三角形面积的最值问题探究

孙应林
（青海省大通回族土族自治县第二完全中学　青海　西宁　810109）

［摘　要］随着我国教育体制的不断变化，各学科的重点和考点也发生了偏移，根据我国2018年更新的高考考纲所进行的标注，解三角形所涉及的问题成为新的考试重点和频考知识点。同时，新课标也对高三数学中的解三角形问题作出了新的规定和要求。

［关键词］三角形；高中数学；数学

1. 高考题●聚焦切口

（2013课标全国Ⅱ，理17）（本小题满分12分）△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知a＝bcos C＋csin B.

（1）求B；　（2）若b＝2，求△ABC面积的最大值

这是一道2013年的全国卷2第17题，是考卷的第一道大题，本题主要考察正余弦定理的概念和简单应用，以及函数、不等式的综合应用能力。每当将该题呈现给学生后，在限定的时间内很难准确地完成，究其原因有二：（1）学生对三角函数及解三角形理解不到位，基本的公式概念、角化边、边化角不会应用，更为主要的是三角形内角和定理的应用掌握不到位，不能将sinA转化为sin（C+B），进而无法完成第一问的解答。（2）本题是在解三角形、函数、不等式、解析几何等交汇处命题，难度较大，综合性较强，对学生的能力要求更高。

2. 解法探究●开拓思路

这里第一问的解法省略，主要探究第二问的解法。我们知道要求三角形的面积的最值，则：

第一、需要明确三角形面积的常用计算方法都有哪些：

S=1/2ah=1/2absinC=1/2acsinB=1/2bcsinA=1/2r（a+b+c）

第二、明确数学中求最值的方法主要有两类：1、函数的思想方法，2、不等式的思想方法。

第三、根据自己的能力和所掌握的方法选定解题思路，认真求解。

方法1、函数思想方法：

由第一问可知三角形中已知b＝2，$B=\frac{\pi}{4}$．则由三角形的内角和为π，所以$A+C=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$可以得出A与C的关系为：

$\sin A=\sin\left(\frac{3\pi}{4}-C\right)$而由正弦定理可以得出a与A的关系为.所以三角形的面积为：

$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}\Rightarrow a=2\sqrt{2}\sin A$.所以三角形的面积为：

$$S=\frac{1}{2}ab\sin C=2\sqrt{2}\sin A\sin C=2\sqrt{2}\sin\left(\frac{3\pi}{4}-C\right)\sin C$$

$$S=2\sin^2 C+2\sin C\cos C$$

$$S=\sin 2C-\cos 2C+1$$

$$S=\sqrt{2}\sin\left(2C-\frac{\pi}{4}\right)+1$$

到此三角函数的面积问题转化为三角函数的最值问题了，只需要确定角C的取值范围即可。由$A+C=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$可得角C的范围：$0\le C\le\frac{3\pi}{4}$. 从而可得$-\frac{\pi}{4}\le 2C-\frac{\pi}{4}\le\frac{5\pi}{4}$. 根据正弦函数的图像可知三角形面积的最大值为$\sqrt{2}+1$。

反思归纳：利用函数解决最值问题时，先要确定两个变量间的函数关系，然后在确定自变量的取值范围，根据函数的单调性解决最大最小值。

方法2、基本不等式思想方法

我们知道如果要用基本不等式解决最值，需要明确几个不等关系：

重要不等式：$a^2+b^2\ge 2ab$

基本不等式：$\frac{a+b}{2}\ge\sqrt{ab}$

那么根据两个不等关系发现这些关系中的一些式子可以出现在余弦定理中。则$S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{\sqrt{2}}{4}ac$，要计算三角形面积的最大值，只需要计算ac乘积的最大值。

由余弦定理可知：

$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$$

$$4=a^2+c^2-\sqrt{2}ac$$

$$4+\sqrt{2}ac=a^2+c^2\ge 2ac$$

$$2ac-\sqrt{2}ac\le 4$$

$$ac\le 4+2\sqrt{2}$$

则：$S=\frac{\sqrt{2}}{4}ac\le\sqrt{2}+1$

所以可以解得三角形面积的最大值。

反思归纳：如果用基本不等式解决三角形面积的最大值，则可以发现已知条件为某条边及其对角，面积公式的选择就非常的明确，知道哪个角就用那个面积公式。带入后面积公式中只含有另外的两个边长乘积是未知的。这时候借助余弦定理和重要不等式即可解决两边乘积的最大值。这个方法在计算方面更为简单明了，单纯的计算面积的最值时可以优先选择不等式方法解决。

3. 变式探究●加强巩固

（2013课标全国Ⅱ，理17）（本小题满分12分）△ABC的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知a＝bcos C＋csin B.

求B；　（2）若b＝2，求a+c 的取值范围

思考：本题第二问已知条件没发生改变：b=2，$B=\frac{\pi}{4}$. 问题改为另外两边之和的取值范围。则可以根据面积最大值的解法去考虑：函数思想或者不等式思想。学生可以讨论探究，激发学生的学习激情，教师适当的做一辅导即可。

参考文献

[1]王雪梅.探究性教学视角下三角函数诱导公式的教学设计研究[D].西北大学，2018.

分析交通公路工程混凝土防冻措施及施工控制

曹　斌
（江苏省沭阳县通达公路养护工程有限公司　江苏　宿迁　223600）

［摘　要］对交通公路工程施工项目进行分析，总结混凝土防冻施工的必要性。认识到当前交通工程施工中存在的问题，旨在通过各项防冻施工方案的分析，落实具体的施工管理措施，以提高交通公路工程的施工效果，为行业的稳步运行及发展提供支持。

［关键词］交通公路；工程；混凝土；防冻措施

在交通公路工程施工中，由于行业的不断发展，工程项目对混凝土的需求逐渐增大，施工单位为了缩短工期，出现了混合季节施工的问题，若遇到冬季施工的问题，会增加混凝土的施工难度，而且，交通公路工程中的混凝土受到季节影响会出现冻裂现象，降低交通公路的整体质量。因此，在交通公路工程中，为了提升混凝土防冻效果，在具体的施工中，施工部门需要根据以往的经验，细化混凝土配合比流程，并通过防冻措施的落实，提高交通混凝土的施工质量，为工程项目的质量提升提供参考。

一、交通公路工程混凝土防冻原理

通过对交通公路工程项目施工状况的分析，在混凝土防冻措施落实中，需要施工单位根据项目的特点，确定混凝土配合比以及材料的构成，避免混凝土材料受到温度的影响，增强混凝土材料的配合比效果。对于施工单位，在交通公路工程中，当遇到室外温度过高的问题，应该注意水化速度增大的效果，所以，在具体的混凝土防冻施工中，需要确定材料的配比方案，以更好的提高混凝土施工效果，为交通公路产业的稳步发展提供支持[1]。

二、交通公路混凝土冻害原因

根据交通公路工程的项目特点，在混凝土配合比中，应该认识到引发混凝土冻害的原因，第一，在混凝土处理中，混凝土浇筑时容易受到浇筑流程的影响，导致混凝土在冻害的影响下增加固化时间，而且也会降低混凝土自身的强度。第二，在混凝土固化中，当出现混凝土受冻的问题，会减低材料的性能，使整个混凝土结构指廊降低，无法提高混凝土施工的整体质量。第三，根据混凝土工程项目的特点，在材料受冻害之前，当遇到冬季温度差异的情况，在具体的施工中，施工单位应该科学配比混凝土材料，通过混凝土受冻条件的分析，确定固定的配合比，若不能合理控制混凝土材料，会降低混凝土的整体性能，而且也会影响混凝土材料的水灰比及温度等[2]。

三、交通公路工程混凝土防冻措施及施工控制

（一）施工前的准备