

基于直接法快速计算工程力学未知力教学研究

王赞

(内蒙古建筑职业技术学院 内蒙古 呼和浩特 010070)

摘要分析工程力学教学过程中关于静定结构未知力的计算过程,以直接法为基础,按照同方向(或转向)为负,反方向(或转向)为正规律,进一步简化计算分析过程,特别是针对静定梁支座反力、弯矩、剪力计算,还对多力杆件轴力,圆轴扭转的扭矩等内力计算的直接法进行了详细的计算过程分析。改善了原来计算未知力出现的重复过程,对直接法未知力计算过程实现系统性分析,提高求解未知力的速度和准确性。

关键词平衡方程;直接法;约束力;内力;截离体

DOI 10.12252/j.issn.2096-627X.2019.11.1102

工程力学是一门理论性较强,与工程技术联系极为密切的技术基础学科,在工科类专业和教学中发挥重要的作用,其中重要基础部分包括静力学和材料力学,在工程力学的教学过程中,通过算法提供未知力的计算,从而解决工程实际问题,未知力可以是工程结构的外力如约束反力、支座反力等,也可以是构件或结构的内力,如轴力、弯矩、剪力、扭矩等,传统的计算方法是静力学平衡方程^[1],利用平衡计算的一般式,即投影方程 $\sum FX=0$ 、 $\sum FY=0$ 和力矩方程 $\sum MA=0$ 计算未知力,投影方程的列出,需要建立在合力投影定理基础之上;力矩方程的列出,必须在合力矩定理的基础之上,前者由力在同一坐标轴投影的代数和为零,建立投影方程,计算未知力;后者由对矩心力矩代数和为零,建立力矩方程,计算未知力或力矩,而两个方程的列出,必须保证其正确性,这里涉及力和力矩在各自方程中正负号表达是否正确,一个正负号错误,必然影响计算结果的准确性,导致满盘皆输,前功尽弃。

这样的计算过程当然没有问题,但是在复杂问题计算过程中,总要重复进行列方程,移项,求解,辨识正负号,确定真实方向。必然会浪费大量篇幅,放慢求解速度,特别是在工程结构计算杆件内力,画内力图问题中,更会使得计算过程拖沓冗长,烦琐不堪。而直接算法使得未知力或力矩计算过程大为简化,所谓直接算法^[1],是以静力学平衡方程为基础,总结出来的直接计算未知力的简便方法,归结起来就是直接建立未知力与已知力的等量关系,利用未知力(或力矩)等于已知力(或力矩)代数和的求解方法。其中对于等号右侧已知力(力矩)的正负号,我们按照“同方向(转向)为负,反方向(转向)为正”方法确定^[3],这里的“同方向或转向”是以未知力或力矩为参考,已知力或力矩与其比较之后而得到的正负号的确定,我们以静定结构的支座反力计算为例,说明计算过程:

首先假定支座反力的方向,画出被研究对象的分离体受力图,以未知力的假定方向作为已知力的参考,按照“同方向(转向)为负,反方向(转向)为正”方法^[3],确定未知力的正负号,即支座反力等于与支座反力平行其他外力的和,即 F_R 支座反力 $=\sum F_P$ (与支座反力平行外力代数和)或支座反力对矩心力矩等于已知力对同一点力矩的代数和,即 $M_A(F_R)=\sum M_A(F_{Pi})$ 。(已知力对A点的力矩代数和)。

1. 计算图1-1所示简支梁A、B处的支座反力,已知 $F_p=80\text{KN}$, $q=40\text{KN/m}$, $M=160\text{KN}\cdot\text{m}$ 。

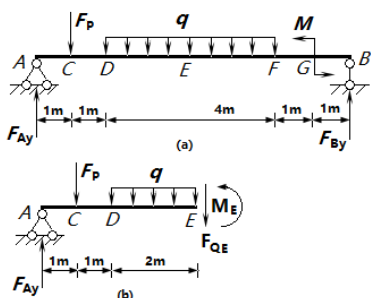


图1-1

解:计算 F_{Ay} 以B点为矩心力矩平衡方程求解,由直接法可知, F_{Ay} 产生力矩等于其他力矩的代数和与 F_{Ay} 产生力矩同转向的已知力矩在等号右侧为负,转向相反的已知力矩在等号右侧为正。如下表一:

表格一已知力矩正负号的确定

力的名称	未知力 F_{Ay} 对B点的力矩	分布力 q 对B点的力矩(已知力矩)	F_P 对B点的力矩(已知力矩)	M (已知力矩)
转向或方向	顺时针(假定)	与未知力矩转向相反为正	与未知力矩转向相反为正	与未知力矩转向相反为正

直接列出求解未知力的表达式:

$$8F_{Ay} = 7F_p + 4q \times (2+2) + M$$

$$F_{Ay} = (7 \times 80 + 4 \times 40 \times 4 + 160) \div 8 = 170\text{KN}$$

表格二已知力正负号的确定

力的名称	未知力 F_{By}	分布力 q 向下(已知力)	F_P 向下(已知力)	F_{Ay} (已知力矩)
转向或方向	向上(假定)	与未知力方向相反为正	与未知力方向相反为正	与未知力方向相同为负

$$F_{By} = F_p + 4q - F_{Ay} = 80 + 160 - 170 = 70\text{KN}$$

其次是内力计算,在工程力学中,首先规定了内力的正负号,以区分不同方向和转向的内力,其内力正负号规定如下表^[2]。

表格三内力正负号规定

内力符号	内力名称	正方向	负方向
FN	轴力	轴向拉力为正	轴向压力为负
FQ	剪力	使截离体顺时针转动为正	使截离体逆时针转动为负
M	弯矩	使梁段弯曲下凸为正	使梁段弯曲上凸为正
T	扭矩	截面外法线与扭矩转向符合右手螺旋定则为正	截面外法线与扭矩转向不符合右手螺旋定则为负

2. 剪力和弯矩计算;简支梁受力如图所示,已知 $M=160\text{KN}\cdot\text{m}$, $q=40\text{KN/m}$, $F_p=80\text{KN}$,求出DF中点E截面的弯矩值和剪力值。

解:首先假定E截面剪力和弯矩为正值,其方向与转向如图1-3(b)所示。据直接法计算剪力和弯矩,以截离体为研究对象,弯矩等于截离体上以E点截面形心为矩心力矩和;剪力等于截面所属截离体上与剪力平行外力之和,其表达式分别为:

$$M = \sum M_E(F_{Pi}); F_Q = \sum F_{Pi}$$

已知 $F_{Ay}=170\text{KN}$, $F_{By}=70\text{KN}$
 可得E点弯矩: $M_E = F_{Ay} \cdot 2 - F_p \cdot 3 - q \cdot 2 \cdot 1 = 340 - 240 - 80 = 20\text{KN}\cdot\text{m}$,
 E点剪力: $F_{QE} = 170 - 80 - 80 = 10\text{KN}$

3. 轴力计算

如图1-2所示,多力杆件受力情况如下。求出杆件指定1-1截面和2-2截面的轴力值

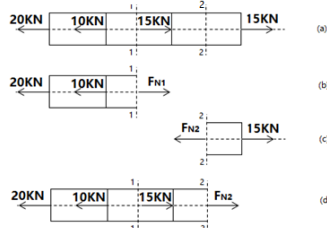


图1-2

解:首先假定1-1, 2-2截面轴力为拉力(正向内力)内力如图(b), (c)或(d)所示,据直接法计算轴力,即轴力等于截离体上与轴力平行外力的代数和。表达式为:

$$F_{N1} = \sum F_{Pi}$$

由此可知: $F_{N1} = 20\text{KN} + 10\text{KN} = 30\text{KN}$ (轴向拉力),
 $F_{N2} = 20\text{KN} + 10\text{KN} - 15\text{KN} = 5\text{KN}$ 如(d)图所示或由(c)图 $F_{N2} = 15\text{KN}$ 亦可

4. 扭矩计算

已知圆轴直杆受外力偶矩情况如图1-3所示,计算指定1-1、2-2、3-3截面扭矩值。

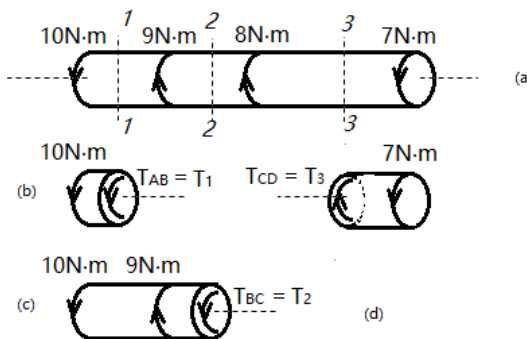


图1-3

首先假定1-1截面、2-2截面3-3截面扭矩为正,其转向如图1-2(b)、(c)、(d)所示。据直接法计算截面扭矩值,即扭矩等于截离体上外力矩之和,其表达式分别为 $T = \sum M_i$ 。

由此可知: $T_{AB} = T_1 = -10\text{KN}\cdot\text{m}$, $T_{CD} = T_3 = 7\text{KN}\cdot\text{m}$, (如图b、d所示)
 $T_{BC} = T_2 = 9\text{KN}\cdot\text{m} - 10\text{KN}\cdot\text{m} = -1\text{KN}\cdot\text{m}$ (如图c所示)

综上所述可知,我们对直接法计算规则进行了改善,在工程力学教学过程中,使得我们对静力学和材料力学未知力的计算有了一个比较统一的计算规则和简便计算方法,即等号右侧已知力(或力矩)的和,对正负号的规定,采用了“同方向(转向)为负,反方向(转向)为正”确定方法^[1],统一确定直接法计算未知力的正负号规则,扩大了计算未知力的范围,和以往工程力学教学内容比较,对工程力学中未知力计算的直接法,不仅仅是停留在对梁的弯矩和剪力的计算,采用此法之后,对约束力(支座反力)、轴力、扭矩的计算,直接法都是简洁而适用的。通过这样的教学方法,极大地改善了教学效果,提高了学生对工程力学计算掌握的能力,使得复杂问题得到简化,有效提高解决问题的速度和正确率。

统计机器学习中的过拟合问题

陈克根

(十堰市职业技术(集团)学校 湖北 十堰 442000)

[摘要]在20世纪80年代的时候,符号学习还是机器学习的主流,而自从20世纪九十年代以来,就一直统计机器学习的天下。机器学习从纯粹的理论研究和模型研究发展到解决现实生活中实际问题为目的的应用研究。机器学习算法赋予了机器学习的能力,学习的好坏可以用预设的误差函数来衡量。机器学习中可能存在过拟合或者欠拟合的问题,这影响着机器学习算法的好坏,本文对过拟合问题进行了研究,分析出了两种可以解决过拟合问题的方法。分别是使用充分的数据集,和使用合适复杂度的数据集。通过对统计机器学习基础理论的研究,得出了有关机器学习模型的建立的启示,在以后设计机器学习模型时可以作为参考。

[关键词]人工智能;统计机器学习;过拟合;欠拟合

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-627X.2019.11.1103

一、统计机器学习问题

机器学习是一门,致力于研究如何通过计算的手段,利用经验来改善系统自身的性能。在计算机系统中,“经验”通常以“数据”形式存在,因此,机器学习所研究的主要内容,是关于在计算机上从数据中产生“模型”的算法(“模型”泛指从数据中求得的结果),即学习算法。有了学习算法,再把经验数据提供给学习算法,它就能基于这些数据产生模型;在面对新的情况时,模型会给我们提供相应的判断。如果说计算机科学是研究关于“算法”的学问,那么机器学习就是研究关于“学习算法”的学问。

二、机器学习模型

要进行机器学习,首先要有数据。每一条数据相当于一条记录,这组记录的集合称为一个数据集,其中每条记录是关于一个事件或对象的描述,称为一个示例或样本。反映事件或对象在某方面的表现或性质的事项称为属性或特征。属性的取值称为特征值。属性张成的空间称为属性空间、样本空间或输入空间。每一个数据记录就在属性空间中对应一个坐标点。

其次,机器学习只有示例数据是不够的,要判断一个模型的好坏,还需要训练样本的结果信息即标签。拥有了标记信息的示例则称为样例,所有标记的集合称为标记空间或输出空间。

最后,机器学习算法要学得的,是反映数据集关系的假设。从数据中求得模型的过程称为学习或训练,这个过程通过执行某种学习算法来进行,使用训练数据学得模型对应了关于数据的某种潜在的规律,因此被称为假设。我们可以把学习过程看作一个在所有假设组成的空间中进行搜索的过程,搜索的目标是找到与训练集匹配(拟合)的假设。

机器学习的目标是使学得的模型很好的适用于新样本,而不是仅仅在训练样本上工作得很好,训练样本只是全体样本空间的一个很小的采样。这种学得模型适用于新样本的能力,称为泛化能力,具有强泛化能力的模型能很好地适用于整个样本空间。于是,尽管训练集只是样本空间的一部分,算法仍然要求它能反映整个空间的特性,否则很难在训练集上学得在整个模型上效果好的模型。

三、过拟合与欠拟合

以机器学习的分类学习为例,把分类错误的样本数占样本总数的比例称为错误率,即如果在 m 个样本中有 n 个样本分类错误,则错误率 $E = n/m$ 。学习器的实际预测输出与样本的真实输出之间的差异称为误差。在训练集上的误差称为训练误差或经验误差,在新样本上的误差称为泛化误差。显然,目标是获得泛化误差小的学习器。但是学习器事先并不知道新样本是什么样,实际能做的是努力使经验误差最小化,在很多情况下,我们可以学得一个经验误差很小的模型,甚至在样本上分类全部正确,错误率为零,但这样的模型多数情况下都不好。

实际希望是在新样本上能表现很好的学习器,为了达到这个目标,应该从训练样本中尽可能学出适用于所有潜在样本的普遍规律,这样才能在遇到新样本时做出正确的判别。如果学习算法对训练样本太匹配,很可能就把训练样本自身的一些特点当成了所有潜在样本都有的一般性质,这样就会导致泛化性能下降。这种现象在机器学习称为过拟合^[1],与过拟合相对的是欠拟合。

经过理论论证,有多种因素导致过拟合问题。最常见的原因是,训练集的数量级和模型的复杂度不匹配,训练集的数量级小于模型的复杂度。比如要拟合一个二阶多项式 $ax^2 + bx + c$,只使用两个坐标点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 是不能反映出二阶多项式的两个零点位置信息的,也就无法学习出真实的二阶多项式系数。还有的原因就是训练集和测试集的特征分布不一致,无法反映整个样本空间。或者样本里存在噪声数

参考文献

- [1]张慧珍.工程力学I.武汉:武汉理工大学出版社,2016年
- [2]杨力彬,赵平.建筑力学I.北京:机械工业出版社,2004年
- [3]王赞.“同为负反为正”在工程力学计算中应用[J].工程技术(文摘版)·建筑,2016(7):00064-00064.

作者简介:

王赞(1969.12-),男,汉族,内蒙古人,硕士,副教授,从事工程力学,建筑力学,普通物理,建筑装饰材料与施工等课程教学与研究。

据,干扰过大以至于模型记住了噪音特征,忽略了真实的输入输出间的关系。

四、避免过拟合的方法

首先,最直接的办法是数据增强。理论上讲,所有的过拟合无非是训练数据的缺乏和训练参数的增加。想要获得更复杂的模型,需要更多的参数,现在的神经网络模型因此也越来越深。但是训练样本的特征多样性如果无法表示出多样性,再多的训练参数也毫无意义,反而会造成过拟合。训练的模型泛化能力也会很差。大量数据带来的特征多样性有助于充分利用所有的训练参数。数据增强的手段一般有:

1. 收集更多数据;
2. 对已有数据加入高斯噪声,可能具有较低的失真水平;
3. 使用条件对抗神经网络(Conditional GANs)来产生对抗数据。

其次,可使用提前终止方式训练模型。提前停止其实是另一种正则化方法,在训练集和验证集上,一次迭代之后计算各自的错误率,当在验证集上的错误率最小,在没开始增大之前停止训练,因为如果接着训练,训练集上的错误率一般是会继续减小的,但验证集上的错误率会上升,这就说明模型的泛化能力开始变差了,出现过拟合问题,及时停止能获得泛化更好的模型。

最后,在神经网络中最流行的dropout法,dropout法的简单阐述就是在神经网络的神经元之间传播时,让某个神经元以一定的概率停止工作,可以使模型的泛化能力更强。因为dropout使得模型不会太依赖某些局部的特征。例如下图,一个完整的三层的全连接网络中,虚线代表临时dropout的神经元,激活值只从实线传播。

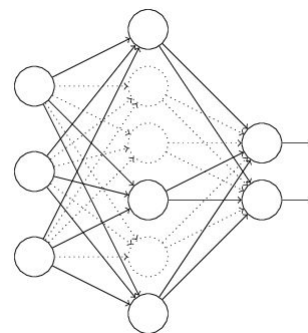


图1 dropout示意图

五、结论

能够避免拟合噪声的机器学习是健壮算法。过度拟合和欠拟合是一个根本问题,即使是经验丰富的数据分析人员也会感到不满意。有些模型看起来不错,但问题是他们甚至从未使用过测试集,更不用说验证集。

过拟合的方法总结下来就是,增强数据和减少不必要的模型特征多样性。在往后的机器学习中,多使用减轻过拟合的方法,使用测试集、验证集对算法进行测试。这样才能做出鲁棒的机器学习算法。

参考文献

- [1]Shalev-Shwartz, Shai.Understanding Machine Learning: From Theory to Algorithms[M].Cambridge University Press, 2014.