

数形结合思想在初中数学解题中的应用

张世国

江西省赣州市兴国县古龙岗中学

摘要: 本文主要探讨了数形结合思想在初中数学解题中的应用。数形结合思想是一种重要的数学思维方法,通过将抽象的数学问题转化为形象的图形问题,可以帮助学生更好地理解数学概念,简化解题过程,提高解题效率。本文首先介绍了数形结合思想的基本概念和优点,然后详细阐述了数形结合思想在初中数学解题中的应用,包括代数问题、几何问题、最值问题等方面,最后通过具体案例分析了数形结合思想在解决实际问题中的应用。通过本文的探讨,可以帮助学生更好地理解数形结合思想,提高数学解题能力。

关键词: 数形结合; 初中数学; 解题应用

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-627X.2023.01.001

引言

数形结合思想是一种将数学问题与几何图形相结合的解题方法,它强调通过形象化的方式解决数学问题,提高解题效率和准确性。在初中数学教学中,数形结合思想被认为是一种重要的解题方法,对于培养学生的空间想象能力和解决实际问题的能力具有重要意义。

一、数形结合思想的基本概念和优点

数形结合思想是一种在数学解题中常用的重要思想,它通过将抽象的数学语言与直观的几何图形相结合,使得数学问题更易于理解、分析和解决。数形结合思想具有将抽象问题直观化、复杂问题简单化、抽象问题具体化等优点,有助于学生更好地理解数学知识的本质,提高解题效率。

数形结合思想在数学解题中具有以下优点:

(1) 使问题直观化: 数形结合可以将抽象的数学问题转化为直观的几何图形,便于学生理解问题的本质。

(2) 化简计算过程: 在解决一些代数问题时,常常需要进行复杂的计算和推理,而通过数形结合,可以将计算过程简化,提高解题效率。

(3) 提供解题思路: 对于一些难以入手的问题,通过数形结合可以启发学生的思路,找到问题的突破口。

(4) 拓宽解题途径: 数形结合思想可以提供多种解题途径,让学生能够根据问题的特点选择合适的方法进行解决。

(5) 加深对知识的理解: 通过数形结合,可以将抽象的数学概念与具体的几何图形相结合,有助于学生深入理解数学知识的本质。

二、数形结合思想在初中数学解题中的应用

1、代数式变形

在解决代数式变形问题时,画图是一种非常有效的方法。通过将复杂的代数式拆分和重组,我们可以更容易地找到规律并解决问题。例如,在二次根式的化简过

程中,我们可以画出两个相似的三角形来帮助理解和简化问题。

我们可以将一个复杂的二次根式转化为两个相似的直角三角形。假设我们有一个二次根式 $\sqrt{x^2 - 4y^2}$, 其中 x 和 y 是任意实数。我们可以将这个根式转化为两个直角三角形,一个是底边为 x , 高为 $2y$ 的直角三角形,另一个是底边为 $-x$, 高为 $2y$ 的直角三角形。这两个三角形是相似的,因为它们对应边成比例 ($x : -x = 2y : 2y$)。

接下来,我们可以利用相似三角形的性质来化简这个根式。根据相似三角形的性质,我们知道这两个直角三角形的面积之比等于它们的对应边的平方之比。因此,我们可以得出以下等式:

$$\frac{(1/2 * x * 2y)}{(1/2 * (-x) * 2y)} = \frac{(x^2 - 4y^2)}{(x^2 + 4y^2)}$$

通过解这个等式,我们可以得到化简后的二次根式:

$$\sqrt{x^2 - 4y^2} = \sqrt{x^2 + 4y^2} - 4y$$

这个化简过程展示了如何通过画图和利用相似三角形的性质来简化复杂的二次根式。同样的方法也可以应用于其他类型的代数式变形问题,如分数的化简、绝对值的处理等。因此,画图是一种非常实用且直观的方法,可以帮助我们更好地理解和解决代数式变形问题。

2、解析几何问题

在解决解析几何问题时,数形结合思想是一种非常重要的方法。它可以帮助学生更好地理解几何图形的性质和关系,从而提高解题效率和准确性。以求解平行四边形的面积为例,通过画图的方式直观地展示底和高的关系,可以让学生更快速地计算出面积。

首先,我们需要明确什么是平行四边形。平行四边形是一个四边形,其中对边两两平行。设平行四边形的四个顶点为 A 、 B 、 C 、 D , 其中 AB 与 CD 平行, BC 与 AD 平行。根据平行四边形的性质,我们可以得出以下结论:

(1) 对角线 AC 和 BD 相交于点 O , 且 O 为 AC 和 BD 的中

点。

(2) 根据对角线性质，我们可以得出三角形AOC和BOD是全等的。

(3) 由于三角形AOC和BOD全等，所以它们的面积相等。

(4) 由此可得，平行四边形ABCD的面积等于三角形AOB的面积的两倍。

接下来，我们可以通过画图的方式来直观地展示底和高的关系。首先，我们可以在纸上画出一个平行四边形ABCD，并标出四个顶点A、B、C、D以及对角线的交点O。然后，我们可以从O点向对边CD作垂线，垂足为E。此时，我们可以发现三角形AOE和BOE是全等的，因为它们的底都是AE，高都是BE。由于这两个三角形全等，所以它们的面积也相等。

最后，我们可以通过计算三角形AOE的面积来得到平行四边形ABCD的面积。假设AE的长度为a，BE的长度为b，那么三角形AOE的面积为 $(1/2)ab$ 。由于平行四边形ABCD是由两个相同的三角形AOB组成的，所以它的面积为 $2 * (1/2)ab = ab$ 。这样，我们就通过画图的方式直观地展示了底和高的关系，从而更快速地计算出了平行四边形ABCD的面积。

通过这个例子，我们可以看到数形结合思想在解决解析几何问题时的重要性。它可以帮助我们更直观地理解几何图形的性质和关系，从而更快地解决问题。同时，这种方法还可以培养学生的空间想象能力和几何图形的认识能力，为他们今后的学习打下坚实的基础。因此，在教学过程中，教师应该重视培养学生的数形结合思想能力，让他们在解决问题的过程中充分发挥这一优势。

3、函数图像问题

数形结合思想在解决函数图像问题时的应用非常广泛，它可以帮助学生更好地理解函数的性质和变化趋势。以学习正比例函数为例，通过画出函数图像，可以让学生直观地观察到正比例函数是一条过原点的直线，从而提高学生对函数性质的理解和记忆。

在学习正比例函数时，教师可以先向学生介绍正比例函数的定义：如果两个变量x和y之间的关系可以表示为 $y=kx$ （k为常数，且 $k \neq 0$ ），那么我们称y与x成正比例关系。接下来，教师可以引导学生思考正比例函数的图像特征。

教师可以让学生观察生活中的一些正比例关系，例如物体的高度与它的底边长度成正比，速度与时间成正比等。通过这些例子，学生可以初步了解正比例关系的一般特征。然后，教师可以让学生尝试用数学符号表示这些关系，并写出它们的函数表达式。例如，设物体的高度为h，底边长度为a，那么可以得到函数表达式为 $h=k*a$ ，其中k为正比例常数。

接下来，教师可以引导学生画出正比例函数的图像。在这个过程中，教师可以要求学生先观察函数的基本形式，即斜率为k的一条直线。然后，教师可以让学生尝试用不同的点来画出这条直线，观察它们在平面直角坐标系中的变化情况。通过这种方式，学生可以直观地观察到正比例函数是一条过原点的直线。

此外，教师还可以让学生观察正比例函数的其他性质。例如，当k大于0时，正比例函数的图像是一条从第二象限趋向第一象限的射线；当k小于0时，正比例函数的图像是一条从第一象限趋向第二象限的射线。通过观察这些性质，学生可以更深入地理解正比例函数的性质。

在解决了正比例函数的问题后，教师还可以引导学生探讨其他类型的函数图像。例如，对于一次函数 $y=ax+b$ （a和b为常数），虽然其斜率和截距都存在，但它的图像并不是一条直线。通过比较正比例函数和一次函数的图像特点，学生可以更好地理解不同类型的函数之间的区别和联系。

在解决函数图像问题时，运用数形结合思想可以帮助学生更好地理解函数的性质和变化趋势。通过画出函数图像，学生可以从直观的角度观察函数的变化规律，从而提高对函数性质的理解和记忆。同时，这种教学方法也有助于培养学生的空间想象能力和抽象思维能力，为他们今后的数学学习和实际应用奠定坚实的基础。

三、如何运用数形结合思想

1、培养空间想象能力

要运用好数形结合思想，首先需要培养学生的空间想象能力。教师可以通过设计一些有趣的几何图形题目，引导学生观察图形的特点，发现问题的规律。例如，教师可以让学生观察不同形状的多边形的内角和、外角和以及边数之间的关系，从而让学生发现多边形的内角和公式为 $(n-2) \times 180^\circ$ ，外角和恒等于 360° 。这样，学生在解决问题的过程中就能够运用数形结合思想，将抽象的数学问题与具体的几何图形相结合，提高解题效率和准确性。

此外，教师还可以通过设计一些实际生活中的问题，让学生运用数形结合思想解决问题。例如，教师可以让学生观察楼梯的高度与宽度之间的关系，引导学生发现楼梯的高度h与宽度w之间存在一个比例关系： $h/w = \tan(\alpha)$ ，其中 α 为楼梯踏步的夹角。通过这样的实际问题，学生可以更好地理解数形结合思想的重要性，并将其应用到实际问题的解决中。

同时，教师还可以通过让学生进行几何图形的绘制和分析，培养学生的空间想象能力。例如，教师可以让学生观察不同的几何图形，如三角形、四边形、圆等，引导学生发现它们的共同点和特点。通过这样的训练，学生可以更好地理解几何图形的性质，提高空间想象能

力。

在教学过程中，教师还应注意激发学生的学习兴趣，让他们在轻松愉快的氛围中学习数形结合思想。例如，教师可以利用多媒体教学手段，如动画、图片等，展示几何图形的魅力，让学生在欣赏美的过程中感受到数学的乐趣。此外，教师还可以组织一些有趣的几何图形竞赛活动，让学生在竞争中发挥空间想象能力，提高解题速度和准确率。

要运用好数形结合思想，首先需要培养学生的空间想象能力。教师应通过设计有趣的几何图形题目、实际生活中的问题以及几何图形的绘制和分析等方式，引导学生发现问题的规律，培养他们运用数形结合思想解决问题的能力。同时，教师还应激发学生的学习兴趣，让他们在轻松愉快的氛围中学习数形结合思想，从而提高学生的综合素质和数学素养。

2、学会画图

画图是运用数形结合思想的基本功。教师应教授学生如何画图，如何用图形表示问题中的信息，以及如何从图形中发现规律。画图不仅能够帮助学生更好地理解问题，还能够培养学生的观察能力、思维能力和创新能力。

(1) 教师应该教会学生如何画图。画图的目的是为了能够更好地表达问题中的信息，使学生能够直观地看到问题的实质。教师可以通过讲解和示范来指导学生如何画出与问题相关的图形。例如，在解决几何问题时，教师可以先让学生画出问题的几何图形，然后再根据图形来解题；在解决代数问题时，教师可以让学生画出问题的函数图像，然后通过图像来分析问题的性质。

(2) 教师应该教会学生如何用图形表示问题中的信息。图形可以帮助我们更好地理解问题，因此我们需要学会如何用图形来表示问题中的关键信息。教师可以让学生学会如何用不同的颜色、符号和线条来标注图形中的重要元素，以便更好地表达问题的含义。此外，教师还可以引导学生学会如何从图形中发现规律，从而更好地解决问题。

(3) 教师应该教会学生如何从图形中发现规律。规律是数学问题的核心，通过发现规律，我们可以更好地理解 and 解决数学问题。教师可以让学生学会如何从图形中找到对称性、周期性、增减性等规律，从而使学生能够更好地分析问题、解决问题。同时，教师还应该鼓励学生进行创新性的思考，尝试用不同的方法来解决同一个问题，从而培养学生的创新意识和能力。

总之，画图是运用数形结合思想的基本功。教师应该重视培养学生的画图能力，教会学生如何画图、如何用图形表示问题中的信息以及如何从图形中发现规律。通过画图，学生可以更好地理解问题、发现问题的规律，从而提高解题的效率和准确性。

3、注重实际应用

在教学过程中，教师应注重将数形结合思想与实际相结合，让学生在解决实际问题的过程中体验数形结合思想的优势，提高学生的学习兴趣和动力。具体来说，教师可以通过设计一些贴近生活实际的数学问题，引导学生运用数形结合思想进行分析和解决。例如，在学习几何图形的课程中，教师可以引入一些实际生活中的例子，如计算房屋面积、设计道路规划等，让学生通过画出相应的图形，直观地感受到数形结合思想在解决问题中的作用。

此外，教师还可以组织一些实际问题的讨论和小组合作活动，让学生在讨论的过程中相互学习、相互启发，共同探讨如何运用数形结合思想解决问题。这样既能锻炼学生的团队协作能力，又能提高他们运用数形结合思想解决问题的能力。同时，教师还应关注学生在运用数形结合思想过程中遇到的困难和问题，及时给予指导和帮助，让学生在实践中不断巩固和提高数形结合思想的应用能力。

教师在教学中应注重将数形结合思想与实际相结合，让学生在解决实际问题的过程中体验数形结合思想的优势，提高学生的学习兴趣和动力。这样既能培养学生的实际问题解决能力，又能提高他们的数学素养，为今后的学习和生活打下坚实的基础。

四、结论

数形结合思想在初中数学解题中具有重要的应用价值，它可以帮助我们更直观、更有效地解决数学问题。作为教师，我们应该重视培养学生的数形结合思想能力，让学生在解决问题的过程中充分发挥这一优势。

参考文献

- [1]田琦宇,高阳.数形结合思想在初中数学解题中的应用研究[J].理科考试研究(初中版),2022,29(1):21-23.
- [2]黄琼.数形结合思想在初中数学解题中的应用探讨[J].新课程,2021(21):68-69.
- [3]王家升.探讨数形结合思想在初中数学解题中的应用[J].数理化解题研究,2020(26):5-6.
- [4]管卫伟.数形结合思想在初中数学解题中的若干应用[J].新课程,2022(2):108.
- [5]唐丽.数形结合思想在初中数学解题中的应用探究[J].中学数学,2022(6):31-32.
- [6]韩军.数形结合思想在初中数学解题中的应用[J].数理化解题研究,2022(14):35-37.
- [7]雷红,杨文.数形结合思想在初中数学解题中的应用——以初中函数问题为例[J].福建中学数学,2019(2):46-48.
- [8]郝敬军.数形结合思想在初中数学解题中的应用[J].教育界,2019(22):22-23.