

初中数学二次函数动点问题的教学方法研究

熊群琴

南昌市第十七中学

摘要:二次函数动点问题是初中数学中的重点和难点,也是中考的热门考点,许多学生在解决二次函数动点问题的过程中,常常出现找不到解题思路、解题过程不完整的问题,影响二次函数动点问题的解决。为解决二次函数动点问题,提升二次函数动点问题教学的有效性,本文就初中数学二次函数动点问题的教学方法展开研究。

关键词:初中数学;二次函数动点问题;教学方法

【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2022.11.149

引言

在初中数学中,二次函数动点问题涉及角、三角形、四边形等知识点,对学生的逻辑思维、解题能力的要求较高,需要学生将已学习的知识点,综合运用于二次函数动点问题的解题之中。但一些学生在解决二次函数动点问题的过程中,因初中数学的基础知识不扎实,逻辑推理不够严密,未能形成清晰的解题过程,因而难以解决所遇到的二次函数动点问题。长此以往会打击学生学习数学的积极性,需要教师根据学生在解决二次函数动点问题中出现的问题,改进二次函数动点问题的教学方法,完善二次函数动点问题的教学过程。

一、初中数学二次函数动点问题的教学现状

在初中二次函数动点问题的教学方面,目前存在的主要问题如下:1.学生对二次函数的概念理解不到位。一些学生在解决二次函数动点问题的过程中,虽然能够运用所学习的二次函数的相关概念,也能够解决一些相对简单的案例;但是在遇到一些逻辑思考量较大的二次函数动点问题时,便不能够很好地解决这些问题。这反映出学生只是认为二次函数为 $y=ax^2+bx+c$,并没有真正地理解 $y=ax^2+bx+c$ 中的 a 不等于0,也没有明确 b 和 c 的取值范围。2.二次函数动点问题解题过程不严谨。一些学生在解决二次函数动点问题的过程中,虽然能够运用二次函数的相关概念进行解答,也能够推理出二次函数动点问题的正确答案。但在计算的过程中,其计算过程不够严谨,未能做到数形结合,将数形结合的思想落实到二次函数动点问题的解题过程中。如在有关全等三角形的二次函数动点问题中,学生需要利用全等三角形的概念解决问题,但是有的学生未能将全等三角形的概念与二次函数动点问题深度结合,致使解题过程中出现疏漏,未能用全等三角形的原理证明二次函数中的函数关系,因而导致解题过程不够严谨。3.应用二次函数解决问题难度大。学生在运用二次函数的相关知识解决二次函数动点问题时,因各种因素导致应用二次函数解决问题的难度较大。首先,在审题方面,一些学生不能看懂问题,对问题所要表达的主要思想理解不到位,难以区

分问题的角度,在解决问题时思路无法有效打开,出现片面解决问题的状况。其次,在解决二次函数与几何综合类问题时,难以通过二次函数求出坐标轴中的交点坐标、最大值和最小值,需要花费大量的时间,才能够计算出坐标轴交点、最大值和最小值,部分基础知识不牢固的学生,更是无法通过二次函数计算出问题中的最大值和最小值。最后,一些学生因难以解决二次函数动点问题,对二次函数动点问题的解决产生了一定的抵触心理,在遇到二次函数动点问题时,往往会直接放弃,跳过二次函数动点问题,去做其他的题。

二、重塑学生信心,激发学生内在学习驱动力

面对学生因为遭遇困难而出现的自信心不足,缺乏学习二次函数、运用二次函数解决动点问题的内在驱动力,教师应当从思想层面引导学生,促进学生思想意识的转变,重塑学生的信心,激发学生内在学习驱动力,让学生树立能够解决二次函数动点问题的思想意识。首先,教师应当通过对学生的观察与访谈,了解学生在学习二次函数,解决二次函数动点问题的过程中,存在哪些知识点上的问题,分析学生是否存在数形结合不足、对二次函数最大值和最小值的计算困难、二次函数自变量的取值范围不准确等方面的原因,进而采取相对应的教学措施,帮助学生认识到其学习上困难的原因,精准定位学生解题思路的难点与痛点;然后教师依据学生解决二次函数动点问题中的问题与原因,和学生进行深层次的沟通,帮助学生解决理清问题的成因,消除学生因不会做二次函数的动点问题而产生的抵触心理,对学生的心理进行适当的引导,让学生重塑战胜二次函数动点问题的信心,激发学生的求知欲望、好胜欲望,让学生愿意在教师的帮助下学习二次函数的概念、性质、解题方法等知识,并将所学习到的相关知识运用于问题的解题之中,从而调动学生内在的学习动力,端正学生的学习态度。

三、重视二次函数的概念教学,夯实学生的基础

学生在面对二次函数动点问题时,常常因基础知识不扎实而出现无法解题、解题过程不严谨的问题,教师

应当在教学活动中重视二次函数的概念教学，以夯实学生的基础，为学生实现思维与能力的进阶搭建桥梁。

(一) 深入浅出引导学生掌握二次函数的概念

初中阶段的学生抽象思维尚不成熟，部分学生对二次函数的概念理解是不到位的。教师在组织学生学习二次函数时，应当将二次函数的概念具体化、案例化，降低学生抽象思维的难度，让学生能够从二次函数的定义、案例中理解其概念。首先，在讲解二次函数的概念时，教师可以借助二次函数的定义，即一条对称轴与y轴平行或重合于y轴的抛物线，让学生根据定义的内容绘制相应的抛物线，从抛物线图象中分析其特点，并组织学生对二次函数的定义进行讨论。通过学生的讨论，教师可将二次函数的概念引入：形如 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$, a, b, c 为常数) 的函数叫作二次函数. 其中x是自变量，a是二次项系数，b是一次项系数，c是常数项。然后教师继续引导学生思考：对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 中的b和c可否为0？若b和c各自为0或均为0，上述函数的式子可以改写成怎样？你认为它们还是不是二次函数？在该问题提出以后，即让学生对二次函数的概念进行初步的运用与判定，辨析二次函数中 $a \neq 0$, a, b, c 为常数的定义，加深学生对二次函数定义的理解程度，为其在二次函数动点问题中的运用奠定基础。其次，在学生初步了解了二次函数的定义以后，教师应当趁热打铁，通过具体案例加深学生对二次函数定义的理解。考虑到学生的学习基础不同，教师可提出如下问题：下列函数中，哪些是二次函数？

- (1) $y=3x-1$;
- (2) $y=3x^2+2$;
- (3) $y=3x^3+2x^2$;

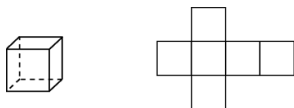
让学生对上述方程式进行观察，判断哪一个方程式符合二次函数的定义，这是对所学习的二次函数定义的初步运用，有助于巩固学生所学习的相关知识。

(二) 善于使用案例巩固学生所学知识

在学生初步了解二次函数的定义以后，教师可通过一些与学生生活联系较为紧密的案例，将其作为问题引入到二次函数的教学活动之中，以进一步夯实学生的学习基础，让学生初步具备解决二次函数动点问题的能力。教师可提出如下问题：

问题1：正方体的六个面是全等的正方形（如图），设正方体的棱长为x，表面积为y. 显然，对于x的每一个值，y都有一个对应值，即y是x的函数，它们的具体关系可以表示

$$y = 6x^2$$



问题2：n个球队参加比赛，每两队之间进行一场比赛，比赛的场次数m与球队数n有什么关系？

在上述两个问题中，学生从中分析出上面的问题都有两个变量，对于x（或n）的每一个值，y（或m）都有唯一的一个对应值，即y是x的函数（或m是n的函数）。而且函数都是用自变量的二次式表示的。在分析出如上内容以后，学生对二次函数的定义理解更为深刻，已具备运用二次函数的概念解决二次函数动点问题的能力。

四、多种教学方法助力二次函数动点问题的解决

(一) 情景化教学方法的运用

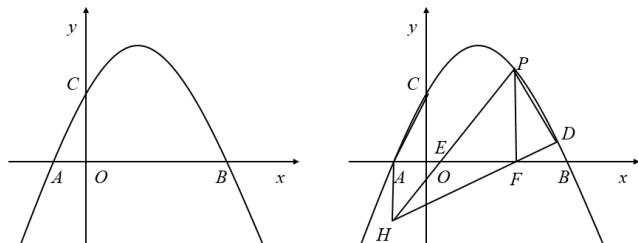
在二次函数动点问题的解决过程中，运用情景式教学方法，能够搭建出具有调动学生学习积极性、启发学生思维的探究情景，让学生在探究情景之中，围绕所学习的二次函数动点问题展开探究活动，进而解决二次函数动点问题。鉴于二次函数对抽象思维考察要求较高的特点，教师基于二次函数动点问题创设的问题情景，应当充分考虑到这一特点，并使用多媒体进行二次函数动点问题探究情景的创设。教师可将二次函数动点问题制作成教学PPT，将其导入到希沃白板中，利用希沃白板的动画演示功能，向学生直观演示二次函数动点问题。或是让学生走上讲台，使用希沃白板，根据二次函数动点问题的题目要求，展示其解题过程。如教师在教授二次函数的图像和性质时，教师先创设情景：一次函数怎么根据方程式绘制图像？二次函数怎么根据方程式绘制图像，二者有什么异同？然后让学生使用希沃白板分别绘制一次函数和二次函数的图像，利用希沃白板的图片对比功能，向学生直观演示一次函数和二次函数之间的差异，进而让学生理解：二次函数的图像与一次函数的图像相比，其内容更加复杂，二次函数图像的变化符合 $y=ax^2+bx+c$ 的定义，是随着a、b、c的数值变化而变化，而a、b、c在二次函数中，是有一定的取值范围，其取值范围随着二次函数动点问题的变化而变化。

(二) 探究式教学活动

探究式教学活动比较符合初中阶段学生的实际情况，初中阶段的学生自主意识大大增强，渴望通过自我展示获得他人的认可，在课堂之中，对探究式的教学活动有浓厚的参与欲望。教师可以基于初中阶段学生的学情特点，采取探究式的教学活动。首先，教师可以开展小组合作探究式教学活动，小组合作探究式教学活动是常见的探究式教学活动方式。教师根据对学生的了解，将学生分为若干个学习小组，每个学习小组由不同层次的学生组成，便于发挥各层次学生的优势，形成小组合力，推进探究活动的顺利完成。如在二次函数动点问题的探究过程中，教师将学生分为若干探究小组以后，探

究小组围绕如下问题展开探究:

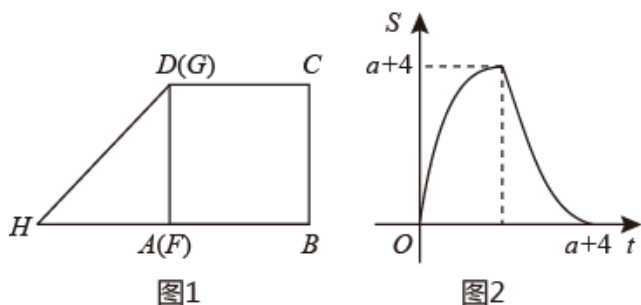
1. 如图, 在平面直角坐标系中, $y = ax^2 - 3ax - 4a (a < 0)$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (A 左 B 右), 与 y 轴交于点 C , 连接 $AC, \tan \angle CAO = 2$.



在上述的问题中, 学生需要探究的是抛物线的解析式, 以及 A 和 B 的坐标。为了解决上述问题, 教师根据学生的情况, 将其分为若干个学习小组, 每个学习小组成员之间相互配合, 围绕上述问题展开了探究, 经过小组成员的共同努力之后, 终于探究出抛物线解析式、 A 和 B 的坐标。然后教师让学生走上讲台, 在黑板上展示其解析过程; 在各小组展示完毕以后, 教师对各小组的探究成果进行评价, 肯定每个小组的努力, 以及各个小组在抛物线解析式、 A 和 B 的坐标求解方面的优点, 帮助学生找到其思维与方法上的优势。

其次, 教师可以开展学生自主探究活动, 需要注意的是自主探究活动的难度不宜过大, 对于不同的学生, 其探究能力是有差异的, 除少部分学生具有较强的探究能力之外, 大部分学生对于二次函数动点问题的探究是有一定的难度的。教师应当充分考虑到学生的这一特点, 在教学活动中采取自主探究活动时, 所设计的探究问题难度不应过大, 且体现出层次性, 让各层次学生均能够解决相应的问题。如教师可提供如下问题, 让学生进行探究:

2. 如图1, 正方形 $ABCD$ 的边长和等腰直角 $\triangle FGH$ 的边 AD 与 FG 重合, 边 AB 与 FH 在一条直线上, $\triangle FGH$ 以 1cm/s 的速度向右移动, 直到点 H 与点 B 重合才停止移动, 两个图形重叠部分的面积为 $S (\text{cm}^2)$, 图2所示的是 $\triangle FGH$ 向右移动时, 面积 $S (\text{cm}^2)$ 随时间 $t (\text{s})$ 的变化关系图象, 则 a 的值是 ()



A. 16 B. 8 C. 2 D. 4

在上述问题中, 学生可自主探究 a 的值, 通过对图形的观察, 以及动点的变化, 学生可逐渐明晰思路: $\triangle FGH$ 向右移动时, 重合部分的面积越来越大, 直至 $\triangle FGH$ 完全在正方形 $ABCD$ 内部, 此时 $S = S_{\triangle FGH}$, 若接下来的运动不完全在正方形 $ABCD$ 内, 则面积减小。

(三) 通过习题巩固和提升学生能力

教师应当通过搜集高质量的习题, 让学生在练习习题的过程中, 不断巩固学生所学习到的知识, 以最终提高学生的学习能力和运用二次函数的概念解决动点问题的能力。为此, 教师应当精心选择习题, 所选择的习题要具有代表性, 符合学生的学习特点和学习能力, 其难度不应过大, 应当适中, 满足各层次学生学习的需要, 让各层次的学生都能够通过练习习题, 获得相应的能力提升。

结语

在本文的研究中, 针对学生学习二次函数和解决二次函数动点问题中出现的问题, 通过问题分析和原因剖析, 逐渐明确了学生学习过程中、教师教学过程中存在的问题, 并提出了相应的解决对策, 有助于推动初中数学二次函数动点问题的有效解决。

参考文献

[1] 邱建涛. 动静结合相得益彰——以“二次函数”教学为例[J]. 中学数学, 2022, (16): 81-83.
 [2] 冯玲玉. 初中数学动点问题的教学策略研究——以二次函数为例[J]. 数理天地(初中版), 2022, (16): 36-38.
 [3] 冯涛. 二次函数背景下平行四边形存在性问题探究[J]. 中学数学教学参考, 2022, (23): 38-41.
 [4] 肖学军. 动点图象类问题的求解策略[J]. 中学生数理化(初中版·中考版), 2022, (08): 9-10.
 [5] 范辅军. 中考数学试卷中二次函数常见题型分析[J]. 现代中学生(初中版), 2022, (12): 23-24.
 [6] 陆立明. 二次函数综合题解题分析与备考策略——以南宁市中考数学二次函数题型为例[J]. 中学数学参考, 2022, (17): 22-24.