

浅谈数学建模在初中数学中的应用

刘丽娟

赣州市赣县区红金实验学校

摘要: 在初中数学新课程标准下,学校应当注重培养学生实践能力,使学生在具体的实际问题背景下,找到问题之间的内在联系,并通过实际问题建立数学模型,从而增强学生的应用能力。学生只有在应用中才会更加全面地体会知识的价值,从而更加科学合理地应用知识。然而,大多数初中生因欠缺建模意识,导致其在具体情景中无法对数学知识进行准确应用,不利于其数学能力的提升。基于此,初中数学课堂中应注重培养学生的建模意识,借助数学建模来培养学生解决数学问题的应用能力。

关键词: 建模;应用;意识;能力

【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2023.02.094

引言

古语云:“学以致用,用以促学,学用相长,知行合一”,强调了知识与应用的相互统一、相互促进的关系。故2022年版义务教育数学课程标准在原来的“双基”的基础上,提出了基本思想和基本活动经验。也就是说学生不仅仅要获得扎实的基础知识和基本能力,还要把数学知识形成体系,建立模型,对题目进行详细分类,重视新旧知识的联系,特别是积累数学思维并加以应用。同时,为了培养创新型人才,在传统的分析问题和解决问题的基础上,又加上了发现问题和提出问题的能力。在新课程理念下的教学,要结合具体内容,采取设立问题情境—观察研究对象—提出合理假设—建立数学模型—分析解决问题,教学中要创设这种情境,使学生在经历知识的形成与应用的过程中,更好的理解与应用数学知识。

随着课程改革的深入发展,传授知识是对老师最低的要求,提升学生各方面能力才是老师永恒的目标。学生自觉学习、学会学习,是学生能力的一种体现。

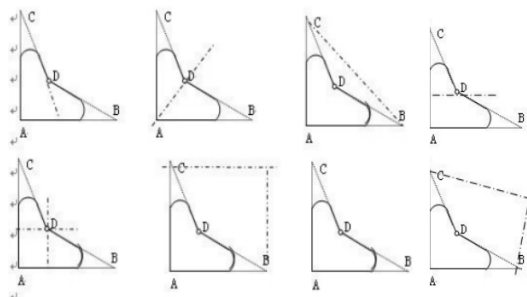
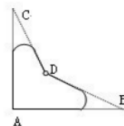
激发学生学习的积极性,特别是潜能生的积极性,是我们老师必做的功课,也考验着老师的智慧。多年的数学教学实践探究使我深刻体会到:学生不仅仅要获得扎实的数学基础和基本能力,还要把数学知识形成体系,建立模型,对题目进行详细分类,重视新旧知识的联系,特别是积累数学思维并加以应用,应是数学教师的毕生追求。下面是我针对数学建模的一些思考,与教学同行们交流共勉。

一、数学建模的基本涵义和拓展

数学建模,就是根据实际问题的类型来建立数学模型,然后再对数学模型进行求解,最后通过所得的结果去解决实际问题。所以在研究一个实际问题时,我们就要深入调查研究,了解对象信息,先做出假设,再分析内在规律,从而用数学符号和语言表述来建立数学模型。总的来说,数学建模过程整体很复杂,而且模型也十分抽象,需要长期的培养学生这方面的数学素质。例如在一次讲三角形内角和等于180度的应用时,我出了一道解答题,给学生留出足够的时间进行思考与交流,最后学生给了我一个特大的惊喜,他们共总结找到了8

中解法。

例如:一个零件的形状如图,按规定 $\angle A=90^\circ$, $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$,应分别是 $32^\circ 21'$,检测工人量得 $\angle BDC=90^\circ$,就判断这个零件不合格,请运用你学过的知识说明零件不合格的理由。



同学们经过积极思考,深度交流,在所学知识中建立模型——三角形、四边形。经过探索,学生居然找到了八种解法,其中有七种都加了辅助线,利用的知识点:三角形的内角和、三角形的内角与外角的关系、平行线的性质、四边形的内角和360度等;第七种利用的是凹四边形的内角和与圆周角为360度的知识点解决的。在展示时,一位学生对题目的条件 $\angle ABC$ 和 $\angle ACB$,应分别是 $32^\circ 21'$ 提出了质疑,并提出了修改意见: $\angle ABD$ 和 $\angle ACD$,应分别是 $32^\circ 21'$ 。我及时对他的做法做了肯定,采用了他的意见。并对他的这种不迷信权威、敢于挑战权威的精神大加赞赏。

课堂是学生的课堂,在已有的知识体系中建立数学模型,激发学生的思维,调动学生学习的积极性,这样才能把课堂还给学生,让学生真正的成为课堂的主人。

《数学课程标准》中明确指出:“学生学习数学的积极性,是学好数学的重要前提。”;《教学论》中也提出:“调动学生学习积极性是教师的重要责任”。从本节课中,我深刻认识到:引导学生在已有的知识体系

中,积极思考,建立相应的数学模型,学生就会如鱼得水,思维喷涌。

二、培养学生的建模意识

20世纪最伟大的物理学家爱因斯坦曾经说过:“兴趣是最好的老师”。教师作为数学建模的策划者和引导者,要转变旧的思想,对待数学建模要有清楚的认识,不断学习新知识新思路,为提高学生对数学学习的兴趣,要培养学生初步掌握建立数学建模的思想和方法,最后能够利用数学建模的思想解决生活中的问题。下面我将从以下四个方面阐述:

1. 利用教材自身特点建立数学模型

数学建模应该从“双基”工作的要求为切入口,以数学学科教材的自身特点来建立数学模型。对于初中阶段的学生来说,数学建模的学习是为了激发学生的学习兴趣,增强学生的探索欲望,最后在让学生把数学建模的思想应用到实际问题中去,从而解决实际问题。我觉得可以利用数学教材,使学生了解一些基本数学模型,如数与式模型、方程模型、不等式模型、函数模型、辅助线模型、几何变换模型等。像几何模型和方程模型,可以使学生多方面全方位地感受数学建模思想,激发学生对数学建模的兴趣,引导学生完善数学建模的思维。例如在讲平方差公式的探索和应用时,我引入这个例子:

狡猾的灰太狼,把一块边长为 a 米正方形的土地,租给懒羊羊种植。一天,他对懒羊羊说:“我把你这块地一边增加4米,另一边减少4米,继续租给你,你也没有吃亏,你看如何?”懒羊羊一听,觉得好像没有吃亏,就答应了。同学们,你们觉得懒羊羊有没有吃亏?

根据学生已有的知识体系——多项式乘以多项式的运算法则,进行一下设计:

1. 知识回顾:多项式乘以多项式的运算法则?

2. [做一做]:计算下列各式,并请你观察它们的运算结果,你发现了什么

规律?把你的发现和同学进行交流,能用字母把这个规律表示出来吗?

计算 $(a+b)(a-b) = \underline{\hspace{2cm}}$;

(1) 当 $a=x$ $b=1$ 时 $(x+1)(x-1) = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 当 $a=m$ $b=2$ 时 $(m+2)(m-2) = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) 当 $a=2x$ $b=1$ 时 $(2x+1)(2x-1) = \underline{\hspace{2cm}}$;

我们把具有特殊形式和特殊结论的多项式的乘法公式归纳为乘法公式,师生小结:平方差公式: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$,两个数的和与这两个数的差的积等于这两个数的平方差。

通过以上设计,积极塑造数学模型,激发学生的探究欲与兴趣,再利用学生原始的换元思想,搭建公式平台,使学生感受数学的奥妙,以及它的再创造性。

在这种情况下,再引出平方差公式,能引起学生充分的注意。以问题为背景,缔造数学模型,让学生感受到数学的应用价值,激发了学生的好奇心和求知欲。

2. 在生活中建立数学模型

我国南宋时期著名的理学家朱熹的诗句“问渠那得清如许?为有源头活水来”,很形象地表明,要想知识之水常清,为有源头活水,而生活,就是我们知识之水的源泉。课堂中我们要传授的数学理论知识不是刻板的,是可以和生活联系起来的,数学来源于生活,教师要善于从学生的生活中发现数学问题,使学生感到数学就在身边,从而产生兴趣。比如告诉学生只要称一称自身的体重,马上就可以算出自己血液的重要,知道自己拳头一周的长度,等于自己的足长,自己的身高是足长的7倍,公安人员凭借坏人的脚印就可以马上估计到坏人的身高等等。其实在生活中如果我们深入思考就会发现,我们身边随处可见的问题类型都可以用数学建模来完成,在生活中运用数学建模的思想,不但可以帮助学生加深对数学建模的理解,也是培养学生建模意识的重要途径。

例如:若四边形木架改变形状,我们能否想出一个办法使其形状固定下来?(比一比哪组的方法多?学生很容易利用学生的三角形具有稳定性,四边形不具有稳定性,建立模型解决。但渐渐的学生在操作过程中,会得到一些意想不到的收获。



图一

图二

这幅图打破了学生的思维定势——三角形具有稳定性,四边形不具有稳定性。图1、2第一个教具是在四边形固定对角线,使其固定,这是利用三角形具有稳定性,这是学生易想到的;图1、2上的第二个教具是把木条斜搭在对角线上,学生惊奇的发现:四边形稳定(学生认为不稳定,因为图中是四边形)。图1、2上第三个教具,当学生把木条固定在相邻的两边时,学生同样感到无比的好奇:体验的结果是四边形稳定(学生认为不稳定,因为图中有五边形)。图1、2的第四个教具更是让学生无法想象:学生发现,图1中的第四个是不等腰梯形,即搭建的木条只和两底边平行时,四边形不稳定,但活动受到一定的限制;图2中的第四个是等腰梯形,即搭建的木条和两底边平行时,四边形不稳定,且活动不受限制。通过以上学习,点燃学生的数学学习热情,也激发学生课后继续探索的动力。

这个实例告诉我们,把课堂还给学生,利用学生已有知识,建立数学模型,为他们提供观察和操作的机会,强化了数学教学的生活性、实用性,体现了“数学源于生活,寓于生活,用于生活”的思想。从学生生活实际出发,把生活实际通过数学模型和教材内容有机结合起来,符合学生的认知特点。能使他们体会到数学就在身边,领悟到数学的魅力,感受数学意识。正如叶澜教授所言:

“把课堂还给学生,让课堂充满生命活力。”

3. 验证模型

很多实际问题中存在各类限制因素，导致数学抽象所得的模型，计算出的答案并非与实际情况相符。教师要帮助学生养成验证模型的习惯，谦虚务实地将数学建模得到的答案拿到真实生活情境中验证一番，完成验证的、符合问题情境的建模才是成功的建模。无论教师还是学生，都应该重视这个过程，学生验证完成发现建模有误，教师应鼓励学生找到问题原因，重新建模。

4. 应用模型

运用体育课做游戏选择篮球这个例子探究了最短路径问题，借着学生思维的热度和热烈的课堂氛围，提升建模难度，尝试解决更多更复杂的最短路径问题。先让学生自主思考，遇到跨越不去的障碍时再向教师求助，教师根据学生需要给予鼓励或者引导，带领学生构建模型。可以让学生回答一些问题：解决最短路径问题的过程，以及轴对称知识点在最短路径问题上发挥了怎样的作用？在学生的接受范围内，难度逐渐提高，让学生从掌握基本数学模型，到自行构建更复杂的模型，不断反思、总结、温习、提升，螺旋渐进式地进步，强化学生建模兴趣，让学生感受到成就感，有信心挑战更复杂的问题。

三、培养学生建模过程

新程标准指出，教师在引导学生运用知识实践过程中，需要对数学问题进行抽象化，能用适当的函数来解决某些实际问题中变量之间的关系变化，通过对实际问题中变化量之间的关系分析，可以对变量的变化规律进行初步预测，能用一次函数，二次函数等来解决简单的实际问题，在学习了正、反比例函数和一次、二次函数后，学生已经能够建立这些函数的模型了，所以在解决实际实际问题时就可以选择建立函数模型来解决。

例如：列表分析法

在某座城市两座农园中，甲地、乙地两地要向A地和B地每天输送水果，其中甲地每天输出60车水果，乙地每天输出40车水果，供给A地和B地各50车水果。由于距离不同，甲地到A地的费用为每车600元，到B地的费用为每车700元；乙地到A地的费用为每车500元，到B地的费用为每车650元。请你设计一个调运方案使总运费最低？此时总运费为多少元？

首先我们先设从甲地送往A地的水为 x 车，总运费则为 y 元。

下面我们列表来建立数学模型：

输出地	甲地		乙地	
	A地	B地	A地	B地
车数	x	$60-x$	$50-x$	$50-(60-x)$
每辆车的运费	600	700	500	650
合计运费	$600x$	$700(60-x)$	$500(50-x)$	$650[50-(60-x)]$

依题意我们就可以得到运费 $y=50x+60500$

根据题目分析我们可以了解到：甲地往A地送水果的数量 $10 \leq x \leq 50$

因为： $50 > 0$ ， y 随 x 的增大而增大。

所以当 $x=10$ 时， y 有最小值61000

答：从甲地送往A地10车，从甲地送往B地50车，从乙地送往A地40车，从乙地送往B地0车，可使总费用最省，为61000元。

总而言之，为能够使学生更好的学习理解初中数学知识，建立数学模型极其重要。所以在平时的数学教学过程中，教师就需要高度重视数学建模方法在课堂中的引入，使数学建模融入数学课堂中去，渗透到学生的学习中去。《易经》有云：“穷则变，变则通，通则久”。数学教学也是如此，只有正视改变，在百变中寻求规律，建立数学模型，在一次次失败中，建立自己的解决问题的体系，最后才能到达胜利的彼岸。

四、初中数学建模的教学方法

1. 案例式教学

案例式教学顾名思义是在初中数学课程开展阶段，融入与课程内容相契合的案例内容，最大限度的促进隐性知识与显性知识的不断转化。相关的教师群体在融入案例式教学法时，必须要根据数学教学内容、教学对象、教学目标，精心设计数学教案，确保其本身具有高度的生动性、系统性、全面性，吸引学生群体积极参与，积极思考。其次，由于数学科目本身具有一定的复杂性，因此要求教师群体必须要采用正确的方法，准确掌控教学过程，通过提出适时的数学建模案例，组织学生群体进行思考、探讨、自我总结，令学生真真正正的感受学有所思。最后，适当的就案例所涉及的内容进行问题提问也极为重要，通过开展具有层次性的案例提问，引导学生群体根据课程进度进行问题思考，确保学生在数学课程学习期间具有高度的参与感。

2. 小组讨论式教学

当代的数学教学人员必须要积极的转变教学观念，摒弃早期过度强调理论知识传授的错误模式，将提高初中阶段学生的学习能力作为当前工作的重中之重，将学生作为课程讲解的主体，开展学生与教师双方的互动互学，在突出学生群体主体地位的同时，体现民主的教学思想。相关的教师群体必须要加强对数学教材的总结挖掘内部的知识点，为学生划分数学学习的重难点，并为学生群体设计精简的数学建模讨论问题，促使学生将注意点转移至团队协作之上。增强数学建模教学的核心效益。除此之外，借助当前的多媒体教学设备，通过化繁为简、图文并茂、声形结合新颖化的数学建模教学方案，将抽象化的理论知识予以简单化，将枯燥变为生动，巧妙的将学生引入至全新的数学学习氛围之中，发挥学生群体的想象空间，锻炼初中阶段学生的思维能力、创新新能力、发散精神。

参考文献

[1] 吴聪文，核心素养视角下培养初中生数学建模能力的策略[J]. 西部素质教育，2022.

[2] 糜玉，初中生数学建模能力的培养方略[J]. 数学大世界(中旬). 2021(01)

[3] 谭秋漪，核心素养视角下培养初中生良好数学建模能力的方法[J]. 考试周刊. 2022(43)