

# 让学生亲历数学思想方法的形成

## ——以“等量代换”一课为例

刘飞

山东省淄博市张店区杏园小学

**[摘要]**等量代换是青岛版五四制三年级上册的内容，是一节探究性很强的课。教学中应立足于让学生通过一系列的数学活动，让学生逐步感知体验，亲历数学思想方法的形成过程。“问题和解”是数学的心脏。提出问题需要独立思考，问题的解决应当给学生足够的时间和空间经历观察、实验、猜测、计算、推理、验证等活动过程，通过不停地试错找到合适的方法。重要的数学思想方法老师需系统而有步骤地渗透，通过学生可以理解的简单形式传达。

**[关键词]**数学思想；理性精神；解决问题；等量代换

**[DOI]** 10.12252/j.issn.2096-627X.2021.10.1376

美国著名数学家哈尔莫斯曾经说过：数学的心脏是什么？数学真正要办的事是解决具体问题，数学家存在的主要理由就是解决问题，因此，数学的真正组成部分是问题和解，“问题和解”就是数学的心脏。作为数学老师，应给学生多提问题少讲事实，把将学生训练成比我们更好的问题提出者和解答者应作为教师的目标。按照他的观点，学习数学要不仅是知识的理解和结论的应用，更重要的是通过知识探索的过程，深究背后数学规律的形成、数学思想方法的提炼、数学理性精神的获得。

在《数学课程标准（2011年版）》中也指出，数学课程设计要“引发学的数学思考”“充分考虑数学本身的特点，体现数学的实质”“学生应当有足够的时间和空间经历观察、实验、猜测、计算、推理、验证等活动过程”“重视学生已有的经验，使学生体验从实际背景中抽象出数学问题、构建数学模型、寻求结果、解决问题的过程。”

在我的数学课堂教学中一直思考一个问题，“知识会随着时间的延续淡忘，数学要给学生留下什么？”接下来我将以我磨课的两个案例来阐释学生等量代换思想的形成过程。

### 【案例一】

师：“请大家观看视频《曹冲称象》，并思考问题：曹冲是怎么称大象的？”

生：“他用石头的重量来代替大象的重量。”

师：“他为什么要用石头来代替大象呢？”

生：“因为大象太重，没有那么大的称。”

师：“为什么可以换呢？”

生：“因为大象的重量和石头的重量相等。”

师：“观察真仔细！我们把这种方法叫作：等量代换。”

师：“大家请看例题，

$$\triangle + \bigcirc = 12$$

$$\triangle = \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc$$

$$\triangle = ? \quad \bigcirc = ?$$

出现了两种图形，而我们只学过一种图形的计算，你能不能尝试着用等量代换的方法，把两个图形中的一种换掉呢？”

生：“因为 $\triangle = \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc$ ，所以可以吧 $\triangle$ 换成3个 $\bigcirc$ ，带入到第一个算式，这样就变成只有一个图形了。”

师：“谁能把这个方法总结一下？”

.....

### 【评析】

案例一的试讲空洞，呈现了等量代换的定义，但是学生并

没有真正理解它的内涵，不知道这样做的好处，那么呈现这个数学思想便失去了意义。并且，学生已经有了预设，知道就是用用一个图形去替换另一个图形，缺少了独立探究的过程，从而缺少数学思考分析的体验，当遇到新问题仍然不会化解，违背了数学教学的初衷“解决问题”。因此，我及时调整了教学思路。

### 【案例二】

#### 【片段一】

师：“同学们之前学过的知识掌握得怎么样？老师想考考大家，有信心接受挑战吗？”生：“有。”

师：“ $\square + \square = 10$ ， $\square = ?$ ”生：“ $\square = 5$ ，因为 $5 + 5 = 10$ 。”

师：“很好，那 $\diamond + \diamond + \diamond = 6$ ， $\diamond = ?$ ”生：“ $\diamond = 2$ ，因为 $2 + 2 + 2 = 6$ 。”

师：“很棒， $\star + \star + \star + \star = 12$ ， $\star = ?$ ”生：“ $\star = 3$ ，因为 $3 + 3 + 3 + 3 = 12$ 。”

师：“你们真棒， $\triangle + \bigcirc = 12$ ，你还能猜出 $\triangle$ 、 $\bigcirc$ 分别表示几吗？”

生：“ $\triangle = 1$ ， $\bigcirc = 11$ 、”生：“ $\triangle = 2$ ， $\bigcirc = 10$ 、”

.....

师：“我们不再猜了，我加上一个条件， $\triangle = \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc$ ，现在 $\triangle$ 表示几？ $\bigcirc$ 表示几？”

### 【评析】

片段一是从学生已有知识经验出发开始教学。巴甫洛夫认为：“一切教学都是各种联想的形式。”联想是引导学生运用已有知识探索新知最重要的方法。同一种图形的相加，也就是几个几相加，是一年级学过的知识，让学生通过简单问题的回答建立自信，极大地调动了学生学习数学的积极性，感受到数学是有趣的，为学习新知奠定良好的心理基础。抛出问题“两种图形相加”，学生可以通过联想，转化为已学过的“一种图形相加”，这个导入环节为后续深入思考做好了铺垫。

#### 【片段二】

师：“请你独立思考，用写一写、画一画、算一算的方法把你的想法清楚明白地写在课堂练习纸上，再进行小组合作。”

全班交流，学生上台展示探究过程。

生1：尝试调整，随机试直到符合条件。

师：“他用了试一试的办法不断尝试直到找到符合条件的答案，科学的发现就是在不断的尝试中产生的，你值得我们学

习。”

生2：有序列举。 $\bigcirc=1$ ， $\triangle=3$ ，代入不符； $\bigcirc=2$ ， $\triangle=6$ ，代入不符； $\bigcirc=3$ ， $\triangle=9$ ，代入符合，正确。

师：“他的方法不同在哪里？（有序列举）这种方法非常不错，我们的探索按照一定的顺序进行，做到了不重复不遗漏。谁还有其他方法？”

生3：换一换。把 $\triangle$ 换成3个 $\bigcirc$ ，带入 $\triangle+\bigcirc=12$ ，变成4个 $\bigcirc$ 相加等于12，所以一个 $\bigcirc=3$ ，所以 $\triangle=\bigcirc+\bigcirc+\bigcirc=9$ 。

师：“你太棒了！”

### 【评析】

片段二是独立思考后小组合作。爱因斯坦说过，“学会独立思考和独立判断比获得知识重要。”给学生独立探索的时间，用写一写、画一画、算一算等方法把想法写出来，不拘泥于一种思维，思考形式多样，充分发挥学生主观能动性。小组合作注重实效，同时让学习过程变得生动活泼、主动和富有个性。表达自己观点，吸纳他人优点，这个过程是对自己数学思想的整合、补充与完善。学生上台展示，此处体现了学生的主体地位，体现了学生发现问题、提出问题后解决问题的能力，是探究的精彩之处。生1用一一列举法，过程虽繁琐，老师也给予肯定，科学的探究就是不断试错过程，这是必经之路。生2用有序列举法，老师在评价时的追问“他的方法不同在哪里？”及时而恰当，锻炼学生的数学观察力。不同点正是此方法的独特之处，它的优点不重复不遗漏被凸出，让探究的过程更进一步，老师继续追问“谁还有其他方法？”此时极大地调动了学生继续思考的动力，来寻求更加便捷的方法。生3找到了不需要试便能得出结论的方法，将 $\triangle$ 用 $\bigcirc$ 代替，颠覆了前两种思路，对于创造性思维的出现，老师加以鼓励赞扬，以便学生养成思辨习惯。学生的思路陈设完毕，这个过程便是等量代换思想的形成过程，但他们对此并不知晓，老师要适时引导、点拨、总结。

### 【片段三】

师：“谁听懂他刚才说的话了？你能向他提一个问题吗？”

生：“你为什么用三个 $\bigcirc$ 来替换 $\triangle$ ？”

生：“因为 $\triangle+\bigcirc=12$ 里两种图形，我们学过一个算式中只有一种图形的算式，用 $\bigcirc$ 代换 $\triangle$ 后，这个算式里就只有 $\bigcirc$ 了，就变成我们以前学过的知识，这时候就能求 $\bigcirc$ 是几了。”

师：“说的真好，这位同学使用了换一换的方法。从而把两个未知量变成了一个未知量，解决问题简单而巧妙。那你能给这种方法起个名字吗？”

生：“巧妙代换”“等量替换”……

师：“数学家和大家想的一样，他们把这种很重要的数学思想方法起了个名字，叫做等量代换。”

师：“谁还能向他提一个问题？”

生：“请问做这个题你认为最关键的一步是什么？”

生3：“我认为是找到等量的关系。只有找到它我们才能去换，才能把问题变成我们学过的知识。”

师：“总结的真到位。”

### 【评析】

片段三是对等量代换思想的认知，是课堂环节点睛之处。

“谁听懂他刚才说的话了？你能向他提一个问题吗？”老师将提问的权利抛给学生，即是把课堂的主体交还给学生。古人说，启发学生要“导而弗牵”，如果总是老师提问，无异于牵着学生的鼻子走，结果学生总难以摆脱被动学习的地位。提出问题比解决问题更珍贵，欢迎学生提问题，便是为学生理性思维打开一扇窗，久而久之，数学思考将愈加丰富。“你为什么用三个 $\bigcirc$ 来替换 $\triangle$ ？”这个问题提的精准恰当，直击核心，学生不懂之处就是产生思维碰撞的最佳时机，“我们学过一个算式中只有一种图形的算式，用 $\bigcirc$ 代换 $\triangle$ 后，这个算式里就只有 $\bigcirc$ 了，就变成我们以前学过的知识”，学生运用联想的方法，把不会的知识转化为已学的知识，换一换的优势便体现出来，老师并没有马上下结论，而是又把问题抛给学生，让学生为这种方法起名字，这里再一次体现了学生的主体地位。当得出这是等量代换思想的时候，学生的探究已经结束，思维过程已经经历，真正让学走在了教的前面。老师乘胜追击再次抛出问题“谁还能向他提一个问题？”“请问做这个题你认为最关键的一步是什么？”让等量代换思想的内涵再一次深化。

### 【片段四】

师：“你能像聪明的曹冲一样找一找生活中等量代换的例子吗？”

生：“小饭桌集齐10张奖励卡可以获得一件礼物。”

生：“一元钱可以换超市的一瓶水。”

生：“100元可以换2张50元。”

师：“我拿9张10元换100元，换吗？”

生：“不换，因为不是等量的。”

师：“所以什么情况下才能换？（等量）是只有质量相等吗？”

生：“不是。可以是价格相等，数量相等。”

### 【评析】

片段四是让学生举例，这是对等量代换思想的应用。多数学生将重点定位在“换”，而有些学生易将等量代换的“等量”理解为“重量相等”，通过举例，老师及时捕捉生成信息，进行了“换与不换”对话，并再次抛出问题“什么情况下才能换？是只有质量相等吗？”，引发学生新一轮思考，更加明确了等量代换的中等量的内涵。

通过以上环节，层层递推，步步逼近等量代换思想的本质，学生能跟着老师的思路思考，让课堂有了理性思辨的气息。“启发”即有启有发，有老师的点拨，更多的是学生经历观察、猜测、推翻、再推理、验证等活动过程后的获得。

数学思想是对数学知识内容和所使用方法的本质认识。数学方法是解决数学问题的策略。如何系统而有步骤地渗透数学思想方法，尝试把重要的数学思想方法通过学生可以理解的简单形式，采用生动有趣的事例呈现出来，将是我在后续数学教学中需要不断探索的方向。

### 参考文献：

[1]王勇.让学生经历体验中构建思想方法——对两节“等量代换”课的评析[J].黑龙江教育,2013,(04):28-29.

[2]张勇军.问题是数学的心脏[J].山西教育(教学),2014,(09):7-8.