

整合联系 明晰原理 深度学习

张雪华

山东省滨州市博兴县实验小学

摘要：2022版数学新课程标准指出：“课程内容组织，重点是对内容进行结构化整合，探索发展学生核心素养的路径。”郜舒竹教授在《小学数学这样教》中说道：数学教学应当明理，也就是不仅要“知其然”，还要“知其所以然”。因此，数学教学研究仅限于“如何教”和“如何学”这样的问题是不够的，还应重视“教什么”和“学什么”的研究，特别是对“所以然”知识的研究。下面以“2、5、3的倍数的特征”整合拓展为例做以交流思考。

关键词：数学教学；新课标；探究性学习

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-627X.2024.11.094

一、研究缘起：知其然不知其所以然

“2、5、3的倍数的特征”是青岛版五年级上册的内容。对于这一单元的教学，教师的常见教学方法是：以教材中提供的百数表组织学生探究，以“掌握2、5、3的倍数的特征，会判断一个数是否是2、5、3的倍数”为目标组织教学。基于学生数学素养的发展，我认为2、

5、3的倍数的特征不应只停留在“特征认识”的教学上，而应提高到“特征原理”的探究上。那么常规教学下的学生的真实现状到底是怎么样的呢？我们的教材是否适合探究“特征原理”呢？我对“2、5、3的倍数的特征”常规目标教学下的学生现状进行了调查，并对教材进行了剖析。

（一）学生现状调查分析

1. 调查内容及其调查情况统计

（1）圈出下列数中既是2、5的倍数，又是3的倍数的数（345、905、1560、393、1000），调查情况统计：98%的学生全对。

（2）你们在数学课上有研究过2、5、3的倍数的特征为什么是这样的奥秘吗？你有兴趣研究这个问题吗？请你简单地表示出2、5、3的倍数的特征的奥秘。调查情况统计：60%的学生有了解过“2、5、3的倍数的特征的奥秘”（其中90%的学生已经忘记），96%的学生有兴趣研究这个问题。所以绝大部分学生不能准确表达出奥秘。

（3）你知道4或9的倍数有什么特征吗？你知道这个特征为什么会是这样吗？调查情况统计：所有学生都不知道4或9的倍数有什么特征，说不出特征的奥秘。

2. 结果分析

学生已经较好地掌握了2、5、3的倍数的特征；不理解2、5、3的倍数的特征原理；不会使用“弃3法”灵活应用3的倍数的特征；不会迁移探究其他数的倍数的特征。可见，基于常规目标教学“2、5、3的倍数的特征”后，学生对2、5、3的倍数的特征是只知其然不知其所以然。

（二）教材分析

百数表不能沟通特征之间的联系。教材以“百数表”作为学生的探究素材，安排两课时学习“2、5、3的倍数的特征”。常见做法是：学生在百数表中找出2、5（或3）的倍数并涂上颜色；仔细观察说说发现了什么，从而得出2、5（或3）的倍数的特征。学生在百数表中找2、5的倍数比较容易。原因如下：2、5的倍数在低年级活动中

有渗透，如“两个两个地数”、“五个五个地数”；2、5的倍数在百数表中呈列状分布，比较容易发现特征。

学生在百数表中探究3的倍数的特征比较困难。原因如下：“2、5的倍数看个位”对探究3的倍数的特征不能起到正迁移作用；百数表中3的倍数个数多，摆放不易聚焦；学生在前面的学习中少有接触3的倍数的特征的机会，没有“各位数之和”的经验。

二、整合联系：知其然知其所以然

从数的位值意义上去探究2、5、3的倍数的特征，这三个数的倍数的特征原理都是相通的。因此，我组织学生紧紧围绕两个问题“为什么判断2、5的倍数看个位”，“为什么判断一个数是不是3的倍数要看各位数之和”，从数的位值意义上进行探究，以2、5的倍数的特征原理为核心，迁移3及更多数的倍数的特征原理，从而帮助学生将知识梳理成一张有联系的网。

从数的位值意义上来理解，因为10就是2或5的倍数，一个数的十位、百位等数位上的数值自然都是2或5的倍数，因此，2或5的倍数只需要看个位。3的倍数，其十位上的几个十去几个9后就余几，百位上是几个百去掉几个99后就余几……因此，3的倍数要看各位数之和。整合内容，让关联的知识在原理上“脉脉相通”。

在教学中，老师要及时引导学生进行回顾与反思，提炼在数学活动中获得的认知与经验。本节课的教学要关注学生经历完整的探究学习的过程，帮助他们对所学的“2、5、3的倍数特征”的掌握更具有通融性和结构性。

【〈2、5的倍数的特征〉教学设计】

学习目标：

1. 理解并掌握2、5的倍数的特征和特征原理，会判断一个数是不是2、5的倍数。
2. 经历探究2、5的倍数的特征和特征原理的过程，问题一猜想一验证一结论一应用，从中感悟无限、类推和抽象等思想方法。
3. 在学习活动中培养学生的列举、观察、验证、归纳和推理能力，增强学生的探究意识，进一步感受数学的魅力。

教学重点：引导学生经历2、5的倍数的特征和特征原理的探究过程，能运用这些特征判断一个数是不是2、5的倍数。

教学难点：2、5 的倍数特征原理的探究过程

教学过程：

（一）创设情境，提供素材

师：同学们，学校近期要举行校园艺术节，想组建圆圈舞、交谊舞两个表演团队，请看大屏幕，你能发现那些数学信息？

圆圈舞每组 5 人，交谊舞每组 2 人，表演叠罗汉的每组 3 人。那么，可以选多少人参加圆圈舞兴趣小组？

预设：生 1：我想选 20、25 ……人参加。

这些人数都与哪个数有关，有什么关系？

预设生：都是 5 的倍数

师：想一想，参加交谊舞的人数呢？

预设生：可以选 4、6、8……人参加，都是 2 的倍数

师：想一想，参加叠罗汉的人数呢？

预设生：可以选 3、6、9……人参加，都是 3 的倍数

师：2、5、3 的倍数都有自己的特征，想研究吗？这节课我们就来学习 5 的倍数。

（二）合作探究，学习新知

1. 探究 2 的倍数的特征

（1）确定方法。

师：我们先来研究 2 的倍数，你想怎样研究？

预设：可以先找一些数观察以下特征。

师：2 的倍数多的找不完，下面我们先在 100 以内的数中，筛选出 2 的倍数来进行研究好吗？

（2）合作探究。

师：请同学们拿出百数表，快速圈出 2 的倍数，相信在圈的过程中你一定会有新的发现。学生独立探究，教师巡视。

师：来看自己圈对了吗？谁来和大家分享你的发现？

预设：生 1：一个比一个大 2。

生 2：个位上是 0、2、4、6、8。

师：刚才我们研究 100 以内 2 的倍数时发现了这个规律，这样就可以下结论了吗？

师：那怎么办？需要再找一些 2 的倍数看看。这样处理比较严谨，是不是所有的 2 的倍数都有这样的特征呢？请看大屏幕（看要求，谁来读一读？课件出示：）

①从 100 以上的数中找 2 个个位上是 0、2、4、6、8 的数。

②从 100 以上的数中找 2 个个位上不是 0、2、4、6、8 的数。

③用计算器算一算是不是 2 的倍数？小组合作验证

师提要求：四人分工明确，一人说数，两人验证，一人记录，看看哪一组最先验证完。

师：谁来和大家交流一下，你们找了哪些数，是不是 2 的倍数？

小组汇报：……

师：有没有找到个位上是 0、2、4、6、8 的数，却不是 2 的倍数的？

现在可以下结论了吧？2 的倍数的特征是个位上是 0、2、4、6、8。

师：现在给你几个数，你能快速判断是不是 2 的倍数吗？（课件出示）324、293、807、7231、12035、4570、236

师：你们判断得真快，有什么好的方法？

预设生：根据 2 的倍数的特征，个位是 0、2、4、6、8 的，就是 2 的倍数。

师：也就是说，判断一个数是不是 2 的倍数有两种办法。一种是用前面学过的整除运算进行判断，另一种是用倍数的特征进行判断。

2. 探究 2 的倍数的特征原理

师：判断 137 是不是 2 的倍数，同学们只看个位就能判断。137 一个三位数，除了个位，还有十位和百位，这两个数位上的数为什么不用看？想一想、写一写、算一算，再和同桌讨论一下。

（三）课堂总结

这节课你有什么收获？

思考：在这节课上，老师要尊重学生的认知基础，基于学生已有的知识经验来设计教学活动，可以激发他们的探究欲望，促使学生进行深入思考，从而可以知其然知其所以然，让深度学习真正发生。

【<3 的倍数的特征> 教学设计】

学习目标：

1. 通过观察、猜测、交流、验证等活动，使学生经历探索 3 的倍数特征的过程，掌握 3 的倍数特征，并能应用该特征。

2. 经历探究 3 的倍数特征算理的过程，培养学生观察、分析及概括问题的能力，发展学生的抽象思维，培养合作交流意识，提高学生的合情推理能力。

3. 让学生体验挑战性数学问题的探究过程，进一步激发学生学习的兴趣，并从中获得积极的情感体验。

（一）回顾反思，激活经验

课件出示：

1. 抢答题：是不是 2 或 5 的倍数

（1）32 45, 329 430

（2）□ 5 □□ 2

师：刚才的这两个数有一部分数字被遮住了，但大家还是一眼就看出它是 5 的倍数，它是 2 的倍数，这其中有什么窍门吗？

预设生：只要看个位就行了。

师：判断一个数是不是 2 或 5 的倍数，为什么只要看个位？

你能以 2375 为例，展开分析一下吗？（板书：2375）

预设生：2375=2000+300+70+5

2000÷2=1000，无余数；300÷2=150，无余数；70÷2=35，无余数；

2000÷5=400，无余数；300÷5=60，无余数；70÷5=14，无余数；所以判断是不是 2 或 5 的倍数，只看个位就行。

师：同学们不但知道 2 或 5 倍数的特征，还知道为什么只看个位背后的原因，真了不起。今天我们就继续研究 3 倍数特征（板书：3 的倍数特征）

（二）合作探究，学习新知

1. 借助百数表，初探 3 的倍数特征

同学们先大胆地猜一猜，你认为 3 的倍数有什么特征呢？

生1: 个位上是3、6、9。

师: 同学们的猜想到底对不对呢? 接下来就需要我们进行验证。请同学们拿出百数表, 快速地圈出3的倍数。(师巡视)

师: 圈完请你坐端正。我们请一位坐姿端正的同学给大家说一说。

生说3的倍数。

师: 大家看, 个位上是3、6、9的数都是3的倍数吗?

生: 不是。

师: 你能举个例子吗? 同学们真棒, 都是善于思考的同学。

生举例。

师: 你的眼睛可真亮。看来个位上是3、6、9的数有的是3的倍数, 有的不是3的倍数。再仔细观察, 3的倍数的个位上有共同特征吗?

生: 没有。

师: 能不能只看个位就能判断呢?

生: 不能。

师: 看来我们需要换个角度来研究了。

思考: 教师设计由复习2和5倍数的特征导入新课学习, 当教师由复习而导入时, 学生不假思索地想到3的倍数特征是个位上3的数, 当学生拿出百数表, 把是3的倍数的数圈出来后, 发现2、5的倍数特征无法直接迁移到3的倍数特征上, 这正是课堂教学的真实, 这时老师充分挖掘和利用教学中生成的“错误”资源, 及时进行反思, 调整为换个角度来研究。

2. 借助探究单, 再次探究3的倍数特征

(1) 师: 请同学拿出探究单。

3的倍数的特征探究单

(2) 练习

师: 现在看到两位数, 怎样判断它是不是3的倍数?

87、91、72、65、34

(3) 订正交流。

(4) 什么样的三位数是3的倍数?

师: 想一想, 如果百位上是1, 表示100个一, 3个3个地圈, 会剩下几? 如果百位上是2, 表示200个一, 3个3个地圈, 会剩下几? 如果千位上是1, 表示1000个一, 3个3个地圈, 会剩下几?

生: $100 \div 3 = 33 \cdots 1$, 百位上是1, 3个3个地圈, 会剩下1。

生: $200 \div 3 = 66 \cdots 2$, 百位上是1, 3个3个地圈, 会剩下2。

生: $1000 \div 3 = 333 \cdots 1$, 千位上是1, 3个3个地圈, 会剩下1。

生: 我认为还是百位上几个百, 就剩几个一, 千位上几个千就剩几个一, 十位上几个十就剩几个一。

师: 213是3的倍数吗? 你是怎么想的?

生: 百位上余2, 十位上余1, $2+1+3=6$, 6是3的倍数, 213是3的倍数。

师: 我们用除法验证一下: $213 \div 3 = 71$

师: 1235是3的倍数吗? 你是怎么想的?

生: 千位上余1, 百位上余2, 十位上余3, $1+2+3+5=11$, 11不是3的倍数, 1235不是3的倍数。

师: 我们用除法验证一下: $1235 \div 3 = 411 \cdots 2$ 。

师: 现在你能说说满足什么条件这个数才是3的倍数?

生交流后, 师小结: 各个数位上数的和是3的倍数, 这个数就是3的倍数。

思考: 《数学课程标准(2022年版)》中指出: “学生的学习应是一个主动的过程, 认真听讲、独立思考、动手实践、自主探索、合作交流等是学习数学的重要方式。”老师在引导学生探究3的倍数特征的学习过程时, 注重启发式, 通过特征探究单引导学生在教学过程中经历观察、猜测等数学活动, 其实对比探究单我们会发现, 2、5、3的倍数特征探究单是有关联性的, 这表明老师在设计这个环节时注重学生经历学习过程, 注重了知识的关联性。

3. 回顾梳理

师: 一起回想一下, 刚才我们研究3的倍数有什么特征这个问题时, 先怎么办?

师: 对比2、5的倍数特征, 猜想一个数是不是3的倍数, 不能只看个位, 还要看十位、百位、千位上的数。接下来我们先探究了: 什么样的两位数才是3的倍数? 又类推到三位数和四位数, 并进行了验证, 然后得出了这个结论, 最后应用结论进行判断。对比、猜想、归纳、类推、验证、结论、应用是我们解决数学问题时经常用到的一种思维方法, 我们做到了知其然知其所以然。

(三) 巩固应用, 深理解

1. 判断下面各数是不是3的倍数:

123、457、6235、8109

2. 123是3的倍数。任意调整三个数的位置, 得到新的三位数, 这些三位数还是3的倍数吗?

3. 457不是3的倍数, 现在允许你换任一个数位上的数, 你能把它变成3的倍数吗?

4. 123456789, 这个数是2的倍数吗? 是3的倍数吗? 是5的倍数吗?

(四) 课堂总结

这节课你有什么收获?

(五) 课外作业

课后同学们探究一下4、9的倍数特征。

结语

在探究性学习中猜测是探究的引子, 而这个引子的关键在于它将成为课堂探究的核心, 怎样引发学生有依据的猜测呢, 需要广大教师深入研究教材, 既要关注横向联系强化训练, 又要重视纵向架构立体学习。在设计探究性数学活动时, 从学生的认知出发, 引导学生经历知识形成的全过程, 从而可以让学生知其然也知其所以然, 让深度学习真实发生。

参考文献

[1] 陈正慧. "3的倍数特征" 新解法探析[J]. 数学学习与研究, 2020(8): 2.