对一道课本例题变式的思考

林龙海

（福建省福州市长乐区教师进修学校　福建　福州　350200）

[摘　要] 本文就以近年来的中考题针对课本上一道例题的条件和结论作进一步的探索，进行观察、旋转、猜想等等，以寻求更多知识点之间的相互联系，或从不同的角度深入思考数学题之间的内在规律，并对这些中考题进行评析.数学教学要挖掘教材例题中潜在的价值，充分展示教学功能，使课本知识有效地浓缩，培养学生思维的发散性。

[关键词] 变式；中考试题；探究

《义务教育数学课程标准（2011年版）》指出：“人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展.”在新课标背景下，通过对数学课本上的例习题从不同层次、不同角度、不同背景进行一题多变可以很好地落实这一数学理念.

目前，笔者正在组织实施“题组教学提升学生数学核心素养的应用研究”的课题研究，立项编号：CL2019KT014，对课本例习题的变式可以加强不同知识点间的联系，加深对知识点的理解与巩固.通过对例习题的变式教学，可以引发学生向同一问题进行多角度的思考与探索，从而培养他们的发散性思维.

历年来的很多中考数学试题都来源于课本，是课本例习题的变式题.本文就近年来中考试卷中以课本一道例题为材料背景设计的中考题为例，进行归纳评析，供大家参考.

一、课本原题及其解法

如图1，分别以△ABC的边AB、AC为一边向外作正方形AEDB和正方形ACFG，连接CE、BG.

求证：BG=CE.

证明：∵在正方形ACFG和正方形AEDB中，$AC=AG$，$AB=AE$

$\angle BAG=\angle BAC+\angle CAG=\angle BAC+\angle BAE=\angle CAE$

∴$\triangle BAG\cong\triangle EAC$

∴$BG=CE$

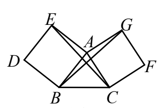

图 1

评析：本题考查了正方形的性质、三角形全等的判定与性质等核心知识，考查了三角形与四边形等几何图形的识别、分析与推理的基本技能.

二、由原题目引申出的中考变式题

1.变换图形的位置，增加探究结论

例1.（甘肃陇南）如图2，四边形$ABCD$、$DEFG$都是正方形，连接AE、CG.

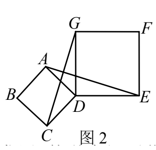

图 2

（1）求证：AE=CG；

（2）观察图形，猜想AE与CG之间的位置关系，并证明你的猜想.

评析：本题在对原位置改变下继续探索其他结论，使不同层次的学生得到不同的发展，使学生经历获得通过猜想到验证的解决问题方法，培养学生探究能力与解决问题的能力.

2.旋转图形的方向，探究原来结论

例2.（浙江义乌）如图3，四边形$ABCD$是正方形，G是CD边上的一个动点（点G与C、D不重合），以CG为一边在正方形$ABCD$外作正方形$CEFG$，连接BG，DE.我们探究下列图中线段BG、DE的长度关系及所在直线的位置关系：

（1）①猜想如图3中线段BG、DE的长度关系及所在直线的位置关系；

②将图3中的正方形$CEFG$绕着点C按顺时针（或逆时针）方向旋转任意角度a，得到如图4、如图5情形.请你通过观察、测量等方法判断①中得到的结论是否仍然成立，并选取图4证明你的判断.

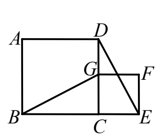

图 3

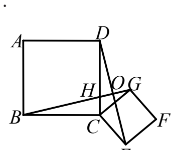

图 4

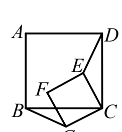

图 5

（2）将原题中正方形改为矩形（如图6-8），且$AB=a$，$BC=b$，$CE=ka$，$CG=kb$（$a\neq b$，$k>0$），第（1）题①中得到的结论哪些成立，哪些不成立?若成立，以图7为例简要说明理由.

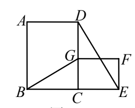

图 6

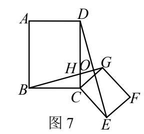

图 7

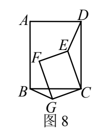

图 8

（3）在第（2）题图7中，连接DG、BE，且$a=3$，$b=2$，$k=\frac{1}{2}$，求BE^2+DG^2的值.

评析：本题在例1的基础上，增加了图形的旋转，让图形“动”起来，从静态走向动态，形成了“一图多变”与“一题多变”的系统问题.学生答题时要克服思维定势和图形位置的定势，加大了阅读量与思考量，本题考查了三角形的全等，相似，勾股定理等知识，考查了几何推理的能力，熟练应用知识解决问题的能力，加深了知识间的相互联系.第（3）小题连接BD、GE，构造直角三角形，利用勾股定理来求解，考查了辅助线添法，渗透了数学中的转化思想.

3.改变条件与结论，探究内在联系

例3.（广东佛山）如图9，$\triangle ACD$、$\triangle ABE$、$\triangle BCF$均为直线BC同侧的等边三角形.

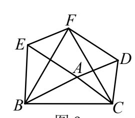

图 9

（1）当$AB\neq AC$时，证明四边形$ADFE$为平行四边形；

（2）当$AB=AC$时，顺次连接A、D、F、E四点所构成的图形有哪几类?

直结写出构成图形的类型和相应的条件.

评析：本题把原题目中三角形的两边向外作正方形改变为三边向外（同侧）作正三角形，改变了已知条件，结论也发生相应的改变，但本质还是运用三角形的全等知识来解决，万变不离其宗.考查了平行四边形、菱形以及三角形全等的知识，考查学生对知识的综合应用.通过辨析，揭示问题的实质，可以培养学生分析问题能力和逻辑推理能力，培养学生思维的严谨性，渗透了分类讨论与转化与化归的数学思想，提高了解决问题的能力.

三、对例题及引申出变式的中考题的反思

从课本的例题出发，以学生熟悉的三角形、正方形、矩形为载体，改变图形的位置放法，增加探究结论；旋转图形的方向，使问题成为动态问题；改变条件与结论，探究内在联系，感悟数学本质.通过一题多变，一图多变，让学生在操作过程中体验数学的发展过程，感悟数学的思想方法.站在新课标倡导理念的角度来看，这些中考题旨在培养学生动手实践与自主探索的能力，试题通过图形在静态及动态中设置问题，加强了对学生数学学习过程的过程性考查.从考查的知识点及数学思想方法出发，由例题变式而来的上述中考题从不同程度上依次展开，通过变式，开阔了视野，增强了求知欲，认识了问题的本质，试题涉及初中数学的主要内容，渗透了转化与化归及分类讨论的数学思想.

总之，数学的魅力就在于“变”，有“变”才有“活”，我们在教学中要善于“借题发挥”，让学生走出“题海”，课堂要进行一题多解，一题多变，一图多变，多题归一等形式，加强通性通法的教学，达到“会一题，通一片”的效果.要引导改变学生的思维定势习惯，要引导学生去探索数学问题的规律性和方法，激发学生学习数学的兴趣，培养学生思维的发散性与严谨性，增强创新能力的培养及数学素养的提高.

本文系2019年度福州市长乐区教师进修学校课题《题组教学提升学生数学核心素养的应用研究》（编号：CL2019KT014）相关研究成果之一。