

数形结合思想在初中数学教学中的应用

刘彦喜

(衡南县车江中学 湖南 衡阳 421131)

【摘要】 新课程改革理念下强调和倡导不仅要让学生掌握应知应会的知识内容,还要让学生学习分析问题的视角和解决问题的办法,让学生应用科学的思维思考,养成良好的学习习惯和方法。数学思想方法是数学中最核心、最关键的内容,也是数学问题解决的指导性、统领性思想,特别是初中数学,数学结合思想方法的应用非常广泛,能够助力学生数学核心素养的形成与发展。本文主要对数形结合思想在初中数学教学中的应用进行分析和探究。

【关键词】 数形结合思想; 初中数学; 教学应用

一、数形结合思想的概念

数形结合思想是根据数学问题的已知条件和结论之间所存在的一种内在联系,不光要分析数量上的关系,还要揭示相应的几何意义。从而将数量关系同几何图形进行巧妙的结合,进而有效利用这种结合,来探究解决相应数学问题的思路,找到解决问题的思考方法。

二、数形结合思想教学方式的意义

(一) 在教学中渗透数形结合思想,有利于学生运用这种思想分析数学问题的意识。

(二) 应用数形结合思想,可以使学生在解决问题的时候更加灵活,不断增强分析及解决问题能力。

在初中数学教学过程当中,如果教师能够有效运用数形结合的思想进行教学,那么就可以有效激发学生学习数学的兴趣,从而培养并提高学生的思维能力,促进学生形成良好的数学思维能力。

三、初中数形结合思想在数学教学过程中的应用

数形结合在各年级中都得到充分的利用。在平面几何中《圆》这一章,点与圆的位置关系,直线与圆的位置关系,圆与圆的位置关系,也是通过数形联系来描述的。

例如:圆与圆的位置关系,设两圆的半径分别为 R 、 r ($R>r$), 圆心距为 d , 则当 $d>R+r \Leftrightarrow$ 两圆外离

当 $d=R+r \Leftrightarrow$ 两圆外切

当 $R-r<d<R+r \Leftrightarrow$ 两圆相交

当 $d=R-r \Leftrightarrow$ 两圆内切

当 $d<R+r \Leftrightarrow$ 两圆内切

这种描述,正是通过数形结合来揭示事物本质特征,既直观又能体现了运动变化的规律。

又如,代数中,二次函数图象 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$), $\Delta=b^2-4ac$.

当 $\Delta>0 \Leftrightarrow y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴有两个交点。

$\Delta=0 \Leftrightarrow y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴有一个交点。

$\Delta<0 \Leftrightarrow y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴无交点。

以上所提到的“数” \Leftrightarrow “形”揭示了数形结合是数学中应遵循的规律,“数”与“形”的教学不能孤立进行,而应是交错进行,相辅相成。

“数形”结合在解题教学中常表现为以下两个方面:

(一) 利用几何图形解决代数问题

例1. 已知正实数 x , 求 $y=\sqrt{x^2+4}+\sqrt{(2-x)^2+1}$ 的最小值。

分析: 将 $\sqrt{x^2+4}+\sqrt{(2-x)^2+1}$

整理为 $\sqrt{(x-0)^2+(0-2)^2}+\sqrt{(x-2)^2+(0-1)^2}$,

即看作是坐标系中一动点 $(x, 0)$ 到两点 $(0, 2)$ 和 $(2, 1)$ 的距离之和, 于是本问题转化为求最短距离问题。

解: $y=\sqrt{(x-0)^2+(0-2)^2}+\sqrt{(x-2)^2+(0-1)^2}$,

令 $P(x, 0)$ 、 $A(0, 2)$ 和 $B(2, 1)$, 则 $y=PA+PB$.

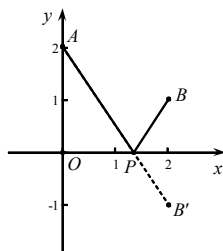
作 B 点关于 x 轴的对称点 $B'(2, -1)$, 则 y 的最小值为

$$AB'=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}.$$

(二) 利用代数计算解决几何问题

例3. 直线 $y=bx+c$ 与抛物线 $y=ax^2$ 相交, 两交点的横坐标分别为 x_1 、 x_2 , 直线 $y=bx+c$ 与 x 轴的交点的横坐标为 x_3 .

$$\text{求证: } \frac{1}{x_3} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}.$$



【分析】 本题是研究抛物线和直线相交的相关问题, 只是由于 a 、 b 、 c 的符号不确定, 导致抛物线和直线在坐标系中位置不确定, 考虑问题需要进行分类讨论, 比较麻烦。如果将问题代数化, 看成有关方程的问题, 进行相关的计算, 就省去了分类的麻烦。

解: \because 直线 $y=bx+c$ 与 x 轴的交点的横坐标为 x_3 ,

$$\therefore bx_3+c=0. \quad \therefore x_3=-\frac{c}{b}. \quad \frac{1}{x_3}=-\frac{b}{c}.$$

\because 直线 $y=bx+c$ 与抛物线 $y=ax^2$ 两交点的横坐标分别为 x_1 、 x_2 ,

$\therefore x_1$ 、 x_2 为关于 x 的一元二次方程 $ax^2-bx-c=0$ 的两个不等实根。

$$\therefore x_1+x_2=\frac{b}{a}, \quad x_1x_2=-\frac{c}{a}.$$

$$\therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1+x_2}{x_1x_2} = \frac{\frac{b}{a}}{-\frac{c}{a}} = -\frac{b}{c}. \quad \therefore \frac{1}{x_3} = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}.$$

四、总结

在数形转化过程中, 必须遵循等价转换原则, 数形互补原则。初中数学教材中, 数形结合的例子很多, 仅从举过的例子可以看出, 代数, 几何虽然各有不同特点和思考问题的方法, 但是, 完全有可能, 有必要把它们的知识联系起来, 因而我们数学教师应该在抓好代数, 几何的基础知识的前提下, 有意识地引导学生用数形结合的思想分析问题和解决问题。在此, 应注意培养学生以下几点: (1) 观察图形, 挖掘图形中蕴含的数量关系。(2) 正确绘制图形, 反映图形中相应的数量关系。(3) 切实把握“数”与“形”的对应关系, 以图识性, 以性识图。进而, 加深对知识的理解与掌握, 开拓思维。

参考文献

[1] 朱春苗. 数形结合思想在初中数学教学中的应用[J]. 中国校外教育, 2019(28).

[2] 夏志勇. 数形结合思想在初中数学教学中的应用[J]. 读写算, 2019(3).

[3] 施秋华. 数形结合思想在初中数学学习中的运用[J]. 数理化学习(初中版), 2019(10).