

# 浅谈落实新课标“三会”核心素养

## ——以同底数幂的乘法教学设计为例

焦一诺 高梦怡

北京市陈经纶中学嘉铭分校

**摘要：**随着《义务教育数学课程标准（2022年版）》的颁布，学科核心素养的转变也成为了人们关注的焦点，体现了新课标对学科核心素养的再次概括。本文以新课标中“三会”核心素养为指导思想，对同底数幂乘法的教学进行了再思考、再完善、再设计。使学生经历从数到式的逐步抽象过程，在教学过程中通过问题串的设计，使学生能够在能力范围内经历探究运算性质的过程，逐步发展数学抽象、数学运算和逻辑推理等核心素养。

**关键词：**核心素养；同底数幂；底数；乘方

【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2023.10.024

### 一、内容和课标解析

#### （一）内容解析

同底数幂的乘法是幂的一种运算，在整式乘法中具有基础地位。在整式的乘法中，多项式的乘法转化为单项式的乘法，单项式的乘法转化为幂的运算，而幂的运算以同底数幂的乘法为基础。

同底数幂的乘法是一节性质的探究课<sup>[1]</sup>，是让学生从一类具体特殊数字的实例中抽象出共性，通过先只把底数抽象成字母，再只把指数抽象成字母，最后将底数、指数都抽象成字母，形成猜想，随后用已有的知识：乘方的意义及运算律的运用，推导验证其正确性，最终归纳出同底数幂的乘方的运算性质。这一过程同样是探究幂的乘方、积的乘方的运算性质的基本思路<sup>[2]</sup>。本节教学内容还是培养学生从特殊到一般抽象的归纳方法，感受“数式通性”的很好素材。通过本节的学习，学生可以初步培养数学抽象能力、运算能力、推理能力等，有利于逐步构建新课标提出的“三会”核心素养<sup>[3]</sup>。

#### （二）课标解析

##### 1、课程理念

《义务教育数学课程标准（2022）年版》（以下简称“新课标”）的课程理念中提出，要设计体现结构化特征的课程内容。课程内容组织重点是对内容进行结构化整合，探索发展学生核心素养的路径。重视数学结果的形成过程，处理好过程与结果的关系；重视学生直接经验的形成，处理好直接经验与间接经验的关系。课程内容呈现应注重数学知识与方法的层次性和多样性；根据学生的年龄特征和认知规律，适当采取螺旋式的方式，适当体现选择性，逐渐拓展和加深课程内容，适应学生的发展需求。

##### 2、核心素养

新课标提出，数学学科核心素养主要包括：会用数学的眼光观察现实世界、会用数学的思维思考现实世界、会用数学的语言表达现实世界。数学眼光主要表现为：抽象能力、几何直观、空间观念与创新意识；数学思维主要表现为：运算能力、推理能力；数学语言主要表现为：数据观念、模型观念、应用意识。所以在初中

阶段，核心素养主要表现为：抽象能力、运算能力、几何直观、空间观念、推理能力、数据观念、模型观念、应用意识、创新意识。

学生通过同底数幂的乘法的学习，在探究乘法运算性质的过程中，要经历观察、猜想、验证等探究过程，将数字抽象为字母，发现运算性质。可以使逐渐行程抽象能力、运算能力、推理能力、应用意识等核心素养。

### 二、目标和目标解析

#### （一）目标

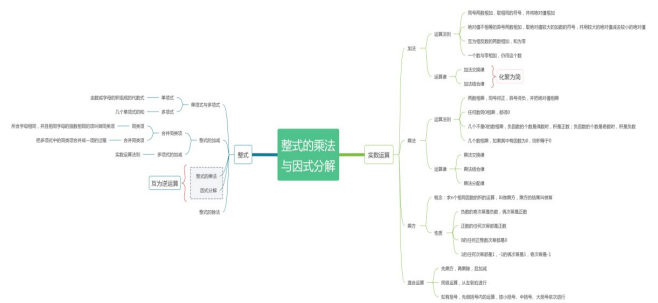
- （1）探究并理解同底数幂乘法的运算性质；
- （2）经历从数到式，从特殊到一般的探究思路，体会研究代数问题的方法；
- （3）通过观察、猜想、抽象、验证等真实数学活动，发展数学抽象能力、数学推理能力，体会数学的严谨性和简洁性。

#### （二）目标解析

达成目标（1）的标志是：学生能根据乘方的意义推导出同底数幂的乘法的性质，会用符号语言、文字语言表达这一性质，会用性质进行同底数幂的乘法运算。

达成目标（2）的标志是：学生在发现和推导同底数幂的乘法的运算过程中，能认识到具体例子在发现结论的过程中所起的作用，能体会到数式通性在推导结论的过程中作用。

达成目标（3）的标志是：学生在探究过程中，能够体会从特殊到一般的数学思想，逐渐形成数学抽象能力，能够体会到数学证明的严谨性和数学语言的简洁性。



### 三、教学问题诊断分析

#### (一) 学情分析

本节课是在学习了有理数乘方的基础上,进一步探究幂的运算性质的一节课。在前面的学习中,学生已经会用字母表示数,了解乘方的意义,乘方的结果叫做幂,掌握了底数、指数等相关概念,这些基础知识为本节课的学习奠定了基础。但是要把幂作为运算对象进行乘法运算,这对来说还是相当困难的。因此在性质的推导过程,通过层层推进,引导学生先只把底数抽象成字母,再只把指数抽象成字母,最后将底数、指数都抽象成字母,这种有序的思维、逐层深入的探索,可让学生更积极的思考,有利于落实新课标中的结构化、层次性课程理念。另外,教学中通过有序的为学生提供题组,丰富学生体验、感受、对比的素材,引导学生的发现和探索。因此,本节课将采用由具体到抽象、由特殊到一般的设计思路探究法则性质,帮助学生克服学习上的困难,有利于落实新课标的核心素养。

#### (二) 教学重难点

教学重点:同底数幂的乘法的运算性质。

教学难点:同底数幂的乘法的运算性质的理解与推导。

### 四、教学过程设计

#### (一) 章起始环节

课前布置作业,引导学生回顾乘方的相关内容,并梳理与乘方运算,整式相关的知识框架。课上由教师进行详细梳理与回顾,为本节课的探究打下知识和方法基础,一定程度体现新课标中螺旋式的课程呈现方式。

#### (二) 感受学习同底数幂的乘法的必要性

问题1 一种电子计算机每秒可进行1千万亿( $10^{15}$ )次运算,它工作 $10^3$ s可进行多少次运算?

(1) 如何列出算式? (2)  $10^{15}$ 的意义是什么?

(3) 怎样根据乘方的意义进行计算?

师生活动:教师提出问题,学生列出算式并解答,要求学生写出解答过程中每一步的依据,明确算理,即它工作 $10^3$ s可以进行运算的次数为 $10^{15} \times 10^3$

$$\begin{aligned} 10^{15} \times 10^3 &= \underbrace{(10 \times \cdots \times 10)}_{15 \uparrow 10} \times (10 \times 10 \times 10) \cdots \cdots \text{乘方的意义} \\ &= \underbrace{10 \times 10 \times \cdots \times 10}_{18 \uparrow 10} \cdots \cdots \text{乘法结合律} \\ &= 10^{18} \cdots \cdots \text{乘方的意义} \end{aligned}$$

设计意图:让学生感受学习同底数幂的乘法的必要性,并通过有步骤、有依据的计算,为探索同底数幂的乘法的运算性质做好知识和方法的铺垫,同时这一问题背景基本实现了将数学学科与现代科学技术与社会发展的结合。

#### (三) 理解同底数幂乘法的意义

问题2 根据刚才得到的思路,你能算出这两个式子的结果吗?(结果写成幂的形式)

$$\begin{aligned} 5^3 \times 5^2 \\ 3^{23} \times 3^{227} \end{aligned}$$

师生活动:学生尝试着解答,得出结果。如果学生在解答的过程中有困难,可以让其参照 $10^{15} \times 10^3$ 的解答过程。

问题3 请你观察这一组式子,这是什么运算?两个因数是什么形式?两个幂有什么共同特点?

$$\begin{aligned} 10^{15} \times 10^3 \\ 5^3 \times 5^2 \\ 3^{23} \times 3^{227} \end{aligned}$$

师生活动:教师引导学生比较这一组式子,找出共同点,使得学生发现这些式子在形式上都是两个同底数的幂在做乘法运算。

教师:像这样,两个相同底数的幂相乘的运算叫做同底数幂的乘法。我们今天一起来探究这种运算的运算性质。

设计意图:通过归纳总结,引导学生发现同底数幂乘法是何种形式,并在这个过程中初步培养学生的观察、总结能力。

#### (四) 探究同底数幂相乘—底数运算规律

请你计算下列同底数幂相乘,并将结果写成幂的形式。

$$\begin{aligned} 2^2 \times 2^5 &= \\ (0.6)^2 \times (0.2)^5 &= \\ \left(\frac{1}{5}\right)^2 \times \left(\frac{1}{5}\right)^5 &= \end{aligned}$$

问题4 请你观察上面的三个算式的底数和指数,思考:在这三个式子中,什么变了,什么没变?如何用一个具有代表性的式子表示它们?

师生活动:学生独立思考并完成总结,有了前面的铺垫,学生已经有了一定的经验,并尝试将底数抽象成字母,得到 $a^2 \cdot a^5 = a^7$ 。

设计意图:在引入新知识时,需要给学生提供充分的感性经验,使他们经历数学知识形成的过程,从而更好地形成抽象的数学概念,获得新的数学知识。在这一环节中,将等号左边的指数固定为2和5,进而让学生从一组式子中观察、比较、抽象出底数。问题4的引导学生用字母表示底数,使其经历了一个由浅入深、把底数由具体数字到抽象成字母的过程,体现了数学的抽象思维。

#### (五) 探究同底数幂相乘—归纳概括运算性质

问题5 请结合前面探究得到的规律,思考:若底数和指数同时变化时,如何用一个式子表示同底数幂相乘的运算规律?

$$\left. \begin{aligned} 3^m \times 3^n &= 3^{m+n} \\ a^2 \cdot a^5 &= a^7 \end{aligned} \right\} a^m \times a^n = a^{m+n}$$

问题6 你能将上面发现的规律根据乘方的意义推导出来,并用文字语言表述吗?

师生活动:学生根据 $3^m \times 3^n = 3^{m+n}$ 、 $a^2 \cdot a^5 = a^7$ 两个式子,可归纳概括出 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  ( $m, n$ 均为正整数),并

以此为猜想尝试着去推导验证（问题6），最后让学生用文字语言简洁、准确地概括同底数幂的乘法的运算性质：同底数幂相乘，底数不变，指数相加。

问题7 三个同底数幂相乘，结果会怎样？（ $m, n, p$ 均为正整数）

$$a^m \cdot a^n \cdot a^p = \underbrace{(a \cdot a \cdots a)}_{m \uparrow a} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdots a)}_{n \uparrow a} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdots a)}_{p \uparrow a}$$

$$= \underbrace{(a \cdot a \cdots a)}_{(m+n+p) \uparrow a} = a^{m+n+p}$$

设计意图：在本环节的探究中，学生形成了  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$  的猜想，完成了指数、底数的双重抽象，随后通过推导得出同底数幂的乘法的运算性质。让学生认识到，只有通过推理，才能最终确定结论，一定程度上培养了学生的推理能力。

（六）巩固同底数幂的乘法的运算性质

（1）辨析：判断下列计算是否正确，并简要说明理由。

$$n^3 \cdot n^7 = n^{10};$$

$$y^5 \cdot y^4 = y^{20};$$

$$a^2 + a^5 = a^8;$$

$$x \cdot x^2 = x^2;$$

$$b^4 \cdot b^4 = 2b^4.$$

（2）例 计算：

$$a^2 \cdot a^7$$

$$2 \times 2^2 \times 2^3$$

$$x^m \cdot x^{3m+1}$$

师生活动：教师请几名同学讲解自己的解题过程，教师着重先引导学生分析题目特征：先看底数是否相同，再看是不是乘法运算，再根据同底数幂的乘法的运算性质进行计算。

教师追问1：我们再将例题第1问的指数2擦掉，变成  $a \cdot a^7$ ，你能快速的得出答案吗？

教师追问2：第三题我们也来变一变，把底数  $x$  换成  $a+b$ ，即  $(a+b)^m \cdot (a+b)^{3m+1}$ ，你还会吗？

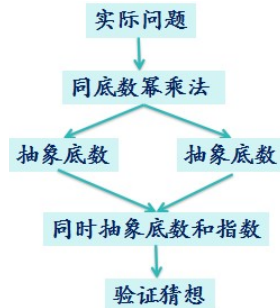
设计意图：第一小问是对运算性质的简单应用，追问1是学生的易错点，教师需强调此问题。追问2是将底数进一步扩展到多项式，看似有难度，但是方法还是一样的。底数即可以表示单项式又可以表示多项式，教师需进一步突出性质中字母的意义。

（七）课堂小结、总结探究思路

（1）同底数幂的乘法是如何运算的？

（2）同底数幂的乘法的运算性质是怎么探究并推导出来的？在运用时要注意什么？

本节课我们经历了如下探究过程：



这个过程体现了从特殊到一般的数学抽象思维。

设计意图：让学生总结本节课的主要内容和注意事项，并进行探究思路的梳理，进一步体会本节课蕴含的数学思想方法，落实三会核心素养。

五、板书设计

六、教学反思

1. 由于数式具有通性，所以代数教学有很多相似之处，应该慢慢给学生建立学习代数的整体结构体系，本节课作为整式乘法与因式分解的第一节，应该对比之前所学的运算法则、整式等内容，让学生形成研究代数问题的研究思路方法，进而对后面的学习起到能够举一反三的作用。所以，本节课首先应该以梳理相关内容为开始内容，顺其自然的从数演变到式，教会学生学习方法更应该是老师教学的侧重点。

2. 针对板书设计，要更加突出重点难点，让学生在课后通过看板书就能够马上回忆出本节课的学习的知识，不仅仅是知识上的简单罗列，更应该体现一节课的思维过程，让学生通过一节课的学生有再学习再创造的能力。

3. 课堂小结环节，可用ppt的形式，设计动画的画面，这样客观的直观的产生的的一节课的学习的过程，能够帮助学生回顾知识方法，积累学习经验。

参考文献

[1] 王琳钧. 四基四能三会——如何在数学教学中提升学生的核心素养[J]. 现代职业教育, 2020(25): 180-181.  
 [2] 曹岭红. 数学新课标“三会”素养导向下的课堂教学设计——以“数轴”教学为例[J]. 数学学习与研究, 2022(13): 119-121.  
 [3] 郑毓信. 数学新课标中的几个“细节”问题——“数学教育杂谈”之九[J]. 教育研究与评论, 2023(02): 4-13.