高中数学问题解决中的化归思想

郭童杰
江西省赣州市信丰县信丰中学

摘　要：高中数学作为学生学习的重要科目，其中包含着各种复杂的问题和挑战。在解决这些问题时，化归思想作为一种重要的解题方法，起着至关重要的作用。化归思想的本质在于将复杂问题通过逻辑分析和转化，简化为易于处理的形式，从而更便于学生理解和解决。本文将探讨化归思想在高中数学问题解决中的应用实践，以及它对学生数学思维能力的培养和提升。通过具体例题解析，展示化归思想在数学教学中的重要性和实际应用。

关键词：高中数学；问题解决；化归思想
【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2022.08.144

引言

化归思想在高中数学中的应用非常广泛，涉及代数、几何、概率统计等各个方面。学生可以通过化归思想，将原始问题转化为更简单的形式，便于进行逻辑推导和解答。

一、高中数学问题解决中的重要性和现实意义

（一）提高学生的数学思维和解决问题能力

在高中阶段，学生学习的数学知识越来越复杂和抽象，需要具备良好的数学思维和解决问题能力。通过解决各种数学问题，学生不仅可以巩固所学知识，还可以培养逻辑推理、分析问题、归纳总结等数学思维方式。化归思想作为解决问题的重要方法之一，在帮助学生解决复杂数学问题的过程中，激发了他们的思考力和创造力，提高了数学学习的深度和广度。这种数学问题解决能力不仅在学术上具有重要意义，也对学生未来的学习和工作生涯具有积极影响。

（二）培养学生的自主学习和团队合作能力

数学问题解决过程中，学生需要运用所学知识，独立思考和探索，通过尝试和实践寻找问题的解决方案。这种自主学习的过程，不仅提升了学生的学习兴趣和主动性，还培养了他们的独立思考和解决问题的能力。同时，在群体合作中，学生可以相互讨论、共同探究问题，从中学会倾听他人意见、合作解决问题的技能，提高团队合作和沟通能力。这些能力在今后的学习和工作中都是必不可少的，通过数学问题解决的实践训练，可以为学生综合素质的提升打下坚实基础。

（三）促进创新思维和解决实际问题的能力发展

高中数学问题解决中的化归思想，注重从复杂问题中找出规律和本质，帮助学生培养系统性思维和创新能力。解决数学问题需要学生思考问题的本质和规律，形成逻辑清晰的推理链条，培养他们整合知识和资源解决现实问题的能力。这种创新思维和解决实际问题的能力，不仅可以在数学领域得到体现，还可以延伸到其他学科和现实生活中，帮助学生更好地应对未来的挑战和机遇。

二、化归思想在高中数学中的基本原理与特点

（一）基本原理

在高中数学中，化归思想的基本原理在于将复杂的问题通过逐步转化和简化，化为一个或多个相对简单的问题，从而更容易解决原始问题。这一思想是基于问题分析的本质、规律和特点，结合数学知识和方法，通过逻辑推导和转化，让原始问题更易理解和处理。化归思想强调了从整体到部分、从抽象到具体的转化过程。首先，学生需要深入分析问题，找出其中的关键特点和规律，理清问题的结构和逻辑关系。接着，运用数学知识和方法，将问题逐步进行简化和变换，将其转化为已知问题或者相对简单的子问题，直至达到可以解答的程度。通过化归思想，学生能够逐步剖析问题的本质，并利用数学思维将复杂问题简化为具体可行的步骤。这种问题转化和简化的过程有助于学生培养逻辑思维和解决问题的能力。化归思想的实践不仅有助于提高学生的数学技能，还可以促进学生的思维灵活性和创造性，激发他们探索数学知识的热情。

（二）特点

化归思想要求学生从整体的角度去观察和思考问题，抓住问题的本质和核心，避免陷入局部细节。它强调整体性思维，通过整合信息和分析关系，找到问题之间的规律与联系。同时，化归思想要求学生具备较强的归纳推广能力，能够通过找出已知问题和简单问题中隐藏的规律，将其推广应用到复杂的问题中，从而解决新问题。化归思想鼓励学生发挥创造性思维，通过变换视角和方法，找出多个可能解决方案，并选择最有效、最简单的方法来解决问题。它要求学生具备发散思维能力，能够灵活应用不同的数学概念和方法，将其组合运用，寻找新颖的解决方案。在化归的过程中，学生需要不断尝试和探索，从不同角度审视问题，培养解决问题

的创造性思维能力。化归思想强调问题解决的灵活性和普适性。在不同的数学问题中，学生可以通过运用化归思想的方法和原则，灵活地进行问题转化和简化，不受特定情境的限制。化归思想在高中数学中涉及代数、几何、概率等多个领域，具有普适性的特点，适用于不同类型的数学问题，有利于学生理解和解决各种数学问题。

三、化归思想在数学问题解决中的应用

（一）代数问题的化归应用

在代数问题中，化归思想作为一种重要的解题方法被广泛应用，特别是在解决复杂的方程和不等式时发挥着关键作用。通过化归，数学问题得以转化为更简单、更直观的形式，从而使得求解变得更加高效和可行。在处理复杂多项式方程时，化归思想的应用可以极大地简化问题的解决过程。例如，当面对高次方程时，我们可以引入新的未知数或变量进行替换，将原始方程转化为一系列低次方程的组合。这种变换可以使问题具有更好的结构性，使得每个子问题更容易理解和求解。通过逐步解决这些简化后的低次方程，最终可以得到原始复杂方程的解。另外，在处理不等式问题时，化归思想同样能够起到关键作用。通过巧妙地变形和简化原始不等式，引入适当的变量替换或化简技巧，可以将原问题分解为更容易处理的若干子问题。这种化归过程有助于直观地理解不等式的性质和规律，为解题提供清晰的思路和方法。代数问题中的化归应用不仅可以帮助解决复杂的方程和不等式，还可以培养学生的逻辑思维和问题解决能力。通过化归思想的运用，学生可以从繁琐的数学问题中挖掘出规律和本质，逐步简化问题的复杂性，最终找到解决方案。因此，化归思想在代数问题解决中扮演着重要角色，对于学生的数学学习和思维能力的提升具有显著意义。

（二）几何问题的化归应用

在几何问题解决中，化归思想的应用可以极大地帮助学生发现几何图形间的相似性和对称性，从而推导出重要的几何定理和结论。通过将几何问题进行化归处理，学生可以更直观地理解几何形状之间的联系，以及它们之间的特定属性。在证明两个三角形全等或相似时，化归思想可以派上用场。通过找出两个三角形之间的共同特征，如边长比例、角度相等等，学生可以利用这些特性来判断三角形是否满足全等或相似的条件。通过适当的变换和简化，我们可以将问题转化为一系列易于比较和判断的几何关系，从而确定三角形的相似性，并进一步求解相关的几何问题。在解决几何问题中的边长、角度和面积关系时，化归思想同样能够提供有力的帮助。通过引入适当的坐标系，将几何问题转化为代数表达式或方程组，可以简化几何问题的分析和求解过程。例如，在证明两个几何形状面积相等时，化归思想可以帮助学生建立面积的推导公式，从而将几何问题转化为数学表达式的对比，进而证明面积相等的关系。

（三）概率问题的化归应用

在概率问题中，化归思想的应用对于建立概率模型和简化复杂的随机事件计算过程至关重要。通过将复杂的事件分解为简单事件，利用事件的互斥性和独立性进行推导和计算，化归思想帮助学生直观理解概率问题，并提高问题求解的效率和准确性。在概率问题中运用化归思想可帮助学生建立起概率模型和事件关系。通过将原始复杂的随机事件分析、拆分，并引入适当的变量或定义简化事件概述，使得问题的数学表达更加清晰和易于处理。这种化归过程有助于学生建立起对概率实验的直观认识，使得概率问题的求解更具有效性和系统性。化归思想在概率问题中的应用可以简化随机事件计算过程。通过将复杂的事件转化为相对简单的事件组合，利用概率的加法规则和乘法规则进行推导和计算，可以减少计算过程中的混乱和错误，提高求解问题的准确性。例如，通过将一个复杂的事件化归为多个独立事件的组合，可以对这些事件的概率进行独立推导和计算，然后结合总体概率得出最终结果。此外，在概率统计中，化归思想也能为学生提供更好的估算和计算概率结果的方法。通过将问题转化为已知概率分布情形，学生可以更方便地利用已知概率结果以及概率统计知识进行计算和推导，从而更准确地预测或估算复杂事件的发生概率。这种概率的化归方法有助于学生更加深入地理解概率统计的应用领域和计算技巧。

（四）应用题问题的化归应用

在解决应用题问题时，化归思想发挥着重要作用，帮助学生从实际问题中抽象出数学模型，建立起数学关系，并简化计算过程。化归思想将实际问题中的数据和条件进行转化和简化，将问题化归为数学符号表示，可以使问题更加清晰和易于解决。通过将实际问题进行化归，学生可以从复杂的背景中抽取出数学模型，并建立数学关系。化归使得问题摆脱了具体背景的限制，变为一个抽象的数学问题。例如，在财务管理中，通过将收入和支出等数据进行化简和抽象，可以建立起现金流量模型，帮助管理者更好地控制资金的流动。通过对实际问题进行化归，将其转化为更简单的数学表达式或方程组，可以减少繁琐的计算步骤，提高求解的效率。例如，在物理问题中，通过引入适当的变量替换和化简技巧，可以将复杂的物理公式简化为更易计算的形式，更

好地分析物理现象。另外，化归思想还有助于培养学生的抽象思维和问题转化能力。通过将实际问题进行抽象和化简，将问题转化为数学语言描述的形式，学生需要从具体到抽象的思维过程，提取问题的本质，找到问题背后的数学关系。这样的训练有助于提高学生的问题解决能力和数学建模能力。

（五）数学竞赛问题的化归应用

在数学竞赛中，化归思想是解决复杂和有挑战性问题的一种常用方法。通过将竞赛题目进行逻辑拆分、规律提炼，并引入适当的简化和变形，化归思想使得原问题更易于分析和解决。竞赛题目通常涉及多个部分或步骤，而化归思想可以帮助选手将整体问题划分为若干较小的子问题。通过分析每个子问题的特点和规律，选手可以一步步解决这些相对简单的子问题，最终得到原始问题的解决方案。竞赛题目往往包含一定的规律或隐藏的数学概念，而通过化归，选手可以发现并利用这些规律和概念来解决问题。通过从具体问题中抽象出本质规律，并将其应用到更一般的情况中，选手可以更高效地解决竞赛题目，获得更好的成绩。此外，化归思想还有助于培养选手的创造性思维和应试策略。选手需要灵活运用化归思想，将问题转化为可处理的形式，并充分发挥自己的创造性，探索解决问题的不同方法和技巧。通过化归，选手可以建立起对问题的深入理解和直观认知，为解决问题提供更丰富的思路和创新的解法。

四、化归思想在高中数学问题解决中的典型例题解析

案例1

设a_1，a_2，a_3，a_4各项均大于0，且是公差为d（d≠0）的等差数列.是否存在a1，d，使得a1，a^2_2，a^3_3，a^4_4依次构成等比数列?并说明理由.分析：学生阅读题目后，会下意识地先解方程组$(a_1+d)^4=a_1(a_1+2d)^3$，$(a1+2d)^6\{=(a_1+d)^2(a_1+3d)^4$，试图通过确定$a_1$与d的值进行解答.但学生缺乏处理高次方程的技巧与经验，解题也就戛然而止了.如果只从正面考虑，学生会陷入定势思维，纠结于方程组的求解.此时，不妨从反面考虑，先确定一个结论，与题目的已知条件进行匹配，也就是采用反证法，在此过程中可以通过整体思想化归为低次方程，这样该问题就简化了。

案例2

设$a=0.1e^{0.1}$，$b=\frac{1}{9}$，$c=-\ln 0.9$，试比较a，b，c的大小.分析：题干中的a是指数形式，b是分数形式，c是对数形式，三个字母所代表的数值形式不统一，可以利用化归思想通过构造函数来统一.此时，可以构造函数$f(x)=x+\ln(1-x)$且$x\in(0,0.1]$来判断a与b的大小关系，构造函数$g(x)=xe^x+\ln(1-x)$且$x\in(0,0.1]$，来判断a与c的大小关系.本题通过构造与原问题密切相关的数学模型，从而把问题转化为比较简单或易于求解的新问题，使得问题在该模型的作用下实现转化，迅速获解。

案例3

设函数$f(x)=e^x-1-x-ax^2$，若当$x\geqslant 0$时，$f(x)\geqslant 0$，求a的取值范围.分析：本题可采取分离变量或分类讨论两种方式解决.但是，前者需要多次求导，且需要应用到高等数学中的知识，超过了学生的知识范畴；后者则需要正确分类，此时就要求学生能注意到题目中的隐含条件，即$f(0)=0$，而本题的重点其实就是求$f(x)\geqslant 0$对$x\geqslant 0$均成立的充分必要条件.因此可以从侧面入手，由$f(x)$在$(0,+\infty)$单调递增即充分条件，求出a的取值范围，再验证其必要性即可得解。

结束语

综上所述，化归思想在高中数学问题解决中发挥着重要作用，有助于学生深入理解问题的本质，提高解题效率，培养逻辑思维和数学推理能力。学生在数学学习中若能灵活运用化归思想，将复杂问题转化为简单问题，必定能取得更好的学习成绩。因此，教师在教学中应引导学生掌握化归思想的应用技巧，激发他们兴趣，培养他们解决问题的能力，为他们未来的学习和发展打下坚实的数学基础。希望化归思想在高中数学教学中得到更广泛的应用和推广，促进学生数学能力的全面提升。

参考文献

[1]张丽霞.数学思想在高中数学教学中的应用[J].数学大世界（上旬），2020，（07）：20.

[2]王宏利.化归思想在高中数学解题中的应用研究[J].数理化解题研究，2020，（16）：12-13.

[3]朱云.高中数学函数化归思想的应用与调查研究[D].扬州大学，2020.

[4]林余杰.化归思想在高中数学解题过程中的应用分析[C]//广西写作学会教学研究专业委员会.2019年广西写作学会教学研究专业委员会第二期座谈会资料汇编（下）.安徽省明光市第二中学，2019：3.

[5]杨爽.化归思想在高中数学教学中的运用[J].百科知识，2019，（21）：51-52.

[6]祝翠华，刘咏梅.高中数学问题解决中的化归思想及教学[J].中国数学教育，2017，（22）：15-19+27.