

高等数学的人文素养教育探究

高文新 文平

安徽电气工程职业技术学院

摘要：高等数学是高校所有理工科专业的公共必修课，课程内容中拥有丰富的人文素养教育经典案例，本课程着眼于实现立德树人的素养教育目标，以高等数学中的美、数学史和数学思想为例，从多角度给出了教学设计过程中潜在的素养教育融入点。

关键词：高等数学；教学案例；素养教育

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-627X.2023.07.034

数学的科学精神是一代代科学家在探索数学奥秘、推动数学发展过程中所体现的人文态度，其中包括一丝不苟、契而不舍、实事求是等人类智慧与精神的精华。数学以其丰富的内容和独有的发展过程以及一代代数学家们的艰苦工作，积淀了大量的人文内涵，其对莘莘学子有着无可替代的教育作用，数学中丰富的核心素养内涵可以使学生在学习过程中找到愉快的情绪体验，满足精神上的需求，增强学习上的欲望。

高等数学知识中蕴含着丰富的人文素养教育资源，借助于数学中对美的欣赏、数学史的介绍、数学思想的熏陶、知识点的传授、知识的引入与应用案例的选取等，将人文素养教育有机融入高等数学的课堂教学中，可以激发了学生的学习兴趣，提高了学生学习的主动性，通过这种显性的数学思维教育与隐形、潜移默化的的人文素养教育相结合的形式，以达到在教育教学中实现的情感熏陶、文化渗透和价值传递的目的。

一、高等数学中的美

数学的美没有动感的画面，没有美妙的声音，也没有鲜艳的颜色，它的美是含蓄的、无处不在的，它的美在于对生活的精确表述和对逻辑的完美演绎，正是他的这种神秘美和潜在美感，能让学生感受到有别于音体美的潜在美，总体说来，数学的美大都蕴藏在它的基本结构中，这种内在的理性美不容易被人们感知和理解，但也不容我们去忽视。

高等数学的微积分中有着对称美，如：概念的对称：无穷大与无穷小、连续与间断、精确与近似，微分与积分等；公式的对称：换元与回代、求导公式与积分公式、分割与求和等；图形的对称：奇函数与偶函数，函数的单调增与单调减，描述曲线的弯曲方向的凹凸性

等^[2]，学习者会感受到这些概念在精巧中充满了逻辑和智慧之美。

统一美在数学中也得到了淋漓尽致地体现。有了倒数的概念，使得除以一个不为零的数等于乘以它的倒数，让乘法和除法得到了统一；微分是函数增量的一种近似计算，其基本概念为 $dy = y' \Delta x$ ，又由一次函数 $y=x$ 的微分就是其自变量增量，即有 $dx = \Delta x$ ，于是得到微分的第二定义阐述 $dy = y' dx$ ^[3]，通过这种巧妙的演绎，恰恰体现了数学中的定义的同一维度的和谐统一美；向量与复数在代数中的计算与在几何意义总的诠释，呈现出的数形结合的统一美，实现了这两个概念在代数与几何中的自然过渡，也实现了直角坐标系与极坐标系相互转换的巧妙统一美；由一元函数微积分理论知识的基本知识体系到多元函数微积分的理论体系，展现了高等数学的理论演绎的高度统一美特点。

$$\text{欧拉求无穷级数 } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots$$

的和时，利用前 n 项的和，采用取极限的方式实现了从近似到精确过渡，有高等数学的奇巧之美，这种高度的奇巧之美，令人赏心悦目，同时也会令学习者感叹数学的神秘与有趣。

从高等数学中探究出的对称性、统一性、奇异性、简明性和有序性等特点，对培养学生的审美意识具有一定的意义。

二、高等数学中的文学、数学思想、数学史

学习极限思想时，可以感受到中华诗词中“孤帆远影碧空尽，唯见长江天际流”中的“帆影”的无穷小思想；战国时期庄子《天下篇》中“一尺之锤，日取其半”的案例与刘徽的割圆术思想^[4]诠释了无限接近的过

程,展现了中国古代极限思想的魅力;在介绍我国这些优秀的古代科学家时,增强了学生的民族自豪感,培养了学生的文化自信。

对不恒定量的面积或者路程等实际问题求解问题时,可归为定积分的范畴,可以用“分割(化整为零),作积(以直代曲),求和(积零为整),取极限(精确化处理)”的思想,其思想与《老子》道德经第63章“天下难事,必做于易,天下大事,必做于细”也有很好的契合,当生活中遇到棘手的问题可以巧妙地运用积分所蕴含的思想(复杂的事情都是由简单的事情组合起来的),将复杂而困难的问题切分成许多小问题,再逐个攻破,以求问题的解决,这种建模方法,对于实际问题的解决有着一定的启发意义。

在介绍微积分基本定理章节时,除了情境导入,公式的演绎推导,还可以加入牛顿、莱布尼茨人物简介:牛顿莱布尼茨公式的命名由来,两位数学家各自在微积分理论体系乃至数学界所做的贡献等,从多方面多角度相关知识,激发了学生的兴趣,进而引导学生学会从容对待挫折和磨难,树立积极乐观的生活态度和战胜困难的决心,培养崇尚真知、追求真理的科学精神。

由向量(矢量)的概念,联系到《战国策·魏策四》南辕北辙的故事,了解到凡事预则立,不预则废,做事情要有目标,有了目标才有前进的方向,才有可能获得成功,以此培养学生树立人生目标(方向)的意识,提高自我管理的能力。

高等数学中独特的思维模式和推理方法,其中的思想、精神和方法都蕴含着丰富的核心素养内涵,值得我们去深思和挖掘。

三、高等数学中的哲学思想

函数 $f(x)$ 在某点处连续的第一定义为 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = 0$,描述了函数在某点处的一种稳定性,即自变量变化较小时,因变量变化也较小;这种事物动态变化的连续性的哲学思想,引导着我们要遵循事物本身发展的规律,不要妄图寻找捷径,否则只会事与愿违。

在学习导数的应用(函数的极值和最值问题)时,可协助学生认识人生亦如函数的变化,既有人生阶段性的高峰极大值点也有低谷中极小值点,在漫漫的人生路

中不可能一帆风顺,引导学生树立健全的人格,正确认识成功与失败,同时学会运用动态的观点看待问题,起起伏伏才是常态,是成长的需要,低谷和顶峰也可能会成为人生转折的拐点。

向量可以用二维平面来度量,亦可用三维的空间直角坐标系来衡量,教学中将向量推广至理论代数下的 n 维来描述,这种循序渐进建立起的多角度刻画问题、分析问题的思想,可以帮助学生建立起自我意识的多元评价体系,避免了极端思想的产生。

在级数的学习中,从有限项的和到无限项的和的性质变化,向学习者揭示了辩证唯物主义思想中的量变到质变的规律:探究问题中用已知去探求未知^[5],化无限为有限的思想,恰是数学的魅力所在;著名的悖论“阿基里斯追不上乌龟”,曾经对“微积分”的基本理论产生巨大冲击,导致了数学史上的“第二次数学危机”,从这次危机解决中,可以看到数学的发展本身就是一个不断发现问题、解决问题的过程,所以就个人而言,亦如数学的发展进程,也是一个不断更新、自我完善的过程,坚持科学的理念和正确的方法,鼓励自我跳出舒适圈,不断的突破自己:调和级数其通项趋于零,但其和却是无穷大,这个结果有着“积小成大、防微杜渐”的思想,从 0.99^{365} 和 1.01^{365} 的细微差别中,领悟“不积跬步无以至千里,不积小流无以成江海”的精神,相信坚持总会看到希望,积微方能成著,另一方面也要学会从小事防范,及时止损,避免陷入某种恶性循环,造成不可估量的损失或是难以想象的灾难。

四、高等教学中的工匠精神

求解高阶导数时,需先求一阶导数,再求二阶导数,以此求出更高阶的导数,整个过程需要一步一个台阶,并进行不断的总结和归纳才能得到所求的结果,这恰好映射了做事要脚踏实地,一步一个脚印的“工匠精神”。

介绍定积分的几何应用时,可借助专业和生活中的常见问题,如:“拱形桥梁”、“鱼腹梁”纵断面面积计算以及高铁“圆端形桥墩”工程量的估算等,通过解决实际问题,感受中国在基建方面做出的巨大努力,体会“大国工匠”精神^[6],培养学生勇于探究的科学精神。

五、高等数学中的规则意识

高等数学是从实际问题中概括抽象出来的，与现实生活联系紧密，甚至可以在我们的生活中无处不在，因而具有很强的应用背景。

针对有界函数概念的论述，可延伸至生活实际中的“界”，校有界、法有界，同时国也有界，这样可将晦涩难懂的数学概念联系了实际，同时通过对这种规则意识的简单介绍，强化了学生的法制观念以及爱国意识。

分段函数的模型在生活中比比皆是，如：税收、快递、电费、燃气等收费方式，运用所学知识，处理实际问题，可以培养学生合理分析和解决问题的能力，树立依法纳税的意识；结合易拉罐的最优化设计，可引导学生节约资源和保护我们身边的不可再生资源。

在研究数列求和问题以及两个重要极限时，探讨银行贷款复利问题，联系校园中所出现的“校园贷”、“套路贷”案例，揭示计利方法，引导学生养成理性消费的习惯，增强安全意识，远离非法贷款。

利用饮酒模型，介绍常微分方程的应用，培养遵守交通规则的意识，弘扬社会主义核心价值观，培养学生的法制观念。

结语

在实际教学中，人文素养教育与科学问题、社会问题以及课程的知识点要做到无缝衔接，要将素养教育渗透于无形之中，做到有机融合，通过实际案例的引入，激发学生的兴趣，提高教学质量。

教师除了要挖掘可能的素养案例外，还要注重案例库的建设、基本教学能力的培养以及课程教学的设计。高质量素养案例库的建设，对于课程素养教育的展开至关重要。因此教师要将课程的知识点进行系统地梳理，提炼出相关思政与素养元素，再结合思政与素养元素设计典型的案例，制作相关的资源库。

素养教育的开展，师资队伍是关键，教师的基本教学能力和育人水平也直接影响着课程素养教育的教学效果，但在高职院校，一般高等数学的老师缺乏对“数学”文化意义和人文素养的了解，社科类教师又显得数学知识底蕴不足，缺乏能站在数学的平台上挖掘与把握其历史、人文、精神、情感等内涵的具有一定文理综合能力的教师。因此数学教师要不断提高意识，加强人文

知识的学习，同时紧密联系社科类教师，如马克思主义哲学、法律法规等专业教师，共同挖掘高等数学中的隐形素养要素，并在社科类教师的协同下精心设计案例，已达到到更好的育人效果。

蕴高等数学中蕴含人文素养的教学设计要做到与时俱进，可采用寓德于教，寓道于教、寓教于乐的方式融入^[7]，同时利用显隐结合、理实结合、线上线下多路径植入，以达到良好的效果。

总之，课程中融入立德树人的人文素养教育是一种教学理念，这种理念需要遵循学生成长规律、坚持以学生为中心、润物细无声地进行。

参考文献

- [1] 吴军. 数学之美[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2021.
 - [2] 丛山. 数学文化[M]. 中国科学技术大学出版社, 2017.
 - [3] 同济大学数学系. 高等数学(第六版)[M]. 北京, 高等教育出版社, 2007.
 - [4] 李文林. 数学史概论[M]. 北京, 高等教育出版社, 2008.
 - [5] 郑雪静, 陈清华. 基于数学概念生成性的教学设计-以常数项级数为例[J]. 宁夏师范学院学报(自然科学版), 2017, 38(6): 99-104.
 - [6] 高明. 高等数学课程思政教学探索[J]. 天津市教科院学报, 2019(3): 60-66.
 - [7] 冯卫兵. 高等数学教学中加强课程思政的探索与实践[J]. 牡丹江教育学院学报, 2020, (5): 77-79.
- 作者简介: 高文新(1985-), 女(汉族), 安徽舒城人, 硕士, 安徽电气工程职业技术学院基础部教师, 讲师, 主要从事基础数学教学研究。
- 文平(1983-), 女(汉族), 硕士, 安徽电气工程职业技术学院教师, 副教授, 主要从事基础数学教学研究。
- 基金项目: 安徽省级课程建设项目“课程思政在工科基础数学中的教学研究”(项目编号: 2020kcszyjxm017); 安徽省级“双基”示范课建设项目“工科基础数学”(项目编号: 2020SJXSF0204)。