

关于概念课的问题设置的几点想法

邝年顺

广州市白云区广州空港实验中学

摘要: 大部分数学概念是抽象化的结果,学生在理解上会有一些困难。教师可以根据学情和概念的形成特点,设置合理的问题或者问题串,利用问题驱动法引导学生思考问题,解决问题,来形成对概念的理解,从而掌握抽象的数学概念。在概念课的设置上,要注意揭示数学概念的本源问题,问题要生活化,能够引起学生的学习兴趣,最后设置的问题要符合学生的最近发展区。

关键词: 数学概念; 问题设置

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-627X.2024.08.076

引言

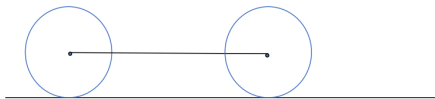
数学概念的形成通常经历两种不同层次的抽象过程:一种是从数学外部的物事出发,经过数学化抽象出数学概念;另一种是在数学内部,对已有数学概念的进一步的抽象结果。数学概念是高中数学学习的重要内容,也是培养学生核心素养的主要载体。深刻理解数学概念是学好数学的基本前提。问题是数学学习的核心,问题驱动法是高中数学课堂教学中的重要教学方法。概念课的高效的教学离不开优质的问题设计。概念的形成基本上需要两个条件:一是学习者必须能从许多事物、时间或情境中认识或抽象出他们的共有特征,以便进行概括;二是学习者必须能够辨别与概念相关或不相关的标志,以便进行区别归类。所以在设置问题情境时要根据概念课的特别以及学生的学情情况将教学内容设计成递进式、关联式、针对性、递进性的问题,以便帮助学生更好地掌握数学概念。

一、概念课的问题设置可以是揭示数学发展史的本原问题

数学概念的引入大多来源于现实或自然科学中出现的问题,可以说,具有促使这个概念产生的最初的问题,这类问题通常称为本原性问题。所以我们要善于在学生的生活情境中寻找符合数学发展史的本原性问题。本原性问题可以反映数学概念的形成过程,揭示数学概念的内在逻辑和思想,激发学生的数学兴趣和创造力,培养学生的数学思维和方法。在概念课的教学中,我们可以根据不同的数学概念,选择合适的本原性问题,设计有意义的问题情境,引导学生从实际问题出发,探索数学概念的含义和性质,从而达到教学目的。下面我们举几个例子来说明如何设置本原性问题。

概念课《弧度制》

问题情境:



问题1: 假设轮子的半径为 r , 当轮子在地面上正好滚动了一周时, 轮子的中心平移了多少?

问题2: 假设轮子的半径为 r , 当轮子在地面上正好滚动了半周时, 轮子的中心平移了多少?

问题3: 假设轮子的半径为 r , 当轮子在地面上正好滚动了长度为 l 时, 轮子的中心平移了多少?

这个问题情境是从生活中常见的轮子滚动的现象出发,引导学生观察和思考轮子滚动的规律,从而引入弧度制的概念。这个问题情境也反映了弧度制的本原性问题,即如何用圆心角的大小来度量圆周上的弧长。弧度制的概念最早可以追溯到古希腊的阿基米德,他在《圆周率的测量》一书中,用圆心角的度数来表示圆周上的弧长,从而得到了圆周率的近似值。后来,欧拉在18世纪提出了弧度制的名称,并将其推广到三角函数和微积分中。弧度制的优点是它是一种自然的角度单位,它与圆周上的弧长有着简单的线性关系,而且它与角度的大小无关,只与圆的半径有关。通过这个问题情境,学生可以体验弧度制概念形成的过程,激发学生学习数学的兴趣,培养学生用数学的眼光看世界。

二、概念课的问题要来源于生活

在概念课的教学中,问题的设计要注重趣味性、生活化,激发学生的学习兴趣。一般来说,数学的概念是比较的枯燥,所以教师在问题设置的时候要理论联系实际,尽量根据实际生活中的一些背景来设置跟数学概念相关的问题,引导学生一步一步学习,从而培养学生从数学的角度看世界,发现现实世界中存在的问题;

例如《函数的概念》中函数的概念并不好理解。所以在课程设计的时候可以引用一些生活中的例子来设置问题:

(一)问题1: 某“复兴号”高速列车加速到 350km/h 后保持匀速运行半小时。这段时间内,列车行进的路程 s (单位: km) 与运行时间 t (单位: h) 的关系可以表示为 $s=350t$ 。

思考 1: 有人说: “根据对应关系 $s=350t$, 这趟列车加速到 350km/h, 运行 1h 就前进了 350km” 你认为这个说法正确吗?

s 与 t 的关系是什么?

注: 其中, t 、 s 的变化范围是数集 $\{A_1\}$ 、 $\{B_1\}$ 。

对于数集 A_1 中的任一时刻 t , 按照对应关系 $s=350t$, 在数集 B_1 中都有唯一确定的路程 s 和它对应。

这里的问题 1 的背景是我们生活中的高速列车速度与路程问题。

在概念课的教学中, 引入性问题要反映概念的本质, 概念的核心是什么, 能引发学生认知冲突, 利于学生发现概念, 主动构建数学知识体系。教师要对概念逐字逐句进行精心推敲, 从文字叙述、数学公式、图形剖析、数量关系等角度去剖析概念, 明确概念的等级和多侧面性, 把反映其内在本质的问题嵌入到情境中, 来揭示知识背后的思想。

(二) 问题 2: 某电气维修公司要求工人每周工作至少 1 天, 至多 6 天。如果公司确定的工资标准是每人每天 350 元, 而且每周付一次工资, 那么你认为该怎样确定一个工人每周的工资? 一个工人的工资 w (单位: 元) 是他工作天数 d 的函数吗?

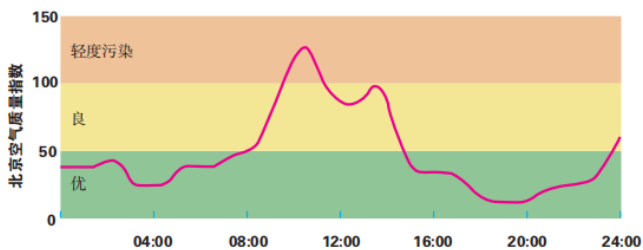
则工资 w 是一周工作天数 d 的函数, 其对应关系是什么?

注: 其中, d 、 w 的变化范围是数集 $\{A_2\}$ 、 $\{B_2\}$ 。

对于数集 A_2 中的任一时刻 d , 按照对应关系 $w=350d$, 在数集 B_2 中都有唯一确定的路程 w 和它对应。

思考 2: 问题 1、2 中的函数有相同的对应关系, 你认为他们是同一个函数吗? 为什么?

(三) 问题 3: 下图是北京市某日的空气质量指数 (简称 AQI) 变化图。



思考 3.1: 如何根据该图确定这一天内任一时刻 t 的空气质量指数 (AQI) 的值 I ?

思考 3.2: 根据该图找到中午 8 时的 AQI 的值?

思考 3.3: 你认为这里的 I 是 t 的函数吗?

对于数集 $\{A_3\}$ 中的任一时刻 t , 按照曲线给定的对应关系, 在数集 $\{B_3\}$ 中都有唯一确定的 AQI 和它对应。

(四) 问题 4: 国际上常用恩格尔系数 r ($r = \text{食物支$

出金额 / 总支出金额) 反映一个地区人民生活质量的的高低, 恩格尔系数越低, 生活质量越高。下表是我国城镇居民恩格尔系数变化情况, 从中可看出该省城镇居民生活质量越来越高。

年份 y	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
恩格尔系数 r (%)	32.0	30.1	30.0	29.7	29.3	28.6	27.7	27.6	29.2	28.6

思考 4: 你认为按上表给出的对应关系, 恩格尔系数 r 是年份 y 的函数吗? 如果是, 你会用怎样的语言来刻画这个函数?

对于数集 $\{A_4\}$ 中的任意一个年份 y , 按照表格给定的对应关系, 在数集 $\{B_4\}$ 中都有唯一确定的恩格尔系数 r 和它对应。

问题 1 和问题 2 的区别是虽然表达式相同, 但是定义域不同, 问题 3 是没有具体的表达式, 是图像形式出现, 但自变量与因变量是也是一一对应关系; 问题 4 是以表格的形式出现, 也是有一一对应关系。以上四个问题中的变量之间虽然对应关系的表达形式不一样, 但是都满足函数的定义。所以通过以上四个问题, 让学生深刻地理解函数概念的本质——定义域、对应关系、值域, 进而掌握同一函数的判断方法。

三、问题设置要考虑学生的最近发展区

问题设计要考虑学生的最近发展区, 是指要根据学生的先前知识、经验和能力, 设计适合他们当前认知水平的问题, 既不过于简单, 也不过于复杂, 能够激发学生的兴趣和动机, 促进学生的认知发展。最近发展区是维果茨基提出的一个重要概念, 它指的是学生在合作或指导下能够完成的任务, 但是独立完成时还不能达到的水平。最近发展区的上限是学生在合作或指导下能够完成的最高难度的任务, 最近发展区的下限是学生独立完成最高难度的任务。最近发展区的大小反映了学生的潜在能力和发展空间, 教师要根据学生的最近发展区来设计问题, 使学生能够在合作或指导下超越自己的现有水平, 达到更高的认知水平。

例如《4.2.1 等差数列的概念》中

在引入环节设置如下问题:

观察以下五个的数列:

- (1) 1, 3, 5, 7, 9;
- (2) 1, 3, 6, 10, 15;
- (3) 15, 12, 9, 6, 3, 0;
- (4) 9, 18, 27, 36, 45;
- (5) $1, -\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, -\frac{4}{7}$.

问题 1: 以上 5 个数列中, 哪些是递增数列? 哪些是递减数列?

问题 2: 从相邻两项的变化情况分析, 你能找出哪些数列与数列 (1) 有共同取值规律?

问题 3: 能不能给这些有共同取值规律的数列做出一个统一定义?

这些问题的设置是基于学生已经掌握了数列的基本概念和性质, 以及数列的单调性的判断方法, 这是学生的最近发展区的下限。问题 1 是一个简单的判断题, 旨在检测学生对数列单调性的理解和应用, 问题 2 是一个分析题, 要求学生观察数列的规律, 发现等差数列的特征, 问题 3 是一个综合题, 要求学生抽象出等差数列的定义, 这些问题的难度逐渐增加, 引导学生从具体到抽象, 从分析到综合, 达到学生的最近发展区的上限。通过这些问题的设置, 学生可以在教师的引导或同伴的合作下, 掌握等差数列的概念, 提高自己的认知水平。

四、善用教材和教师用书

善用教材和教师用书, 是指要充分利用最新版的数学教材和配套的教师用书, 了解教材的编写思路和教学目标, 参考教师用书的教案设计和案例, 结合自己的教学实际, 灵活创设问题, 提高教学效果。最新版的数学教材和教师用书, 是根据 2017 年版的数学课程标准编写的, 体现了数学核心素养的培养理念, 突出了数学的本质、方法和思想, 注重了数学的应用和探究, 增加了数学的趣味性和生活性。在教材中, 每一节课的内容都设置了一系列的思考题和探究题, 旨在引导学生从实际问题出发, 发现和理解数学概念, 探索和运用数学方法, 培养和提高数学思维能力。在教师用书中, 对教材的每一节课都给出了详细的教学分析和设计, 包括教学目标、教学重点、教学难点、教学方法、教学过程、教学评价等, 同时提供了一些教学案例, 包括单元教学设计、课堂教学设计、教学实录、教学反思等, 为教师的教学提供了参考和借鉴。在这些教学案例中, 都是通过设置问题串, 引导学生思考, 揭示问题本质, 从而获得知识。

例如在教材《必修二》第 68 页《数系的扩充和复数的概念》这节课中, 教材设置了一个探究两个思考:

探究

我们知道, 方程 $x^2+1=0$ 在实数集中无解, 联系从自然数集到实数集的扩充过程, 你能给出一种方法, 适当扩充实数集, 使这个方程有解吗?

思考

把新引进的数 i 添加到实数集中, 我们希望数 i 和实数之间仍然能像实数那样进行加法和乘法运算, 并希望加法和乘法都满足交换律、结合律, 以及乘法对加法满足分配律。那么, 实数系经过扩充后, 得到的新数系由哪些数组成呢?

思考

复数集 C 与实数集 R 之间有什么关系?

那我们在教学设计上就可以把这些探究课思考题设置成三个问题, 形成问题串, 激发学生的学习兴趣, 并通过思考问题, 分析问题, 最后解决问题。这三个问题的设置, 是基于数系的扩充过程, 从实数集到复数集的转变, 引导学生发现和理解复数的概念, 探索和运用复数的运算规则, 培养和提高数系的认识能力。问题 1 是一个探究性问题, 要求学生联系从自然数集到实数集的扩充过程, 思考如何扩充实数集, 使方程 $x^2+1=0$ 有解, 从而引入复数的概念。问题 2 是一个分析性问题, 要求学生把新引进的数 i 添加到实数集中, 分析实数系经过扩充后, 得到的新数系的组成, 从而理解复数的表示方法。问题 3 是一个综合性问题, 要求学生比较复数集 C 与实数集 R 之间的关系, 从而掌握复数的性质和特点。通过这三个问题的设置, 学生可以在教师的引导或同伴的合作下, 掌握复数的概念, 提高自己的认知水平。

结语

概念课教学重点是本节课的核心概念及其蕴含的数学方法和思想, 教学难点在于学生在理解概念过程中遇到的困难和问题。在概念课的教学设计中, 设置的问题除了要来源于生活、揭示概念的本原问题、考虑到学生的最近发展以外, 还要考虑到学生需要一定思考的时间和相互交流才可能突破教学重难点, 因此在概念课上创设探究型问题是必要的。而探究型问题的设置要把握问题的适度性、思考性、挑战性, 才能激发学生逐步突破思维障碍, 主动探索合适方法解决问题。另外, 探究性问题有利于培养学生的高阶思维能力, 可根据所教授的学生水平进行选择性的创设。

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部. 普通高中数学课程标准 (2017 年版) [M] 北京: 人民教育出版社, 2018. 1
- [2] 史宁中王尚志. 普通高中数学课程标准 (2017 年版 2020 年修订) 解读 [M] 北京: 高等教育出版社, 2020. 11.
- [3] 何嘉驹吴敏. 基于问题驱动理论的概念课教学设计——以弧度制概念教学设计为例. 中学数学研究. 2017 年第 12 期.
- [4] 人民教育出版社课程教材研究所中学数学课程教材研究开发中心. 普通高中教科书教师教学用书. 数学: 选择性必修. 第二册: A 版 [M] 北京: 人民教育出版社, 2020. 6.