立 $\begin{cases} x=my+\sqrt{5} \\ 4x^2+9y^2=36 \end{cases}$，整理得 $(4m^2+9)y^2+8\sqrt{5}my-16=0$，利用韦达定理得

$$y_1+y_2=-\frac{8\sqrt{5}}{4m^2+9},y_1y_2=-\frac{16}{4m^2+9}$$

在上面直线的两种设法中，显然，学生对直线方程的设法还需进行分类讨论，讨论直线斜率的存在性问题。且在学生的解题过程中，我们也发现运算量还是不小。再看优化后的设法，既避免了分类讨论，更简化了联立中的运算，提高了运算速度与准确率。

那么，如何根据运算条件设方程（点坐标）呢？直线方程可以根据斜率的存在性或所过点的位置来设，比如上题中直线上的点在x轴上为（a，0）且直线不与x轴重合，则可设直线方程为 $x=\mathrm{my}+a$。若点条件改为在y轴上为（0，b）且直线不与y轴重合，则直线方程可设为$y=kx+b$。对于点坐标，若点A在直线 $x=\mathrm{my}+a$ 上，就不妨设点 $A(\mathrm{my}_0+a,y_0)$。一些常见的处理方法，在通过条件抽象出具体形式后，对于我们运算量的减少是大有裨益的。

3.养成整体运算的习惯

整体思想就是从问题的整体性质出发，突出对问题的整体结构的分析和改造，发现问题的整体结构特征，善于用“集成”的眼光，把某些式子或图形看成一个整体，把握它们之间的关联，进行有目的、有意识的整体处理。教师引导学生观察表达式结构，培养学生数学抽象、逻辑推理的学科核心素养。

上题中设直线1的方程为$x=my+\sqrt{5}$，代入椭圆方程$4x^2+9y^2=36$并消去x，整理得，$\therefore \vec{PA}\cdot\vec{PB}=(x_1-x_0,\ y_1)\cdot(x_2-x_0,\ y_2)=(x_1-x_0)(x_2-x_0)+y_1y_2$ 到这一步学生仍然算不对或运算时间长，错误率高。

教师引导学生习惯养成：将$\sqrt{5}-x_0$作为一个整体。

$$\vec{PA}\cdot\vec{PB}=(x_1-x_0,\ y_1)\cdot(x_2-x_0,\ y_2)=(x_1-x_0)(x_2-x_0)+y_1y_2$$

$$=[my_1+(\sqrt{5}-x_0)]\cdot[my_2+(\sqrt{5}-x_0)]+y_1y_2$$

$$=(\sqrt{5}-x_0)m(y_1+y_2)+(m^2+1)y_1y_2+5+x_0^2$$

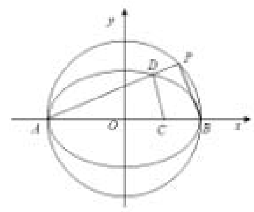
再将韦达定理代入运算，事半功倍。应该说“整体思想”的应用在解决直线与圆锥曲线问题的位置关系问题中是处处可见的，我们要善于发现整体，利用整体简化运算。

其实，解析几何的运算习惯有很多，不外乎分式化整式、能进行因式分解的进行因式分解、提取公因式（数）、合理设方程（点坐标）等等。而运算习惯的养成，不是一蹴而就的。是学生在模仿并经历解答的过程中积累而成的；是学生在对题目所给的条件和结论进行逻辑分析的过程中积累而成的；更是在学生不断地将未知转化为已知，将新问题转化为已知问题的过程中积累而成的。因此在日常教学中，教师要以核心素养为指向帮助学生准确理解知识，模仿运算，积累经验，养成良好运算习惯，切实发展学生数学运算的核心素养。

（二）以算理为主线，优化运算过程

何为算理？顾名思义，算理就是计算过程中的道理，是指计算过程中思维方式，是解决为什么这样算的问题。在长期的教学中，我们对于计算的教学更突出算法而忽视算理。我们的运算教学往往只要求学生掌握运算法则，熟练计算得出结果即可，这样长此以往学生始终只停留在算得快、算得对的层面上。缺少算理支撑的运算是单薄的、是缺乏活力的，在解析几何高强度的运算中，学生急需一些算理来改善繁杂的运算。

【案例2】 已知椭圆$\frac{x^2}{4}+y^2=1$的左、右顶点分别为A、B，圆$x^2+y^2=4$上有一动点P，P在x轴上方，C（1，0），直线PA交椭圆E于点D，连结DC，PB.



（Ⅰ）若∠ADC=90°，求△ADC的面积S；

（Ⅱ）设直线PB，DC的斜率存在且分别为k_1，k_2，若$k_1=2k_2$，求λ的取值范围.

在学生的做法中涉及到了点P坐标的求解，我们就来比较下面两种运算方式。

方法1（基本运算）

由$\begin{cases} y=k(x+2) \\ x^2+4y^2=4 \end{cases}$消去y得$(1+4k^2)x^2+16k^2x+16k^2-4=0$，由韦达定理可知$x_Ax_P=\frac{16k^2-4}{1+4k^2}$由$x_A=-2$得$x_P=\frac{-8k^2+2}{1+4k^2}$，再代入直线方程$y_P=k(\frac{-8k^2+2}{1+4k^2}+2)=\frac{4k}{1+4k^2}$，所以$P(\frac{-8k^2+2}{1+4k^2},\frac{4k}{1+4k^2})$

方法2（在一定算理支撑下的优化运算）

由$\begin{cases} y=k(x+2) \\ x^2+4y^2=4 \end{cases}$，（算理：因为直线方程中含表达式$x+2$,，椭圆方程中含表达式由$x^2-4$,消去$y$后，关于$x$的方程必有一根为-2，也就是得到关于$x$的二次三项式必有一因式为$x+2$。）

消去y整理成$4k^2(x+2)^2+(x+2)(x-2)=0$，即$(x+2)[4k^2(x+2)+(x-2)]=0$，可得$y_P=\frac{4k}{1+4k^2}$，所以$P(\frac{-8k^2+2}{1+4k^2},\frac{4k}{1+4k^2})$。

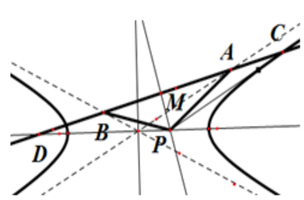
方式1的运算需要将$y=k(x+2)$展开，我们可以看到展开后含k的表达式增多，使得运算量增大，同时还要代入直线方程再次运算（x_P+2），解题步骤增加。方式2在两个方程中抽象出因式（$x+2$,），运用算理运算，化繁为简，这也很好地体现了数学学科的核心素养，能进行数学抽象，再进行逻辑推理进行数学运算。

（三）把握数学本质，减少运算难度

解析几何运算的内涵其实很丰富，涉及到概念、性质、定理、公式等众多内容的运用。分析近几年高考的解析几何问题，解析几何运算是考察的重点，但是运算过程的简化更需要与数学的本质相结合。我们要引导学生把握数学的本质，通过对数学概念、性质、定理、公式等本质的应用，简化运算。

1.把握概念的本质，简化运算

【案例3】（2014浙江理科卷16题）设直线$x-3y+m=0(m\neq0)$与双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）两条渐近线分别交于点$A,B$，若点$P(m,0)$满足$|PA|=|PB|$，则该双曲线的离心率是________



学生的解法：渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$，分别与直线方

程 $x-3y+m=0(m\neq 0)$ 联立，解得A、B两点坐标分别为 $A(\frac{-am}{a-3b},\frac{-bm}{a-3b}),B(\frac{-am}{a+3b},\frac{bm}{a+3b})$，设M是AB的中点，则 $M(\frac{\frac{-am}{a-3b}+\frac{-am}{a+3b}}{2},\frac{\frac{-bm}{a-3b}+\frac{bm}{a+3b}}{2})$，由 $|PA|=|PB|$ 可知，直线PM与已知直线垂直，所以有 $\frac{\frac{-bm}{a-3b}+\frac{-bm}{a+3b}}{2} \over \frac{\frac{-am}{a-3b}+\frac{-am}{a+3b}}{2}$ $\times\frac{1}{3}=-1$，化简后可得离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ 学生采用的是一种常规解法，思路直接但运算量大，往往很多同学都不能算对。

优化解法：渐近线方程的本质是 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=0$，与直线方程 $x-3y+m=0(m\neq 0)$ 联立，消去 x 得 $(9b^2-a^2)y^2-6mb^2y+b^2m^2=0$，设M是线段AB的中点，由韦达定理和中点坐标公式得 $y_M=\frac{3mb^2}{9b^2-a^2}$，$x_M=\frac{ma^2}{9b^2-a^2}$，由 $|PA|=|PB|$ 可知直线PM的斜率为-3，所以直线PM的方程为 $y=-3(x-m)$，联立 $\begin{cases}y=-3(x-m)\\x-3y+m=0\end{cases}$，得 $M(\frac{4}{5}m,\frac{3}{5}m)$，则 $k_{OM}=\frac{3}{4}$.又因为 $k_{OM}\cdot k_l=\frac{a^2}{b^2}$，所以 $\frac{a^2}{b^2}=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$，所以离心率为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$。

在优化的解法中我们抓住渐近线方程的本质是一个二元二次方程，它与直线方程联立后所得到的关于 y 的一元二次方程的两根就是A、B两点的纵坐标，从而得到点M的坐标，在理解了渐近线的本质后的运算，显然要方便许多。

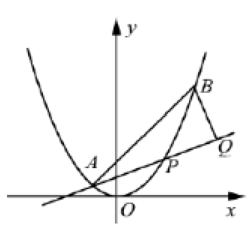
2.把握公式的本质，简化运算

我们都知道公式 $|AB|=\sqrt{1+k^2}|x_1-x_2|=\sqrt{1+\frac{1}{k^2}}|y_1-y_2|$，是解析几何中用于求斜率为k的直线与圆锥曲线相交时的弦长。其中 x_1,x_2 是两交点的横坐标 y_1,y_2 是两交点的纵 坐标。这个公式大多数情况下是用来求弦长，所以习惯上我们称之为“弦长公式”。然而，弦长公式真的只能用来求弦长吗？在教学中我们发现，大多数学生只有在求直线与圆锥曲线的相交弦长度时，才会想起使用这个公式，而在涉及“弦”的两个端点不全在圆锥曲线上的长度问题时，往往不会想到使用该公式。是什么限制了学生的思维？弦长的本质究竟是什么？回顾弦长公式的推导过程，不难看出弦长公式的本质就是直线上两点间的距离，只不过用直线的斜率和两点的横坐标或纵坐标进行表示而已。在浙江省的2017年的高考题中也对这个公式的本质应用进行了考察。

【案例4】　（2017浙江卷21题）如图，已知抛物线 $x^2=y$.点 $A\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$，$B\left(\frac{3}{2},\frac{9}{4}\right)$，抛物线上的点P（x，y）$\left(-\frac{1}{2}<x<\frac{3}{2}\right)$，过点B作直线AP的垂线，垂足为Q.

（I）求直线AP斜率的取值范围；

（II）求 $|PA|\cdot|PQ|$ 的最大值.



P、A两点是直线与抛物线的两个交点，学生容易想到用弦长公式求|PA|长度，但是P、Q只有一点在曲线上，学生就只会用两点间的距离公式求|PQ|的长度，增加了运算难度。其实，|PQ|完全可以用弦长公式运算，即 $|PQ|=\sqrt{1+k^2}(x_Q-x_P)$。

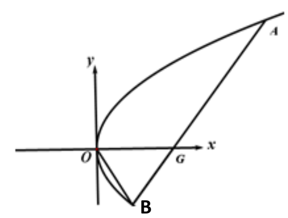
这样的用知识的本质来简化运算在解析几何运算问题中比比皆是，比如上题中第一小题的解法可归结于与抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 交于 A、B 两点的直线的斜率公式的化简 $k_{AB}=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{y_A-y_B}{\frac{y_A^2}{2P}-\frac{y_B^2}{2p}}=\frac{2p}{y_A+y_B}$，这里的化简抓住了A、B是抛物线上两点的本质，简化了运算。

在日常课堂教学中，我们应摒弃直接告诉学生运算方法和结果的做法，着眼与知识的本质，让学生亲身经历数学运算的全过程，学会探究运算方向，选择运算方法，从而体会在数学运算过程中成功所带来的乐趣，从而提升学生的数学运算、逻辑推理等核心素养。

（四）合理预判、调整切入口，找准运算方向

通常情况下，解析几何问题，信息量大，表达方式多变，“横看成岭侧成峰，远近高低各不同”，不同的学生对相同的条件有不同的认识。在解析几何的运算过程中，倘若能适时地预判解题方法，改变分析问题的角度，调整解题的切入口，往往会有“山穷水尽疑无路，柳暗花明又一村”的豁然开朗之感。

【案例5】　已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$，过点 $G(3p,0)$ 的直线 l 与抛物线 C 交于 A、B 两点（点 B 在第四象限），O 为坐标原点，且 $\angle OBA=90°$，求直线 l 的斜率.



大部分同学的解法：设直线AB的方程为 $x=my+3p$，

联立方程 $\begin{cases}y^2=2px\\x=my+3p\end{cases}$，得 $y^2-2pmy-6p^2=0$，利用求根公式解得点坐标 $y_B=pm-p\sqrt{m^2+6}$，$x_B=pm^2+3p-pm\sqrt{m^2+6}$，由 $\angle OBA=90°$ 可知，$k_{OB}=-\frac{1}{m}$，所以 $\frac{pm-p\sqrt{m^2+6}}{pm^2+3p-pm\sqrt{m^2+6}}=-\frac{1}{m}$，化简得 $m=\sqrt{2},k_{AB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 利用这种方法做出的学生运算能力已经是不错的，很多同学在涉及到求点B坐标时就已经打算放弃了。

1.从运算过程中的不常规进行预判

预判：曲线方程与直线方程联立后得到的一元二次方程利用求根公式求根，这是一种不常规的运算方式。在解析几何的运算过程中我们往往利用韦达定理“设而不求”来减少运算量。若涉及到求根，往往说明我们的思考角度有问题，应该“迷途知返”，调整切入口。

2.从题目的条件出发优化切入口

优化切入口方案1：从条件 $\angle OBA=90°$ 出发，可知 $k_{AB}\cdot k_{OB}=\frac{2p}{y_A+y_B}\cdot\frac{2p}{y_B}=-1$，化简得 $y_A\cdot y_B+y_B^2=-4p^2$（1），这里可以用韦达定理中的 $y_A\cdot y_B$。

联立方程 $\begin{cases}y^2=2px\\x=my+3p\end{cases}$，得 $y^2-2pmy-6p^2=0$，$y_A\cdot y_B=-6p^2$（2）

由（1）（2）可得$y_B^2=2p^2$，$y_B=-\sqrt{2p}$，$x_B=p$，$k_{AB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

优化切入口方案2：从条件A、B、G三点共线出发，因为$\angle OBA=90^{\circ}$，所以$OB\perp BG$，所以点B在以OG为直径的圆上，联立抛物线与圆方程$\begin{cases} y^2=2px \\ (x-3p)^2+y^2=\frac{9}{4}p^2 \end{cases}$，消去$y^2$，可得$x_B=p$，所以$y_B=-\sqrt{2p}$。将直角的条件转化为圆方程，利用与$y^2$有关的两个二次方程联立减少了运算量。

3.从题目的结论出发优化切入口

优化切入口方案3：从结论出发，求直线斜率k就直接设直线AB的方程为$y=k(x-3p)$，由$\angle OBA=90^{\circ}$，可得直线OB的斜率为$-\frac{1}{k}$，联立直线AB与直线OB方程：$\begin{cases} y=-\frac{1}{k}x \\ y=k(x-3p) \end{cases}$

解得$B(\frac{3pk^2}{k^2+1},\frac{-3pk}{k^2+1})$，从而将原本的二次方程联立降为一次方程联立，减少了运算量。

而点B在抛物线上，将点B坐标代入抛物线方程$y^2=2px(p>0)$，可得$k_{AB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$。

及时地预判并调整解题切入口，对于学生的数学素养有较高的要求，我们很多同学在解决解析几何问题时，往往一条路走到黑，他无法判断自己走的路到底是否走得通，路到底有多长。这就需要教师在平时的教学中，不断渗透各种数学核心素养，通过不断地归纳、总结、训练，找到数学直观条件，从而进行直观想象、数学抽象，进行逻辑推理并判断解题方向。

三、优化解析几何运算的反思

（一）“优化解析几何运算”需要符合学生的学情

不同的学生理解掌握知识的能力不同，在优化解析几何运算的过程中，要因材施教，采取灵活变通的教学策略。面对基础比较薄弱的学生，要优化他们的运算习惯；面对中等的学生，要引导他们掌握知识的本质优化他们的运算方法；面对能力较强的学生，要优化他们的运算思维，提高运算能力。

（二）“优化解析几何运算”需要有信心和恒心

“罗马不是一天建成”，解析几何运算的优化过程也不是一蹴而就的。需要教师在日常教学中逐步渗透，如常见运算错误的总结，常见运算方法的强化等等，我们要有信心能提高学生的运算能力。同时，我们要给学生足够的时间和空间体会和练习，要有足够的恒心和毅力，相信通过在日常教学中的不断渗透，学生有能力改善自己存在的运算问题，逐步提升自己的数学素养。

（三）“优化解析几何运算的方法”更待完善

以上我们仅仅给出了一些让学生在解题时克服困难的常规方法，它们并不完善、并不完美，更待我们后续的完善。但是它们立足数学学科核心素养，让学生初步养成良好运算习惯，理清算理，把握知识本质，找准运算方向，优化解题策略，减少学生在解析几何问题中的运算量，提高解题效率，增强自信心。

参考文献

[1]中华人民共和国教育部.普通高中数学课程标准（2017年版）.北京：人民教育出版社，2018.

[2]王弟成.一类解析几何综合题运算困境突破[J].中学数学教学参考：2014（4）.

[3]李宽珍.基于核心素养理念下的解题教学初探[J].中学数学：2018（3）.

[4]傅建红.让“弦长”回归“任意两点间距离”的本质——探析弦长公式的误区及其在求“非弦”长度问题中的应用.中学数学2013（3）.

（上接第145页）

该数据库的链接设置在图书馆的官网上面，对于有资格获得相应授权的用户开放，以保证用户获得有价值的信息，也有利于长期维护新老用户。

（五）定期开展信息服务的咨询工作

第一，图书馆要对一些重点的学科项目（如学科的进展情况和学科进程中存在的问题）进行密切关注，需要定期针对性地联系学科负责人及时提供其所需的文献资料信息服务，积极主动地参与学术的研究。第二，定期做相关的文献需求调查工作，及时了解读者对文献的需求，根据需求完善相关的文献收集工作。同时也要完善“学科馆员责任制”即派专人与重点的学科项目的负责人联系，主动深入了解他们在学科方面的需求，然后针对性地提供服务项目。第三，信息咨询工作完成存档，不代表信息咨询工作的结束。信息咨询员还需要做好信息文献的更新工作，对于及时更新的信息需要做好收集和整理工作，及时联系到读者给读者提供最新的信息，进而档案也需要进一步完善。这是一项比较繁琐的程序，但是对于长期维护和读者的关系、带给读者满意和安心的服务体验方面，发挥着非常关键的作用。

（六）利用互联网实现资源共享

在互联网时代，读者的阅读方式也发生了根本性的改变。图书馆需要根据用户的上网习惯来开展针对性的资源共享服务。例如，除了图书馆官网还要引入微信公众号、微博、知乎、QQ等社交论坛，关于图书馆的信息资源可以利用这些论坛统一发送给读者，发送的形式可以是图片也可以是视频或者音频动画等，利用新媒体的生动性和广泛性，保证读者以自己最方便的上网习惯了解到图书馆的信息资源，真正实现互联网资源的共享。

（七）加大信息咨询服务的开发力度

要想获得信息咨询服务工作的创新和发展，必须加大信息咨询服务系统的开发力度，不能只停留在表层，浅尝辄止。需要对该项工作投入人力物力和财力，优化信息服务系统的硬件设施和软件设施，进而扩大信息咨询服务系统的规模，促进该项工作迈向更高水平的发展阶段。只有加大信息咨询服务的开发力度，我们才能紧跟着大数据时代的步伐建设高水平、高层次的现代化图书馆。

总结

通过对信息咨询服务的特点和程序的分析，我们了解到信息咨询服务工作是什么、它主要面向的对象是谁、大致的开展流程是什么。然后我们提出了图书馆信息咨询服务工作存在的四个问题，主要是信息咨询服务工作起步晚人员素质低、网络信息冗杂造成了读者和工作人员的低效率、读者对于信息咨询服务工作认识浅薄以及信息咨询服务工作投入资金不足且开发力度低。在分析过面临的主要问题之后，提出了信息咨询服务系统创新和发展的七点策略。分别包括：对图书馆的数字资源进行整合保证图书馆资源的完整性、提高图书馆工作人员的专业素质、加强对读者的教育和宣传活动、创新多元化的在线信息服务、定期开展信息服务的咨询工作尤其是密切关注学科性项目、利用互联网实现信息资源的共享以及加大信息咨询服务的开发力度。通过这七点策略我们可以深化信息咨询服务的创新和发展工作，建设高品质高层次的高端现代化图书馆。

参考文献

[1]韩丽.提升大学图书馆服务质量的创新发展策略[J].中国管理信息化，2017，20（4）：175-176.

[2]张勤.推动图书馆发展的服务创新策略研究——评《高校图书馆服务创新案例精编》[J].图书馆工作与研究，2017，1（8）：108-110.

[3]佚名.基于微创新策略的图书馆学科微服务设计[J].图书馆学研究，2018，No.435（16）：95-98.

[4]唐碧群.互联网时代高校图书馆服务创新策略[J].管理观察，2018（4）：131-133.