浅谈如何引导七年级学生几何推理入门

潘文红
阿瓦提县第五中学

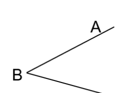
摘　要：推理能力是初中数学九大核心素养之一，在我们的教学中，我们要纵观整个初中阶段的数学内容，从一开始就要培养学生逻辑思维的清晰性和推理的规范性，这样到了学习八、九年级的图形与几何部分内容时，教学的开展才会更顺利，学生学的才会更轻松。

关键词：相互转化；基本结构；类比学习；线性分析
【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2024.07.099

2022 年版的数学课程标准中指出：初中阶段，核心素养主要表现为：抽象能力、运算能力、几何直观、空间观念、推理能力、数据意识、模型意识、应用意识、创新意识。[1] 学生要会用数学的思维思考世界，能够运用符号运算、形式推理等数学方法，分析、解决数学问题和实际问题。[1] 推理是数学的基本思维方式，推理能力的形成和提高需要一个长期的、循序渐进的过程。[1] 在小学阶段学生推理能力的培养主要表现在数据运算方面和图形直观的推理，课标要求小学阶段学生要会通过简单的归纳和类比，猜想或者发现一些简单的结论，通过这种发现的过程，慢慢养成在数学中讲道理、有条理的思维习惯，[1] 为初中阶段要发展的推理能力打下经验基础。这只是推理意识的初步感悟，并没有涉及到书写推理过程的环节。初中阶段七年级图形中角的大小关系、线段的大小位置等关系的推理是学生写推理过程的开始，后续的三角形中线段、角的推理论证，运用全等三角形的判定、性质等公理定理来推理论证三角形中线段和角的数量关系等，让学生的推理能力慢慢养成，并形成正确的合乎逻辑的推理思维。八年级下学期的平行四边形章节更是要求学生能书写出规范的推理过程，九年级的圆章节对学生的推理能力的要求又提升了一个层次。在小学阶段这些是没有的，也很少涉及到将文字语言转化为图形语言、符号语言的思维训练，但是在七年级第一学期的最后一章《几何图形初步》中学完线段和角之后，就要进行简单几何推理了，尽管在本学期对推理的要求很低，但是一些基本推理方法和技巧是后面学习几何知识的基础，学好几何推理，不仅有助于培养学生的逻辑思维和空间想象能力，同时还对学生今后在数学这门课的学习具有深远的影响。所以从一开始就要为后面的复杂推理做准备，把难点分散，把关键点扎扎实实掌握好，后续学习推理就不会那么困难了。所以在本章的学习中，我注重了学生推理能力的培养，下面是我在这方面的几点教学总结：

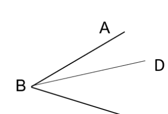
一、明确三种语言之间的关系

在学习几何图形知识时有三种语言：文字语言、图形语言、符号语言。这三种语言是进行数学思维和数学交流的重要工具，几何问题的解决就在于实现这三种语言之间的相互转化。所以，正确灵活的运用这三种语言是学好几何推理的前提。我们首先要让学生明白这三种语言的区别，课本上的定义比如线段的中点，角、角的平分线等这些定义就是文字语言；图形语言就是几何概念及文字描述对应的图形，比如“角”的定义课本上是这样描述的：有公共端点的两条射线组成的图形叫作角。这就是数学中的文字语言，如图（1）这就是角的图形语言，而图（1）对应的符号语言就是“∠ ABC”或者“∠ BAC”或者“∠ B”。图（2）就是点 M 是线段 AB 的中点的图形语言，图形语言很直观的把文字描述呈现在你眼前。图形语言中还要注意图形条件，例如图（3）。



图（1）

图（2）



图（3）

图（3）中的图形条件有三个角的和差关系，分别是：∠ABC=∠ABD+∠DBC，∠ABD=∠ABC-∠DBC，∠CBD=∠ABC-∠ABD。这三个等式就是我们数学中的符号语言，符号语言就是用运算符号、图形符号、表示几何量的字

母来表达几何图形中的各个量之间的关系，它必须结合图形才能进行表达使用，在几何推理计算中，这三种语言一起使用，既直观又条理清楚，三种语言的同时使用，可以把几何概念表达的更清楚、更直观，更易理解。比如补角的性质用两种语言来表述，文字语言：同角的补角相等，符号语言就是：

∵∠A+∠B=180°，∠A+∠C=180°

∴∠B=∠C

在几何推理中，后面会陆续学到常用的几何符号，比如∠，平行四边形符号 、∥、⊥、∽、≌、⊙、⌒等等。学会三种语言的相互转化才能更好地进行几何推理。

二、掌握推理的基本结构

推理的基本结构由两部分组成如下：

∵……………………（……）

∴……………………（……）

其中“∵”后面写推理的“因”，“因”主要是题中的条件或者在本题中已经证过的结论，“∴”后面写推理的“果”，“（）”里写由因得果的依据，依据是学过的定理、定义、公理等。关于这个依据第一学期不做书写要求，但是在写每一步时还是要学生明白这一个结论的依据由来，为后续的学习养成一个好的推理习惯。在进行几何推理时，要给学生多强调：这个“因”一定是已知的条件或者已经证明的事实准确无误，不能由自己编造出来，从而确保推理过程的逻辑性和准确性，学生要学会在推理论证时每一步都要言必有据。

三、明确几何推理的多种形式

在几何推理中，每一个推理都应该包括“因”“果”和“理由”三部分，其中，“理由”这一部分在后续的学习中写推理过程中时不做要求，只要明确推理依据是可以不写在推理过程中的，只要推理合乎逻辑即可。因果两部分根据不同知识点推理形式也不同，几何推理的形式大致有四类：一因一果，一因多果，多因一果，多因多果。给学生解释清楚这四类推理的原理，比如我在讲线段的中点时，如图（4）

∵点M是线段AB的中点

∴ AM=MB= $\frac{1}{2}$ AB

图（4）

这个结论其实就包含三个结论分别是① AM=MB ② MB= $\frac{1}{2}$ AB ③ AM= $\frac{1}{2}$ AB，这个推理就是一因三果，应该根据需要来选择多个“果”中的一个或几个。像讲到角的平分线的推理时也是一样的推理一因三果；讲到“同角的余角相等”时的符号语言

∵∠A+∠B=90°，∠A+∠C=90°

∴∠B=∠C

就是两因一果，数学老师都知道，七年级下册第一章平行线中的平行公理的推论“如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行”的符号语言：∵ AB∥CD,AB∥EF ∴ CD∥EF。就是两因一果。八年级学的等腰三角形三线合一性质的使用，其推理就是两因两果，全等三角形的证明是三因一果。角平分线的性质、判定定理在使用时就是三因一果，这类推理必须多因都具备时，才能得出“果”。在书写时更是要把“因”写全，否则，推理就是不规范的。所以我们从一开始就要规范学生的推理的书写，要一遍一遍地规范学生数学格式。后面几何图形推理学的多了，学生就可以更好地体会各种形式的推理关系了，从而让自己的推理有了严谨的逻辑。

四、类比学习推理

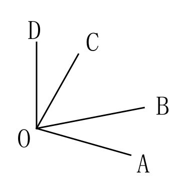
许多几何推理是非常类似的，所以要培养学生类比推理的能力。比如下面问题：如图（5）点C、D在线段AB上，AC=BD, 则AD和BC之间有什么大小关系，

图（5）

学生看到这个问题，一下子就能得出AD和BC是相等关系，但是让他们写出推理过程，孩子们都不会写。其实此题依据的是等式的性质1：等式的两边加或减同一个数或式子，结果仍相等。于是就可以这样写：

∵ AC=BD

∴ AC+CD=BD+CD



图(6)

即AD=BC

在讲完这个推理后，我给出了三个类似问题：

①如图（5），已知AD=BC，求证AC=BD

②如图（6）已知∠ AOC= ∠ BOD，求证∠ AOB= ∠ COD

③如图（6）已知∠ AOB= ∠ COD，求证∠ AOC= ∠ BOD

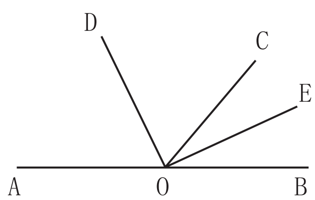
这三个问题和第一个问题是一种类型，都是“小推大”或“大推小”，原理根据是一样的，学生恍然大悟，直言推理这么简单，对于这三个问题很快写出了推理过程，我给这个推理命名“三步推理”。这个小推理在八年级上学期证明三角形全等时经常用到，在几何推理的学习中，找到相似点，举一反三，有助于提高学生推理能力，为后面的几何学习打下坚实的基础。

五、线型推理分析模式

学完线段、角后，一些图形的推理计算题难倒了一大批同学，学生都说数能算出来，可就是不会写推理过程，针对这一问题，我采用列线型分析模式的方法来指导孩子写推理。比如下面这个题目

如图（7），点 A，O，B 在同一条直线上， OD，OE 分别平分∠ AOC 和∠ BOC. ∠ BOC=60°，求∠ DOE 的度数。

我首先跟学生一起读题，边读题，边在图上做标记，标注弧线和度数，以及由该条件可以推理出的角度，读完题后很快数据就算出来了，然后从结论往前推理，要得到这个结论必须先知道哪个条件，一步一步往回推理，当推到所需条件刚好是题中所给条件时，前后就连成了一条线，达成目的，由此列出一个推理思路线①求∠ COE ②求∠ AOC ③求∠ COD ④求∠ DOE，在这条线的引领下，学生很快写出了推理的过程。推我们教师采用理题目的技巧很多，比如看到线段、角的比值和倍分等式时，要引导学生根据关系式设未知数列方程，往往会很方便。



六、提升学生识图能力

学生要想学好几何推理，识图能力必须要有，几何推理的分析及书写都是在研究、分析图形的基础上展开的，没有一定的识图能力，几何推理就无从谈起，所以，在七年级学习图形推理一开始就要培养学生识图能力。识图能力包括作图、说图和数形结合三方面：作图，是学习好几何推理的基本能力素养，要把图从课本上“搬”到作业本上，或者据题画图，都是需要教师慢慢培养学生这方面的能力。在初中阶段，我们老师会经常遇到学生在写作业时，图画的严重变形，跟题中所给条件不符，就是因为学生的识图能力还不够，老师没有培养起来，要绘好图，就要让学生把文字语言符号语言图形语言理解透彻，据文字描述正确画图，从七年级开始就要严格要求学生规范画图，让学生形成习惯准确作图，这样在后期学习几何推理时就会大大加快学生分析题目的过程；说图，给出图形，要会说出图形中能得到的一些基本关系，几何图形中包含了许多隐藏的已知条件和大量的推理素材及信息，对图形的认识的是否深刻，直接影响到问题能否解决。比如，上面图（3）中，三个角的和差关系就是反映了说图能力，拿到一个图形，要让学生学会通过只看图就能得出图中线段与线段、角与角之间的和差关系，再结合题中已知条件就会更快的分析解决问题的思路及方法了；而数形结合能力更是学习数学的一种重要的思想方法，更是学好几何推理的前提。数学家华罗庚曾说过：“数缺形时少直观，形少数时难入微，数形结合百般好，割裂分家万事休”。所谓数形结合本质就是三种语言的相互转化，在初中阶段几何学习中有着很重要的地位。但在实际教学中，我们老师在七年级几何入门时往往是忽略了学生识图能力的培养，造成到八年级九年级，学生画图不规范，识图能力不强的状态，学生几何推理的能力也会因此而影响。所以在七年级时，我们老师在讲推理书写之前，一定要让学生试着去说图中信息，去根据语言描述画图，以此提升学生识图能力，为后面复杂推理打下好的基础。

推理能力是初中数学九大核心素养之一，在我们的教学中，我们要纵观整个初中阶段的数学内容，从一开始就要培养学生逻辑思维的清晰性和推理的规范性，这样到了学习八、九年级的图形与几何部分内容时，教学才会更加顺利地开展，学生才会学得更轻松。

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部 . 义务教育数学课程标准（2022 年版）[M]. 北京：北京师范大学出版社，2022.