

例谈如何在“三角函数”的教学中渗透数学核心素养

林佳燕

广东省潮州市潮安区龙溪中学

摘要：数学核心素养的培养是新型课堂模式的基本要求。本文通过选取《三角函数》这一章中四个有代表性的教学片断，从四个方面阐述如何优化数学课堂教学，培养学生的数学核心素养。分别是：1、构建师生合作探究的课堂模式；2、加强数学思想方法的渗透；3、注重多媒体技术与教学内容的结合；4、加强数学建模素养的培养。

关键词：数学核心素养；三角函数；教学片段

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-627X.2024.08.100

引言

王尚志教授在修订《普通高中数学课程标准（实验）》时，认为数学核心素养主要包括：直观想象、数学抽象、数据分析、运算能力、逻辑推理、数学建模等6个方面。数学核心素养是适应个人终身发展和社会发展需要的人的关键能力与必备品质^[1]。数学核心素养综合体现出对数学知识的理解、对数学技能方法的掌握、对数学思想的感悟及对数学活动经验的积累^[2]。

《三角函数》这一章是整个中学函数中不可或缺的部分，也是高考重点考查的知识点之一。而在我们的中学数学教学过程中却存在着如下不利于培养学生数学核心素养的现象：1、教师只注重讲知识点，讲解题方法，没有让学生进行直观想象，体会数据分析、数学建模的过程；2、教师侧重通过典型题型，完成相关知识的学习，这一过程使得学生缺乏自主探究，进行逻辑推理，寻找三角函数内在知识之间的关联，未能体会自我学习的成就感。下面，我以《三角函数》这一章为例，选取个别课时的教学片断，探讨如何在教学中渗透数学核心素养的培养。

一、构建师生合作探究的课堂模式

——以《三角函数的诱导公式》教学片断为例
在这一节课的教学中，我们可以这样进行^[3]：

（一）设置问题情景

师：任意角 α 的正弦、余弦、正切是怎样定义的？

学生讲述三角函数的单位圆定义： $\sin x = y, \cos x = x, \tan x = y/x, (x \neq 0)$

师：求下列三角函数值：

$$(1) \sin \frac{4\pi}{3}, (2) \cos \frac{4\pi}{3}, (3) \tan \frac{4\pi}{3}$$

教师引导学生独立思考，让学生大胆地到黑板上展示其答题情况。教师抓住学生在求 $4\pi/3$ 的三角函数

值时产生认知上的冲突，引出课题《三角函数的诱导公式》。

设计意图：三角函数的单位圆定义是学习诱导公式的基础，通过问题情境的设置，让学生自主尝试解答，既培养学生的运算能力，又让学生产生认知上的冲突，引发思考，调动学生学习主动性，激发其探究新知的欲望，从而顺利地导入新课。

（二）合作探究

1. 教师根据学生在黑板上用定义求角 $4\pi/3$ 的三角函数值的情况，引导学生思考以下问题^[4]：

（1）角 $4\pi/3$ 和角 $\pi/3$ 的终边有何关系？

（2）设角 $4\pi/3$ 与角 $\pi/3$ 的终边分别交单位圆于

点 P_1, P_2 ，点 P_1 的坐标为 $P_1(x, y)$ ，则点 P_2 的坐标如何表示？

（3）它们的三角函数值有何关系？（图1）

2. 教师用几何画板演示角 α 可以是任意角，让学生直观感知，结合教师的问题发现：角 $\pi + \pi/3$ 和角 $\pi/3$ 数量上相差 π ，图形上它们的终边关于原点对称，与单位圆的交点坐标互为相反数。从而由特殊到一般，得出任意角 $\pi + \beta$ 与角 β 的终边关于原点对称，其三角函数值之间满足公式二： $\sin(\pi + \beta) = -\sin \beta, \cos(\pi + \beta) = -\cos \beta, \tan(\pi + \beta) = \tan \beta$

二、加强数学思想方法的渗透

——以《正弦函数的图象》教学片断为例
在这一节课的教学中，我们可以这样进行^[5]：

（一）情境引入

课件演示：“声乐”“电磁波”“圆柱斜截体侧面展开图”

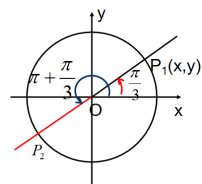


图 1

思考：1. 该曲线是什么曲线？

2. 你有什么办法画出该曲线的图象呢？

设计意图：让学生观察，了解日常生活中的实际问题，思考怎么把实际问题转化为数学问题？目的是培养学生“数学地观察、数学地思考、数学地表达”的习惯，从而渗透数学核心素养的培养，提高学生对数学学习的兴趣。

(二) 新课学习

1. 课件演示：“正弦函数图象的几何作图法”

2. 教师引导：在平面直角坐标系的横轴上作一个单位圆C，从圆与横轴的交点A起把圆C分成12等份，可以得到对应于 $0, \pi/6, \pi/3, \pi/2, \dots, 2\pi$ 等角的正弦线，相应地，再把x轴上从0到 2π 这一段($2\pi \approx 6.28$)分成12等份，把角x的正弦线向右平移，再用光滑的曲线把这些正弦线的终点连结起来，就得到了函数 $y=\sin x, (0 \leq x \leq 2\pi)$ 的图象。(图2)

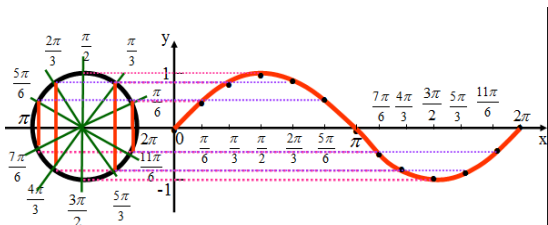


图 2

因为终边相同的角的三角函数值相同，于是只要将它向左、右平行移动(每次 2π 个单位长度)，就可以得到正弦函数 $y=\sin x$ 在R上的图象，即正弦曲线。

设计意图：通过多媒体演示，解决了利用单位圆画正弦函数图象这一难点。发展了学生的直观想象，逻辑推理的素养，这一过程渗透由“抽象到具体”的思想方法。接下来又可通过“类比”得到余弦函数 $y=\cos x$ 的图象，从而在潜移默化中不断加强了学生对数学思想方法的理解。

三、注重多媒体技术与教学内容的结合

——以《函数 $y=Asin(\omega x+\phi)$ 的图象》教学片断为例

本节课重点介绍了参数 ϕ, ω, A 对函数 $y=Asin(\omega x+\phi)$ 图象的影响，前面我已经与学生共同探究了 ϕ 对函数 $y=\sin(x+\phi)$ 的图象的影响。接下来我们将探索 $\omega (\omega > 0)$ 对函数 $y=\sin(\omega x+\phi)$ 的图象的影响。

(1) 讨论 $y=\sin(x+\pi/3)$ 的图象与 $y=\sin(2x+\pi/3)$ 的图象的关系。

① 几何画板演示

强调当 $\omega=2$ 时， $y=\sin(x+\phi)$ 图象象弹簧一样被挤压。(图3)

设计意图： ω 对图象的影响是本节课中最难理解的知识点，

通过用几何画板作图，以多媒体辅助教学弥补了传统教学的教学不足。学生们看到当 $\omega=2$ 时 $y=\sin(x+\phi)$ 图象像弹簧一样被挤压，这种亲眼所见的经历使学生们对这一难点和重点的理解加深了印象。

② 结合教科书中的图让学生用直尺量出变换前后图象的周期，通过图象直观理解周期的计算公式 $T=2\pi/\omega$ 。(图4)

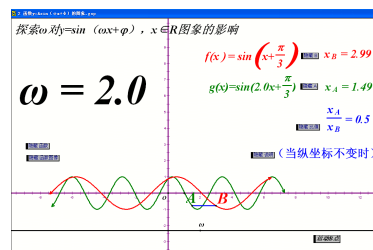


图 3

P50图1.5-3, 周期的计算公式 $T = \frac{2\pi}{\omega}$

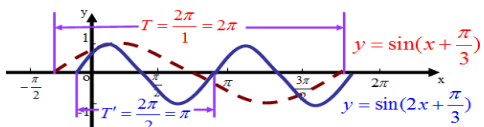


图 4

设计意图：除了让学生观察图象的动态变换外，还应该引导学生自己动手操作，让学生深刻体会 ω 的意义，为下节课的学习做好铺垫。

(2) 改变 $\omega=1/2$ ，即把 $y=\sin(x+\pi/3)$ 的图象与 $y=\sin(x/2+\pi/3)$ 的图象作比较。

(3) 取 ω 为其它值，观察相应函数图象与 $y=\sin(x+\pi/3)$ 的图象的关系，得出类似的结论，让学生自主归纳左右伸缩变换的结论。

总结：

(1) 当 $\omega > 1$ 时，将 $y=\sin(x+\phi)$ 的图象上的点横坐标缩短到原来的 $1/\omega$ 倍，纵坐标不变，就可得 $y=\sin(\omega x+\phi)$ 的图象；

(2) 当 $0 < \omega < 1$ 时，将 $y=\sin(x+\phi)$ 的图象上的点横坐标伸长到原来的 $1/\omega$ 倍，纵坐标不变，就可得 $y=\sin(\omega x+\phi)$ 的图象。

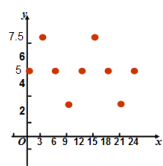
设计意图：强化了由特殊到一般的思维过程，通过师生共同探究，在潜移默化中培养学生逻辑推理、直观想象的素养。

四、加强数学建模素养的培养

——《三角函数模型的应用》(教学片断)

本节课主要学习例题：下面是本地港口在夏季每天的时间与水深关系表：

时刻	0: 00	3: 00	6: 00
水深/米	5.0	7.5	5.0
时刻	9: 00	12: 00	15: 00
水深/米	2.5	5.0	7.5
时刻	18: 00	21: 00	24: 00
水深/米	5.0	2.5	5.0



选用一个合适的函数模型来近似描述本港口的水深与时间的函数关系。

1. 初步认识

教师引导学生画出散点图（右图），再根据散点图的形状特点选择合适的函数模型。引导学生与三角函数“五点法”建立关系。

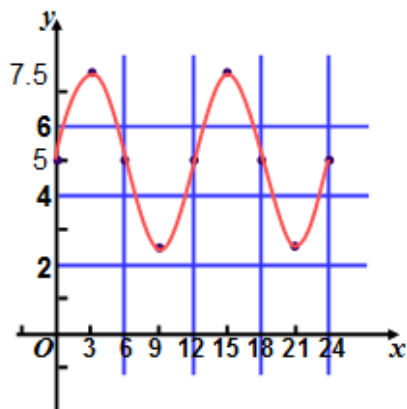
同时提问学生问题（1）：

上述变化量中哪个是自变量 x ？哪个是因变量 y ？什么时候，港口的水最深，最深深度多少？什么时候，港口的水最浅？最浅深度多少？试着用曲线描述本港口从 0 时到 24 时水深的变化情况。^[6]

设计意图：问题(1)较简单，其目的在于“由易到难”引导学生了解水深随时间变化的规律，使学生学会用“数学的眼光认识自然与社会中存在的问题”，而且培养学生对数学建模的兴趣。

2. 深入探索

教师引导学生进一步探讨问题（2）选用一个适当的函数模型来近似描述的水深与时间的函数关系，给出整点时间的水深近似值？同时，教师把解题过程通过课件幻灯片详细展现出来，供学生参考。



时刻	水深/米	时刻	水深/米	时刻	水深/米
0:00	5.0	9:00	2.5	18:00	5.0
3:00	7.5	12:00	5.0	21:00	2.5
6:00	5.0	15:00	7.5	24:00	5.0

解：

(1)以时间为横坐标,水深为纵坐标,在直角坐标系中画出散点图
根据图象,可以考虑用函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+h$ 刻画水深与时间之间的对应关系.

$$A=2.5, h=5, T=12, \text{由 } T = \frac{2\pi}{\omega} = 12, \text{得 } \omega = \frac{\pi}{6}.$$

$$\therefore y = 2.5 \sin\left(\frac{\pi}{6}x + \varphi\right) + 5 \quad \text{把点 } (0, 5) \text{ 代入上式, 可得}$$

$$\text{由 } \frac{\pi}{6} \times 0 + \varphi = 2k\pi \text{ 得 } \varphi = 0$$

港口的水深与时间的关系可用 $y = 2.5 \sin \frac{\pi}{6}x + 5, x \in [0, 24]$ 近似描述.

设计意图：问题（2）是在问题（1）的基础上逐步加深，从问题的表征向内延深入，揭示数学的应用价值。既利用信息技术辅助课堂教学，提高课堂效率，形象直观，加强感受。又引导学生动手画图与代数计算，边动笔边思考，让学生参与到合作探究中，培养学生的自主学习性。在一系列问题的解答过程中，使学生经历数学建模全过程，提高数学建模的能力。

结语

如何在数学课堂教学中提升学生的数学核心素养，是数学教育工作者面临的新课题。提升学科核心素养的目标需要我们培养学生的学习兴趣和热情，让学生充满热情地去发现和观察，去主动探究，让学生自己动手，在课堂上积极参与，而不是被动地接受^[7]。在《三角函数》这一章的教学中，我尝试通过构建师生合作探究的课堂模式、加强数学思想方法的渗透、注重多媒体技术与教学内容的结合和加强数学建模素养的培养，以达到培养学生的数学思维的严谨性、广阔性、灵活性、独创性等，提高学生的运算能力和直观想象能力，让学生经历数学建模和数学抽象的过程，从而提升数学核心素养。

参考文献

[1] 陈敏, 方莉. 全面践行数学核心素养——《三角函数的应用》教学实录 [J]. 高中版. 中学数学, 2016 年 4 月.
 [2] 王尚志. 如何在数学教育中提升学生的数学核心素养 [J]. 中国教师, 2016, 20165 上期: 33-38.
 [3] 三角函数的诱导公式（一）教学设计《互联网文档资源 (<http://www.worlduc.c>)》.
 [4] 张银华. 谈三角函数的诱导公式教学重点难点的突破 [J]. 《文理导航（上旬）》; 2013-06-11.
 [5] 正余弦函数图象教学设计. 百度文库《互联网文档资源 (<https://wenku.baidu.>)》.
 [6] 张翼, 周祝光. “三角函数模型的简单应用”教学设计 [J]. 中国数学教育（高中版）, 2019-07-10.
 [7] 赵春, 张思明. 信息技术帮助提升学生的数学核心素养 [J]. 中小学信息技术教育, 2015 年第 20159 期: 32-35.