

大单元下“有理数乘法”的实践与探索

任晓晓¹ 常青² 曹青花³

1. 2. 山西省实验中学; 3. 太原市令德中学

摘要:“数与式”是初中数学教学的四大领域之一,对于初中生抽象代数推理具有十分重要的意义。初中数学“数与式”大单元教学实践是深入推进新课程改革,切实落实数学核心素养,实现初中生整体知识建构,满足中学生数学学习能力提升的重要举措。这一教学实践旨在转变中学数学教师传统的单元教学理念,帮助其树立统整的数学教学意识,引导其基于“数与式”大单元整体进行教学设计,教学实施与教学反思等一系列的教学组织活动。本研究在文献梳理的基础上,以建构主义理论,整体论哲学和布鲁纳结构主义教育思想等理论为指导,以北师大版七年级上册《有理数的乘法》教学为例,综合运用课堂观察法、案例分析法和访谈法,对当前初中阶段“数与式”大单元教学实践的现状及存在的问题进行分析,以提升初中数学教师的大单元统整教学意识,帮助中学生实现整体知识建构和培养中学生的数学核心素养。

关键词:大单元教学; 核心素养; 深度学习

【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2023.01.175

“深度学习”最初出现在人工智能领域,作为一种算法思维,一般指计算机通过对人脑认知过程的模拟,实现对于复杂任务的计算以及优化。深度学习意蕴丰富,已成为教育改革中的热词,因此,深度学习被视为培育学生核心素养的重要事件路径。在倡导学生深度学习的背景下,借深度教学的途径来实现学生的深度学习,成为教学改革的又一实践转向,教师的教学也理应走向深度教学,从而,为学生深度学习搭建相匹配的“支架”。那么如何在课程视域中把握深度教学的实践路径呢?这就有必要对教学的逻辑进行梳理和剖析,以寻找深度教学所需坚持的内在逻辑。

深度教学应该秉承何种教学逻辑呢?可以认为,深度学习实际上就是在教师的指导下,学生积极主动地将新知识与旧知识建立联系,对知识进行批判性理解,并将其应用到实际问题的解决当中的一种学习方式。我们需要站在知行合一的立场来审视原子论与经验论的思维局限,超越内容层面上原子论与经验论的对立,寻求一种在目的或目标层面能够处理好知行关系的整合论教学。整合论教学就是想把“狗是什么”这个概念教给学生的话,先用实物或者语言辅助,让学生认识一只完整的狗,然后将狗按某种逻辑进行“分解”,一个部分一个部分深入地教;教完之后再将所学的各个部分“组装”起来,“再次”成为一个整体,使学生的学习从具体到抽象,再从抽象到具体;而后续的考试评价要让学生回到“一只完整的狗”的层面来展开。因此,整合论教学为核心素养目标的实现提供了可行路径。

核心素养的养成并非一朝一夕的结果,而是一个日积月累的过程。因此,《2022年版课标》特别强调

应根据学生已有的知识经验、认知水平、学习要求,结合具体内容特点系统规划单元教学目标,实施基于主题下的大单元整体教学。这就要求教师整体把握结构化课程内容,选择能促进学生思考的教学方式,在教学中进行整体设计、分步实施,使学生形成系统化知识结构,前后知识贯通,从整体上认识、学习数学。

大单元教学作为落实“核心素养”的关键课程,其作用不可替代。因此,大单元教学教育势在必行,作为一线教师,需要遵循课程内部逻辑,将整体给予学生,并一部分、一部分地教给学生,再以整体形式让学生认识到知识点,真正实现前后知识贯通,将知识融汇,真正地达到整合知识,学生深度学习的目的。对此,根据理论要求结合教学实际情况,将大单元教学融入数学课堂进行了简单尝试。我们以“有理数的乘法”为例,进行交流。

一、教学设计流程

(一) 导引

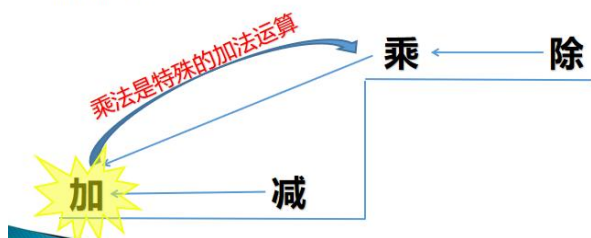
我们小学学习了加减乘除四则运算,它们实质上是血脉相承的。其中减法是已知两数之和与其中一个加数,求另一个加数的运算,我们发现减法是以加法作为基础的;同时,除法的定义为除以一个数等于乘以它的倒数,因此,除法可以转化为乘法运算;而我们又知道乘法是由求几个相同加数的和得来的,所以,我们说乘法是一种特殊的加法运算,因此,加法是四则运算的基础。

随着数域的扩充,我们进一步要研究有理数的加减乘除,有理数的乘法自然是以有理数的加法为基础的,所以请同学们回顾有理数加法的学习方法,我们当时是

如何研究的呢？我们从实例引入，了解了学习有理数加法的必要性，分成了同号、异号、与0相加三种情况，

总结出两个有理数相加法则，归纳出先定号、后定值的解题步骤。为进一步简便运算，我们进而研究了有理数的加法运算律，那么，有理数的乘法能类比有理数加法的研究过程来进行吗？

• 四则运算



设计意图：本节教学以“总-分-总”的结构进行设计，一方面，初中阶段从自然数到有理数，数域进行了扩充，因此，对数域扩充的运算实现一种知识的迁移，为以后数域进一步扩充后的运算做铺垫；另一方面，从算法本身出发，加法是一切初等运算的基础，所有的运算都可以从“相加”推演而来。因此，本节通过阶梯式复习旧知的方式导入，将前后间知识建立联系，使学生建立整体意识，为知识迁移、方法迁移奠定基础。我们以“数与式”这一领域下的其中一个小环节“有理数的乘法”为例，以小见大，从大单元的角度分析数学知识。

(二) 类比探究

有理数的乘法的学习类比有理数加法的学习流程进行，因此，先将两个有理数相乘分情况讨论，再以书本中的实例进行探究引入，通过列式寻找规律总结出有理数乘法的运算法则，继而，学生在练习中归纳运算步骤。与有理数的加法教法、学法、做法实现统一。

(三) 引入倒数概念

通过观察乘积为1的算式，结合小学接触的倒数，通过对比与联系，给出倒数的概念。

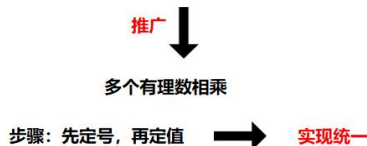
(四) 推广

师问：我们学习完两个有理数相乘后，你会计算多个有理数相乘吗？请大家以屏幕上的题为例，想一想它的解题方法。

生答：我们可以从左往右，利用两个有理数乘法法则，依次计算。这样的话，多个有理数相乘也可以转化为两个有理数相乘进行计算。同样它的步骤应该是先定号，再定数值。那么我们如何确定乘积的符号呢？乘积的符号和什么有关系呢？

我们发现多个有理数相乘时，乘积的符号和负因数的个数有关。当负因数个数为奇数个时，结果为负；负因数个数为偶数个时，结果为正；与0相乘时，结果为0。

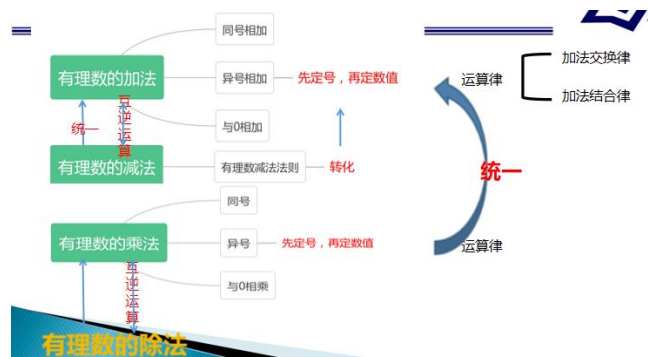
有理数乘法法则的推广：两个有理数相乘



设计意图：本节主要以类比的方法，将有理数加法运算的学习过程迁移至有理数乘法运算，通过类比，我们发现，有理数加法与有理数乘法均是在生活需要，以及数学内部需要发展而来的，两种运算在计算步骤上存在一致性，进一步说明了有理数加法是有理数乘法的基础；这一节引入“倒数”概念，在小学已经接触过，老师通过一系列的问题提问，让学生返回到旧知中，探索与新知的联系与不同，在进一步理解与巩固中深度学习，并且帮助学生养成温故知新的良好习惯；最后将有理数的乘法法则推广至多个有理数相乘，进一步实现统一。

(五) 总结

这节课到这里就结束了，通过这节课，你学到了哪些知识？今天所学的知识有没有让你对以前学过的知识有更深一层的认识呢？



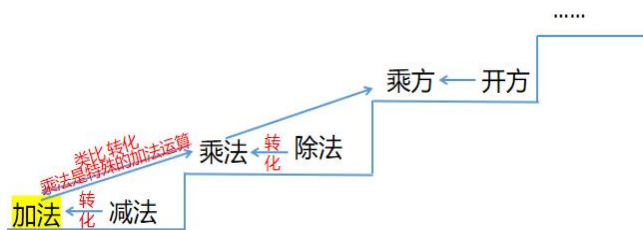
我们今天类比有理数加法的学习方法探究了有理数的乘法，有理数的乘法同样可以分为①同号相乘；②异号相乘；③与0相乘三种情况，运算步骤也是先定号，再定值，和加法一致，并且我们将它进行了推广，推广到了多个有理数相乘。今天上课，还引入了在有理数域下的倒数概念。

接下来，我们要继续探究有理数的乘法运算是否像有理数的加法运算一样，可以利用运算律进行简便运算。

在初中阶段，我们知道有理数的减法运算可以转化为加法运算，并且在小学就学了除以一个数等于乘以这个数的倒数，因此，我们即将要学习的有理数的除法运算，是不是可以转化为我们今天的乘法进行呢？

以后我们还要学习乘方，它是特殊的乘法运算，而开方是乘方的逆运算，它们可以借助我们今天学习的乘法进行，而它们落脚点其实都是加法运算。所以，我们学习的知识都是像线一样串起来的。当然，这个阶梯还

会继续往上走，上了高中之后，我们还会接触到对数，模等



设计意图：首尾呼应，开头与之前学过的知识建立联系，给学生建立知识网络，结尾与即将要学习的知识进行联结，本节内容在整个学习过程中起承上启下的作用，这样给学生系统性的知识体系，建立了整体性、结构化的内容，将知识进行了整合，体现了大单元思想。

二、教学中的反思

(一) 基于深度学习目标下的大单元教学

Beattie等人看来，深度学习是一种主动学习方法，在深度学习过程中，学生能够结合已经掌握的知识经验，对正在学习的知识进行批判性理解和深度加工，直至掌握知识的应用技巧。

在负数 \times 负数这个问题中，实际教学过程中有学生提出：如果以第0天，水位线为0作为标准的话，若水位每天下降3，那么，一天后，水位是否可以理解为 $-3 \times 1 = -3$ ，两天后，水位为 $-3 \times 2 = -6$ ；那么一天前呢？是否可以理解为 $-3 \times (-1) = 3$ ，两天前呢？则为 $-3 \times (-2) = 6$ 。这样，我们就可以在生活中找出与之相关的生活实例来说明数学中“负数 \times 负数=正数”的一种准确性，而另一方面，我们知道，“负数 \times 负数=正数”也是出于数学内部需要，只有这样的结论才能将知识贯通。

这样类比有理数加法的生活情境，合理地解释了有理数乘法的生活背景；并且，和有理数的加法一致，负数 \times 负数=正数，能够保持数学内部环境的需要，在有理数数域中，实现运算的连贯，保持前后知识的一致性。

(二) 主基于主线任务下的认知规律

大单元贯穿的主线可以是一个知识章节、一个相似模块，一个思想方法、一个学习领域等，但必须有一个主线的贯穿，大单元教学不是仅以一节内容或单元为单位，而是站在整本教材的高度，立足数学素养，进行大单元教学，深入把握教学重点难点，大单元教学并非简单重组，而是关注整体，有主线、有计划地为学生以此系统整理出一个课时的内容，教师积极发挥知识内部串联作用，学生用整体思维方式去感悟。

并且，大单元教学必须根据学生的学习经验，顺应学生的认知规律，分阶段地缓步实施。要在主线任务

下，结合学生当下认知水平，顺应学生发展规律，合理地进行铺垫、要求、实施。在学生应具备的知识基础上有机重组，而不可以地基不稳固，却只顾高度，形成只是堆积。大单元交租写必须配套相应的练习，没有练习对待数学教学是不牢固的，仅仅浮于表面，因此，为保证学生学习效果，我们在实施大单元教学的过程中，教师需要有整体意识和大单元观念，要有每一阶段的目标，每一课时的内容可能会涉及三个学年的相关知识，甚至下至小学，上至高中等，要把每一部分的内容进行科学合理的统筹安排，整体设计规划，合理分配课时学段，把主线任务隐于无形又贯穿始终，这个挑战带来的困难并不小，所以，多进行小步子走、缓步子走，随着探索的不断成熟，逐步完成整体系统规划。

章建跃教授曾经指出：基于整体的数学教学就是“从数学知识发展的逻辑必然性提出问题，展示数学知识的整体性和研究数学的一般性方法的教学”。我们提出的大单元教学也是基于此。作为教师，不应该失去研究教材的能力、失去改变教材的勇气，教师要根据教学的实际吗因材施教，教师更要根据自己的理解，以整合论教学为方向，大单元教学为方法，深度学习为反馈，提高数学核心素养为目标，将知识结构化、整体化，使学生内化新知识，与就是知识内恰，形成数学学科的知识系统体系。

结语

从更高的观点出发，能够看出停留在低层次所不能发现的事物之间的联系和共同之处。数学单元教学设计正是从整体功能出发，从更高的观点对数学教学中的各个要素进行系统的综合考量，使其产生整体效益。在大单元教学中，教师要以数学学科核心素养为导向目标，对已有的教材进行解构，与上下教学阶段建构，重构知识体系，对教学内容进行研磨、加工，包括对相关的内容进行适度的补充与拓展，每一节涉及大单元思想的课程都是“种子课程”，每一颗种子都值得浇灌，也会开出美丽的花朵。

参考文献

- [1]杜步, 钱婷, 朱宽兵. 在情境和模型中理解数学本质——“有理数的乘法”教学实践与思考[J]. 中小学数学: 初中版, 2021(12): 2.
- [2]崔娜. 情境引导·问题驱动·方法提炼——“有理数乘法法则”教学实践与思考[J]. 中国数学教育: 初中版, 2022(6): 33-35.
- [3]周光临. 基于共生理念的数学单元教学的实践与思考——以《有理数的乘除法》为例[J]. 进展: 科学视界, 2020(11): 4.