

新课标背景下如何在初中数学教学中融入数学文化

周欣 刘彩云

长江大学信息与数学学院

摘要：《义务教育阶段数学课程标准（2022年版）》在3月发布，新课标立足学生核心素养发展，强化了课程育人导向，集中体现数学课程育人价值。其中，在课程内容的选择上，关注数学学科发展前沿与数学文化，继承和弘扬中华优秀传统文化。因此，研究数学文化在课堂中的融入尤为重要。本文以无理数教学为例，从数学史、数学思想、生活实际几个方面探讨如何在新课标背景下在初中数学教学中融入数学文化。

关键词：新课标；数学文化；核心素养

【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2024.05.061

一、数学文化的提出与发展

20世纪60年代数学文化的概念被首次提出，引起中国研究者的广泛关注，但研究者就数学文化的内涵未形成统一认识，直到《普通高中数学课程标准（2017年版）》的颁布首次对数学文化进行了定义。数学文化是指数学的思想、精神、语言、方法、观点，以及它们的形成和发展；还包括数学在人类生活、科学技术、社会发展中的贡献和意义，以及与数学相关的人文活动。^[1]

《义务教育数学课程标准》（2022年版）在课程内容的选择上要求关注数学学科发展前沿与数学文化，继承和弘扬中华优秀传统文化。^[2]新课标以核心素养为导向，培养学生“三会”，即会用数学的眼光观察现实世界、会用数学的思维思考现实世界、会用数学的语言表达现实世界。^[2]旨在让学生形成适应终身发展的数学素养，而数学文化是实现这个目标的重要一环。

二、初中数学教学融入数学文化面临的问题

数学是一门兼具科学性与文化性的学科。数学教育在传授学生适应现代社会发展所需要的科学知识的同时，还应帮助学生形成适应终身发展的数学素养，然而在现实教学中，教师普遍将前者作为教学重心，不能发挥数学的文化育人功能。从宏观方面来讲，受传统应试教育的影响，在以往的教学过程中，教师为了学生的成绩、学校的升学率更加关注科学知识的传授，填鸭式教学在课堂中屡见不鲜，这就忽略了数学的人文价值，教学不能有效地融入数学文化，学生自然而然不能获得长远的发展，在数学学习效果方面大打折扣。从微观方面来讲，部分教师缺乏数学文化融入意识，甚至部分教师简单地将数学史等同于数学文化，使数学文化的融入缺乏广度和深度，学生不能全面、深入地理解数学文化，不能获得全面发展。

三、新课标背景下融入数学文化的策略

教学活动中融入数学文化，不仅能够增加数学课堂的趣味性，还能够提升学生学习数学的积极性，进一步理解数学，形成数学素养。在新课标颁布之后，如何以新课标为指导，在教学中融入数学文化仍需要教师不断

探讨。《义务教育数学课程标准（2022年版）》指出：

“数学承载着思想和文化，是人类文明的重要组成部分。”“实数”是初中代数中最重要的一个概念，也是以后学习方程和函数等内容的重要依据。在教学过程中，老师要使学生感觉到数系的扩充对数学发展的重要性，使他们认识到数学知识的产生和发展历程，体会数学家的思维过程，理解数学的思想和方法，培养数学的创造力，培养出“数学式”的理性思维，培养严谨求真、实事求是、锲而不舍的科学精神，自觉地受到数学文化的影响，体会到数学的无限魅力。本文以人教版数学教材七年级下册第六章第3节“实数”这一课为例，探讨了如何在教学过程中融入数学文化，如何引导学生感悟数学文化，提高学生的核心素养从而促进学生发展。

在人教版的中学数学教科书中，“实数”这一章节被置于七年级第二学期的第二章结尾。这一节不仅标志着学生们在初中阶段对数系的第二次扩充，而且也是一个重要的知识节点，因为它为学生们引入了一个全新的概念——实数。学生在六年级已经接触到了有理数这一基础的数学知识，而“实数”一节则是实数章节的结尾部分，这里的学习内容包括无理数的认识以及实数的分类方法。

在初中阶段，学生们所接触的无理数可以分为几类：首先是那些开方永远无法得到整数或分数的数，这些数的数量相当庞大，是无理数中最常见的类型。其次是圆周率 π ，这是一种恒数，它的值为3.1415926...，尽管我们无法用任何有限的数来表示它的近似值，但 π 依然是一个经典的无理数。最后还有一些特殊的无理数，比如 e （自然对数）和 π 的超越版本，这些数的特点是它们的绝对值永不会趋近于0。

教师和学生往往都会对无理数的性质感到困惑，他们不禁要问：无理数难道真的是没有道理的数吗？这些数字的名字又是如何得来的呢？为了解答这些问题，我们必须回顾历史，通过对历史材料的深入研究，我们知道无理数的起源可以追溯到公元前古希腊时期，当时人们发现了不可公度数，并由此引出了第一次数学危

机。早期，人们对无理数的理解还停留在将它们视为不能被表示成整数或分数的数上，这种观念主要局限于那些开方无尽、或者不具有可表示性的数。随着时间的推移，人们逐渐意识到了一些特别的无理数 π 和 e 等，这些特殊情况下的无理数与其他类型有所不同。

经过了2000多年的漫长发展历程，直到19世纪末，实数理论体系才得以建立起来。在这个理论体系的推动下，数学家们才开始尝试将无理数重新定义为“无限不循环小数”。这一定义的确立，不仅澄清了无理数的本质属性，也为后续数学研究提供了更为准确的理论基础。时至今日，无理数已经成了现代数学不可或缺的一部分，它们在物理学、工程学以及其他诸多领域中发挥着至关重要的作用。

在这一节课中，我将结合所收集到的资料，设计了一种通过折纸操作来引进无理数的方法。同时，还通过制作微课来介绍无理数的发展史，从而培养出一种动态的数学观念，让他们意识到，任何事情的发展，都是在一个曲折的循环中进行的，同时也要将挫折教育渗透进去。为此，制定以下教学目标：

1. 知道无理数是客观存在的数；通过对比分析，理解无理数与有理数的区别，理解无理数的定义，会辨别无理数。

2. 通过动手操作，体验发现无理数的过程，了解数的范围从整数到有理数、再到实数的扩展过程，知道实数的分类，体会分类的思想。

3. 了解无理数的产生、发展史以及数学史上无理数的各种定义，体会事物发展会经历曲折往复的过程，进行挫折教育。

（一）挖掘数学史，调动学生求知欲

数学是人类文化的重要组成部分，数学教育是数学文化的教育，而数学史是人类文化的一种载体，数学史融入数学课程有助于学生理解数学、感受数学文化。^[3]在无理数的教学中，教师可以通过数学史和数学文化素材，使学生经历“无理数”的产生过程。

师生活动：教师在课前发布任务，学生在课前通过查阅书籍、网上搜索搜集无理数的发展历史。课上学生分享自己搜集到的有关无理数的历史，学生可能找到：无理数是由希帕苏斯发现的、无理数引发了第一次“数学危机”、无理数是由德国数学家戴德金首次定义的……学生分享之后，教师通过视频展示无理数的由来，并抛出问题。

问题1：边长为1的正方形对角线到底是多长呢？

在古希腊遥远的公元前500年，一个名叫希帕苏斯的数学家发现，边长为1的正方形，其对角线长度无法用已有的数来表示的。而当时的毕达哥拉斯学派的学

师却坚持认为“万物皆数”，即“所有的数都是有理数”。为了极力打压希帕苏斯的发现，竟把他残忍地扔进了大海。直到两千多年以后地1872年，德国数学家戴德金正式定义了无理数，才结束了无理数被认为无理的时代……

设计意图：通过呈现第一次“数学危机”的著名数学故事，体现了数学的文化价值，有助于激发学生学习数学的兴趣，扩大知识面，受到数学的历史和文化的熏陶，提高数学核心素养。同时希帕苏斯对无理数的发现使学生感悟对真理的执着、敢于质疑和批判的精神，有助于学生正确看待学习中遇到的困难，树立学好数学的信心。通过播放视频的形式既丰富了课堂，使课堂具有一定的开放性，又体现了信息技术与课堂的有机结合，使学生积极参与到教学活动中。

（二）渗透数学思想，激发学生求知欲

学生在学习有理数之后，对“无理数”这一概念往往会感到抽象、晦涩难懂，需要教师采用多种探究活动、渗透数学思想，帮助学生理解无理数。

师生活动：在了解无理数由来后，学生拿出准备好的两个边长为1dm的正方形（如图1），教师提出问题。

问题2：如何将两个边长为1dm的正方形拼成一个大的正方形，大正方形的边长为多少？

师生活动：学生通过自己动手操作，采用不同方式拼出大正方形（如图2），根据两个小正方形和大正方形面积相等，应用平方根的知识求得大正方形的边长为 $\sqrt{2}$ dm。

设计意图：通过让学生动手操作，学生亲身经历无理数的发现过程，简化学生对无理数的理解，通过这种拼图游戏，增加课堂的趣味性。

师生活动：教师再次提出问题： $\sqrt{2}$ 是有理数或分数吗？学生小组交流讨论。学生首先排除 $\sqrt{2}$ 不是整数，因为 $1^2=1, 2^2=4, \sqrt{2}^2=2$ 得出 $\sqrt{2}$ 在1到2之间，所以 $\sqrt{2}$ 不是整数。接着，学生可能想不出如何证 $\sqrt{2}$ 是不是分数时，教师适当加以点拨“不妨取1和2的中

点 $\frac{3}{2}$ ，借助数轴证明， $\sqrt{2}$ 是 $\frac{3}{2}$ 吗？”“不

是， $\left(\frac{3}{2}\right)^2$ 是 $\frac{9}{4}$ ， $\sqrt{2}^2$ 是2，所以 $\sqrt{2}$ 在1到 $\frac{3}{2}$ 之间。”在此基础上，学生小组讨论 $\sqrt{2}$ 不是

$\frac{5}{4}, \frac{11}{8}$ ……最后讨论得出 $\sqrt{2}$ 也不是分数，在 $\frac{11}{8}$

到 $\frac{3}{2}$ 之间。“那如何确定 $\sqrt{2}$ 的具体值呢？拿出我们

手边的计算器算出结果。”“ $\sqrt{2}=1.41421356\dots\dots$ ”“观察一下这串数字排列是否有规律？”“没有规律，

小数点后有无限个数。”“我们将这种数称为无限不循环小数。”最后，教师进行总结：像 $\sqrt{2}$ 这种无限不循环小数称之为无理数，对 $\sqrt{2}$ 进行估算的方法叫作“夹逼法”。

设计意图：在这一教学活动中，通过创造学生所熟知的、直观的素材，让他们亲身体验到 $\sqrt{2}$ 的客观存在，为以后的学习打下基础。同时，利用线段的长度来表达无理数的大小，还可以为后面学习用数轴上的点来表示无理数打下坚实的基础，从而培养学生的基本活动体验。这两个问题是针对不同文化水平的学生而设的。问题2是开放性较强的，对善于思考的同学有较大的思考空间。教师借助图形和数轴，渗透数形结合思想，将抽象问题具体化、直观化，帮助学生理解、解决数学问题，通过“夹逼法”估算 $\sqrt{2}$ 的大小，培养学生的数感和初步估算能力，同时感受计算器是数学运算的常用工具。

（三）联系生活实际，体现数学应用性

数学文化不仅包括数学思想、数学精神、数学史等方面的内容，其中数学在人类生活以及社会发展中的作用也是数学文化的重要组成部分。在学生掌握无理数概念之后，为了帮助学生更加深入地理解数学知识，还需教师将教学与学生的生活联系起来。

师生活动：在本节课中，教师出示数学文化有关例题，鼓励学生小组讨论解决问题。学生通过阅读题干，提取有用数学信息，将这道问题转化为估算 $\sqrt{5}-1$ 的值，通过学习的夹逼法解决这个数学问题，感受学习数学知识的实用性。

（2021安徽）埃及胡夫金字塔是古代世界建筑奇迹之一，其底面是正方形，侧面是全等的等腰三角形，底面正方形的边长与侧面等腰三角形底边上的高的比值是 $\sqrt{5}-1$ ，它介于整数 n 和 $n+1$ 之间，则 n 的值是。^[4]

设计意图：此次教学活动培养学生的数感，抽象能力，会用数学的眼光观察现实世界。

师生活动：在布置作业阶段，教师可以“我眼中的无理数”为题，学生发动想象，无论是本节课所掌握的知识，还是课下自己搜集到的资料，绘制一个数学手抄报。或者提出疑问：无理数引发了第一次数学危机，是否还有第二次数学危机、第三次数学危机呢？

设计意图：在学生自己完成作业的过程中，不仅能够发挥学生的想象能力、锻炼学生自己搜集整理资料的能力，而且还能引发学生对数学危机的思考。

对学生的知识掌握而言，无理数与有理数的概念已经不再是晦涩难懂的难题。大多数学生已能够清晰地区分这两类数，并能自信地辨认出哪些是无理数，而哪些

又属于有理数。他们在课堂上积极参与讨论，对于老师提出的问题和任务，都能够迅速做出反应，显示出对数学知识的熟练掌握。

对学生的情感态度而言，他们对于融入数学史的课程内容表现出了浓厚的兴趣。在教学过程中，通过拼图探究的环节，学生们不仅锻炼了逻辑思维能力，而且深刻理解了无理数的几何属性，以及它们在数论中的重要地位。他们了解到了无理数发展历程中的关键转折点，比如根号的由来，以及根号符号如何一步步演变成为今天我们所熟知的形式。这些历史故事让学生们感到兴奋不已，因为它不仅增加了知识的厚度，更加深了他们对数学之美的理解和欣赏。

总而言之，学生们不仅学到了数学知识，更在情感层面上与数学建立起了紧密的联系。他们通过本节课，体验到了数学的无限魅力，激发了他们探索数学世界的热情。这种学习体验无疑会在他们未来的学术道路上留下深刻的印记。

结语

通过这节《实数》为例，在初中数学教学中，教师有效的融入数学史、数学思想、生活实际等，将数学知识与数学文化结合起来，使数学文化潜移默化的贯彻在教学之中，让学生能够获得持续性发展。距新课标发布时间比较短，教师要将新课标中的理念融入教学中还需要一线教师去研究与落实，只有这样才能让学生得以长期持续发展。

要想将数学文化渗透到课堂中去，教师必须具备一定的数学文化素养，并且要根据学生的学情和教材内容，对数学文化材料进行合理地运用。但在大多数情况下，数学教师对数学文化的运用还不是很到位，为此，必须加强教师对数学文化的认识和理解。具体而言，一方面，需要提高教师自身的专业素养，让教师切实理解初中数学知识较为抽象，不易理解，融入数学文化能够深化数学学科的育人功能。另一方面，要强化课例研究等职后教师培训工作，采取切实可行、行之有效的措施来提高教师的数学文化素养。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 5.
- [2] 教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版)[M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.
- [3] 杨豫晖, 吴姣, 宋乃庆. 中国数学文化研究述评[J]. 数学教育学报, 2015, 24(01): 87-90.
- [4] 刘克军. 第1讲 实数及其运算与推理[J]. 中学数学教学参考, 2022(02): 24-27.