

例谈“双减”背景下初中数学实践性作业的设计

谢庆玲

江西省赣州市赣县区南塘中学

摘要：减轻学生过于繁重的作业负担是“双减”重要内容之一，“减量提质”是广大教师追求的作业目标，作业的量减少似乎很容易，而质如何提上来？这是一线教师需要探索的作业课题，这就要求教师认真研究，优化作业设计，精化作业内容，拓展作业形式，改进作业方式，学生的课堂主体地位得以突出，学生的学习主观能动性可以发挥，让学生主动做作业，乐于做作业，从而提高学习质量。

关键词：双减政策；作业设计；实践性作业

【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2023.01.235

引言

初中数学实践性作业是指教师结合学生的学情，设计合理的数学活动，主要形式可以鼓励学生亲自参与、动手进行实践、积极思考进行探究，达到启发学生思维、体验现实生活、培养实践能力、全面发展发展学生素养的目的而设计出的一种新型作业。对比传统性的作业，实践性作业在其基础上进行有效的拓展和延伸，使学生数学知识的运用更加注重，感受数学知识的过程通过实践来完成，对于书本当中的数学知识的理解更加透彻，应用数学的意识和能力得到进一步的提升，下面围绕笔者教学中的亲身经历，谈谈实践性作业的设计与实施。

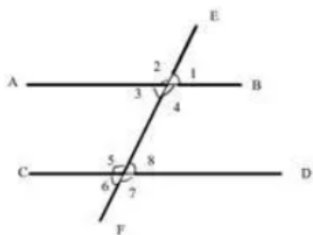
一、巧设探究活动，突破思维局限

按照苏霍姆林斯基的说法，在每一个学生的内心深处都是希望自己可以成为一个发现者、研究者、探索者，这种希望是非常迫切的。我们教师在教学活动中，可以大胆的打破教材束缚，适当加工教材，创设更灵活的探究活动，最大限度的让学生的思维自由发挥。

例1：

作业目标：通过不同方法探究平行线的性质，突破思维局限，拓展学生思维空间。

作业内容：如图，直线AB平行CD，直线EF截两条平行线相交成八个角。



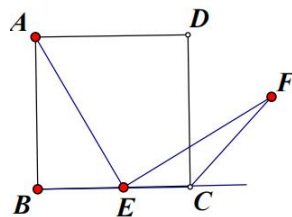
- (1) 你能找出哪些是同位角、内错角、同旁内角吗？
- (2) 这些角有怎样的数量关系？请说明你的理由。
- (3) 在图中任意的画一条截线，(2)中得到的结论依然成立吗？
- (4) 请根据你的探究归纳出平行线具有哪些性质？

作业效果：课前巧设探究活动的作业，课中学生展示汇报，师生共同研讨。在这个探究活动中，学生的

力得到了挖掘，学生的思维得到了激发，用另辟蹊径的方式探究两条平行线被第三条直线所截，形成的同位角、内错角以及同旁内角之间存在的数量关系，从而归纳出平行线的相关性质，学生的成就感也得到了激发。

例2原题：如图1，四边形ABCD是正方形，点E是边BC的中点， $\angle AEF=90^\circ$ ，且EF交正方形外角的平分线于点F，求证：AE=EF。

(提示：取AB中点G，连接EG。)



改变问题的题设和结论，进行深度探究，弄清问题的相互关系和本质特征。

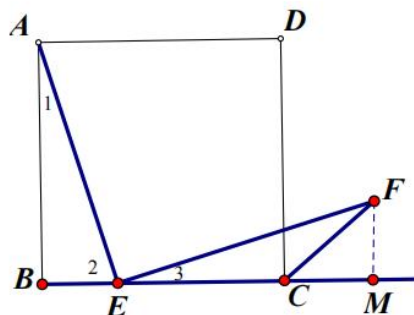
1. 改变线段垂直为线段相等，探究垂直关系

原题的条件 $\angle AEF=90^\circ$ 改变为AE=EF，把求证AE=EF，改变为求证：

$\angle AEF=90^\circ$ ，同时就一般性情形进行探究，研究证明思路。

变式1. 点E为正方形ABCD的边BC上一点，连接AE，过点E作EF使EF=AE交正方形的外角平分线于点F，求证： $\angle AEF=90^\circ$

此时没有垂直的条件，故很难构造相似三角形或构造锐角三角函数，只能利用勾股定理去建立方程，通过解方程发现其中的数量关系。



设 $AB=a, BE=x, FM=CM=y$, 则 $AE^2=a^2+x^2, EF^2=EM^2+FM^2$

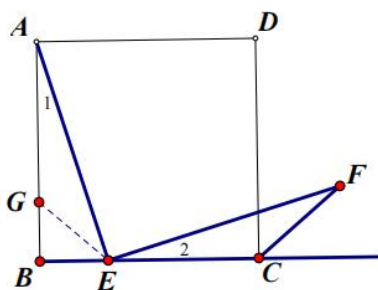
于是有 $a^2+x^2=(a-x+y)^2+y^2$, 解这个方程有两条思路, 思路1直接解方程, 有 $a^2+x^2=(a-x)^2+y^2+2(a-x)y+2y^2=a^2+x^2-2ax+2y^2+2(a-x)y$, 化简得 $y^2-ax+ay-xy=0$, 因式分解, 有 $(a+y)(y-x)=0$, 因为 $a+y>0$, 所以 $y=x$, 即 $BE=FM$. 由HL可以证明 $\triangle ABE \cong \triangle EFM$, 所以 $\angle 1=\angle 3$. 因为 $\angle 1+\angle 2=90^\circ$, 所以 $\angle 2+\angle 3=\angle 1+\angle 3=90^\circ$, $\angle AEF=90^\circ$. 从而 $AE \perp EF$.

对于方程的处理, 还有思路2: 对方程 $a^2+x^2=(a-x+y)^2+y^2$ 移项后分解式 $a^2-(a-x+y)^2=y^2-x^2$, $(a+a-x+y)(a-a+x-y)=-(x+y)(x-y)$, $(2a-x+y)(x-y)+(x+y)(x-y)=0$, 即 $(2a-x+y+x+y)(x-y)=0$, 从而有 $(a+y)(x-y)=0$, 故 $y=x$, 即 $BE=FM$.

2. 把垂直和相等两个条件合并, 要求证明点F在正方形外角平分线上

把垂直和相等两个条件合并, 这样可以把问题变式为:

变式2: 点E为正方形ABCD的边BC上任意一点, 把AE绕点E顺时针旋转 90° 到EF, 求证: 点F在正方形外角平分线上.



证法一: 如图, 在AB上截取 $BG=BE$, 则 $\angle BGE=\angle BEG=45^\circ, \angle AGE=135^\circ$. 因为 $\angle AEF=90^\circ$, 所以 $\angle 1+\angle AEB=\angle AEB+\angle 2=90^\circ$, 所以 $\angle 1=\angle 2$.

因为 $AB=BC$, 所以 $AG=EC$. 因为 $AE=EF$, 所以 $\triangle AGE \cong \triangle ECF$.

所以 $\angle DEC=\angle DCF=135^\circ$.

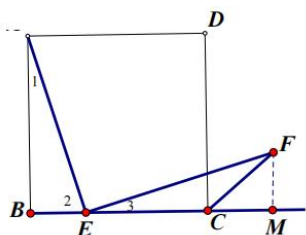
$\angle DEC=90^\circ, \angle DCF=45^\circ$.

所以点F在正方形ABCD的外角平分线上.

证法二: 如图13, 过F作 $FM \perp BC$ 于点M, 由已知有 $\angle 1=\angle 3$,

所以 $\triangle ABE \cong \triangle EMF$, 有 $BE=FM, AB=EM$.

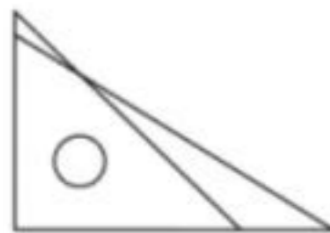
所以有点F在正方形ABCD的外角平分线上.



二、玩转学习工具, 开阔思维广度波利亚说: “学习任何知识的最佳途径是通过自己的实践活动去发现, 因为这样发现理解最深。”用心设计实践性作业的目的是让学生在动手操作发现思维, 培养兴趣。三角板是学生最常用的学习工具, 以三角板为道具来研究某些运动变换的动态问题是非常直观有效的, 呈现图形的运动状态, 展示学生推理能力的发展过程, 拓展学生思维视野。

作业目标: 让学生玩转三角板, 直观一副三角板一组边互相平行现象, 运用平行线的性质, 逻辑推理求出转动角度的度数, 渗透分类思想, 开拓学生思维广度, 使学生的手、脑并用, 收获直观的视觉感受, 加深对于问题的理解。

作业内容: 三角板是学习几何的重要工具, 也是学生文具盒里的必备的工具, 将两块直角三角板的直角顶点按如图所示的方式, 叠放在一起, 其中含 30° 的三角板固定不动, 将其中含 45° 的三角板绕直角顶点顺时针转动(0° 至 180° 之间), 在转动过程中, 这两块三角板是否存在一组边互相平行的情况? 若存在, 请直接写出转动的角度所有可能的值; 若不存在, 请说明理由。



设计意图: 平时这类题型, 学生往往漏解或者计算错误, 通过启发学生用三角板这一实践的环节, 激发学生的做作业的兴趣, 提高正确率, 加强学生对平行线性质的掌握及应用, 以学生最常见的三角板为工具, 以实践性的作业为载体, 通过观察、猜想、实践、合作与交流、验证、将抽象的问题转化为具体的实践操作, 从感性知识升华到理性知识, 培养学生解决动态的问题, 从单一思维横向发展到多元思维。

作业效果: 经过玩转一副三角板, 用 $\triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 来代表题中两块三角板, 通过对比验证、逻辑推理、合作交流、成果展示如下图所示, 同学们玩的开心之余, 迅速准确的得出转动的角度为 $30^\circ、45^\circ、120^\circ、135^\circ、165^\circ$ 。通过动手操作, 实践性作业的优势得以体现, 学生感觉到做数学作业不是简单枯燥的写写算算, 还能锻炼动手能力, 学习之余增加了实践的机会, 发挥了数学作业的育人价值。

三、解决实际问题, 培养思维灵活

课程目标中指出: 要使学生“初步学会从数学的角度提出问题, 综合运用数学知识解决简单的实际问题, 增强应用意识, 提高实践能力”。因此, 教师要在实际教育教学的过程中, 合理的设计教学实践, 培养学生将

所学的知识，应用到解决实际问题的当中来，感受到生活当中处处都有数学。

作业目标：熟练书本上的数学知识，快速的解决生活中的问题，体会数学与生活的联系，渗透数学思想，遇到生活中常见的数学问题时，学生可以发现数学的影子。

作业内容：仅凭借文具盒中的一把直尺，同学们可以估测教学楼的楼层有多高吗？

设计意图：平移作为几何图形位置变化的一种形式，在学完“平移”内容后，笔者发现部分学生在书面作业和练习时，特别是遇到利用平移思想解决一些涉及楼梯和面积计算等相关问题时，仍然暴露出因为知识点掌握不够扎实而产生的胆怯心理。为了让学生跳出“纸上谈兵”的局限，深度理解平移变换的性质，以及再次渗透平移思想，真正体验数学知识的魅力，从而设计了实践性作业，将学生“引”出教室，去户外寻找解决问题的方案。

作业效果：这道数学题可以说是“一石激起千层浪”，学生纷纷拿起自己的直尺，左比右画、横量竖测、上推下移，总感觉这是不可能完成的作业：讨论时，想法天马行空，有的说全班的尺子首尾相接就可以测量，有的说利用尺子自由落体的速度，有的说用绳子绑住尺子测量，有的说利用阳光照射后的影子原理测量，更有甚者想变身蜘蛛侠攀爬墙壁进行测量……（思维的潘多拉盒子已经打开，求知欲已经在燃烧，静待花开）：讲解时，学生展示方法，利用直尺测得教学楼一级台阶约为15厘米，一共28级台阶，楼层高度： $15 \times 28 = 420$ 厘米=4.2米。答案揭晓之时，同学们欢呼：原来数学这么好玩！平移思想在欢呼之中嵌入脑海里，活动经验在实践之中得以积累，数学魅力在尝试之后完美彰显。

这类实践性的作业往往设计起来相对“接地气”，取材也很多，只要是与学生密切相关的，教师善于发现挖掘，都可以用来设计成数学作业。不信，我们再看一例：

作业内容：某市中考体育中含有跳绳的选项，初三同学选这项的也比较多，你能结合函数模型找到一个合适的绳长使跳绳最轻松吗？

设计意图：初三同学为了练习跳绳，在这方面也下了很多功夫。经过长期的坚持，让学生苦恼的是成绩始终停留在一定水平便不再增加。同学们刻苦练习之余，想找出科学练习的技巧，不妨让实践性的数学作业来助他们一臂之力吧。

作业效果：同学们经过交流、观察发现如果将绳子调短了，要比之前好跳。在此基础上他们又想：能否找到一个定长使我跳绳最轻松呢？为了解决这个问题，笔者鼓励他们设计出了如下方案：

1. 测出绳长与身高，算出绳长与身高的比值。

2. 在其他条件不变的情况下，匀速跳绳180个，记录失误的次数。

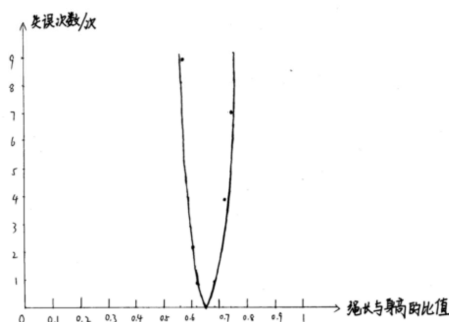
3. 列出表格，并画出大致的函数图像。

经过多番测量取平均值，记录数据如下表：

（身高为1.68米，为方便计算，近似取1.7米）

绳长/米	1.25	1.2	1.15	1.1	1.05	1.00	0.95
绳长：身高	0.74	0.71	0.68	0.65	0.62	0.6	0.56
失误次数	7	4	1	0	1	3	9

根据上表同学们绘制出函数图像如下：



观察图像近似一个二次函数图象（函数模型找到啦！）

设解析式为 $y = a(x - 0.65)^2$

把 (0.6, 3) 代入 $y = a(x - 0.65)^2$,

得 $a = 1200$,

所以 $y = 1200(x - 0.65)^2$

参考数据，同学们发现选定长1.1米左右的绳长作为跳绳的长度可以轻松提升跳绳成绩。同学们还发现，当绳长与一个人的身高之比大约在0.65时，此时的绳长最适合跳绳者。有了这些发现，同学们掌握好数学知识的同时，还提升了自己的体育成绩，一举两得，学科之间的融合得到了完美的体现。

结束语

从“双减”政策的出台、新课标的制定，结合校情、学情，基于学生需求和发展的考虑，教师需着眼与数学实践性作业设计的研究，让学生在感兴趣的数学作业中提高数学素养。学生通过参与高质量的实践性作业可以对课堂知识的理解更加透彻持久，更容易在作业中达到开阔视野、拓展知识面的效果，使学生的综合素质获得可持续性的发展。

参考文献

[1] 王德江： 摭谈中小学作业的困境路径与展望[J]. 中学数学教学, 2022 (5) : 1-4.
 [2] 吕永斌: 浅谈数学教学中的体验性学习中学课程辅导[J]. 教学研究, 2014: 36.
 [3] 王月芬: 作业设计能力——未被重视的质量提升途径[J]. 人民教育, 2018 (13) : 58-62.