

# 基于 TPACK 理论的探究教学设计

## ——以“直线与圆的位置关系”为例

杨翔

南宁市武鸣区武鸣高级中学

**摘要:** 随着信息技术的迅猛发展和教育改革的深入推进,如何有效整合技术、教学法和学科知识(TPACK理论)成为当前教育领域的重要课题。本教学设计以高中数学“直线与圆的位置关系”为内容,旨在通过TPACK理论的指导,优化教学过程,提升学生的学习效果。

**关键词:** TPACK; 探究教学; 直线与圆的位置关系

**【DOI】** 10.12252/j.issn.2096-627X.2024.11.015

### 引言

1986年,舒尔曼(Shulman)提出有效的教学需要教师具备一种特定的知识类型—PCK,即涉及如何组织表征特定主题、问题或议题,如何对它们进行调整以适合学习者的不同兴趣与能力,并在教学中进行呈现的知识<sup>[1]</sup>。2005年,美国学者科勒(Koehler)和米什拉(Mishra)基于舒尔曼的PCK理论提出了TPACK<sup>[2]</sup>理论,其强调教师应当具备、且必须具备的全新知识,包括学科内容知识、教学法知识和技术知识的整合<sup>[3]</sup>(见图1),要求在教学过程中关注学生的个体差异和学习需求,通过整合技术资源来设计更具针对性的教学策略和教学活动,激发学生的学习兴趣 and 积极性,促进其全面发展。<sup>[4]</sup>

随着现代信息技术与学科教学加快融合发展,掌握TPACK能力是教师提高信息技术应用能力、适应信息化教学环境的重要途径。TPACK理论提供的有效地结合技术与实践知识的教学模式,有助于推动教育信息化的发展,使教育不再仅仅依赖于传统的教学方式,而是能够充分利用技术手段来提高教学质量和效率。

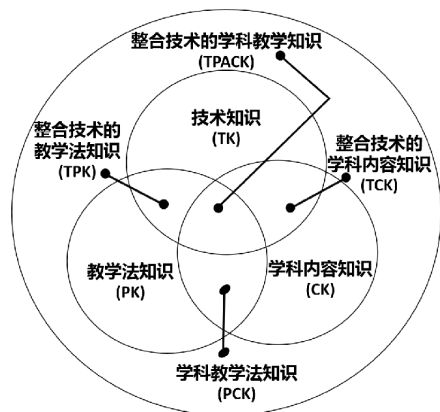


图1 TPACK框架及知识要素体系

### 一、TPACK框架下的探究教学

在TPACK框架下的探究教学中,学生需要主动参与到发现问题、解决问题的过程中。教师可以通过设计具有挑战性和开放性的问题来激发学生的探究兴趣,引导学生通

过观察、实验、调查等方式来收集和处理信息,形成自己的见解和结论。<sup>[5]</sup>教师需要具备扎实的学科知识、灵活的教学法知识和熟练的技术能力来引导学生进行有效的探究学习。这需要学生积极参与其中,通过主动性和创造性的发挥,借助探究学习来提升自己的数学核心素养。

### 二、基于TPACK理论“直线与圆的位置关系”教学设计

#### (一) 教学内容分析

本节课选自《高中数学人教A版》《选择性必修1》,主要内容是类比直线与直线位置关系研究方法,探究运用方程判断直线与圆位置关系的方法,这是对圆的方程应用的延续和拓展,又是后继研究圆与圆的位置关系和直线与圆锥曲线位置关系等内容的基础,并且蕴含着诸多的数学思想方法,有着承上启下的作用<sup>[6]</sup>。本节课的重点是从代数和几何两个角度判断并解决直线与圆的位置关系问题,并对比两种方法的优缺点,从而灵活运用方式表达、判断直线与圆位置关系。难点是在用解决直线与圆的位置关系时,明确运算方向,正确处理较为复杂的数据。

#### (二) 构成要素分析

为使得学科知识、教学法知识、技术知识的有效融合,以教促学与以学促教相得益彰,从而提高教学质量,现基于TPACK理论并结合本节课的教学内容,进行如下构成要素分析:

CK—①位置关系的判断:直线与圆的交点的个数、圆心到直线的距离与半径大小比较;

②直线截圆所得弦长:垂径定理、弦长公式、两点间距离公式。

PK—情境教学、问题驱动、自主探究、类比归纳、合作探究等。

TK—多媒体演示、思维导图的绘制。

PCK—①利用多媒体展示生活中的常见情景;

②通过多媒体提出问题,实现学生的自主探究学习;

③通过类比学生已掌握的研究方法和研究方法,合作探究归纳得出新知识;

④通过思维导图的绘制，建立解题模型。

TCK—①利用生活中的常见情景创设“直线与圆的位置关系”情境；

②通过一系列问题的提问、追问，引发学生的思考，引导学生定量表达直线与圆的位置关系；

③通过类比两条直线的位置关系的研究方法，合作探究得出代数法判断直线与圆的位置关系；

④利用思维导图，构建知识体系，并归纳不同方法的优缺点。

TPK—①利用生活中的常见情景创设“直线与圆的位置关系”情境，提出问题，引出本节课的主题；

②通过一系列问题的提问、追问，结合初中已有的知识和近期所学新知，引发学生的思考如何定量表达直线与圆的位置关系，实现学生的自主探究学习；

③通过类比两条直线的位置关系的研究方法，以合作探究的方式深入研究得出代数法判断直线与圆的位置关系；

④利用思维导图，使学生直观感受到不同方法的优缺点，为相应问题找到解决的最优法。

TPACK—利用“海上生明月”创设“直线与圆的位置关系”情境，抽象出直线与圆的位置关系问题，引出本节课的主题；通过问题驱动自主探究相结合的方式，培养学生发现问题与解决问题的能力；在思考如何定量表达直线与圆的位置关系中利用合作探究的方式，通过类比两条直线的位置关系的研究方法，激发学生在已有知识的基础上研究代数法判断直线与圆的位置关系；绘制本节课的思维导图，使学生构建知识体系的同时进行反思和总结，将知识系统化，解题模型化，以期提高学生的系统性思维水平。

(三) 教学过程与设计意图

1. 创设情境，提出问题

利用多媒体展示生活中“海上生明月”的情景创设“直线与圆的位置关系”情境，抽象出直线与圆的位置关系问题，引出本节课的主题。

追问 1：如何判断直线与圆的位置关系？

设计意图：复习直线与圆的位置关系及其定义，即根据交点个数判断位置关系。

追问 2：还有其他判断直线与圆的位置关系的方法吗？

通过圆心到直线的距离与半径的大小关系进行判断。

设计意图：复习平面几何的判断方法，引导学生将几何直观进行定量表达，通过问题 1 回顾初中学习的平面几何知识以及本章前面所学内容，提出本节研究的问题—利用直线与圆的方程，通过定量计算，判断直线与圆的位置关系，使学生体会这种研究思路的逻辑必然，能够在问题的引导下自主提出并研究问题。

2. 探究新知

(1) 自主探究

问题 2 本章我们研究直线、圆的角度是什么？

设计意图：引导学生回顾高中研究位置关系问题的方法，思考发现本章我们通过坐标系和方程构建，将几何问题转化为代数问题，再通过代数方法研究几何图形的性质<sup>[6]</sup>。比较初高中研究几何图形方法的差异，引导学生通过代数方法分析直线与圆位置关系中的几何问题。

追问 1：已知直线和圆的方程，类比两直线位置关系的研究方法，如何判断直线与圆的位置关系？

设计意图：由形上得不够严谨，过渡到利用  $d$  与  $r$  的比较，类比直线与直线的位置关系问题的解决方法，讨论解析几何研究问题的基本思路，学生可以自主寻求到将直线与圆的位置关系中的几何元素进行代数表达的思考方向，具体方案也已经形成—将交点问题的判断转化为方程组实根的情况的判断。

(2) 深入探究，构建模型

例 1 已知直线  $l: 3x + y - 6 = 0$  和圆心为  $C$  的圆  $x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0$ ，判断直线  $l$  与圆  $C$  的位置关系；若相交，求直线  $l$  被圆  $C$  所截得的弦长。

思路 1：(代数法)  $\begin{cases} 3x + y - 6 = 0, (1) \\ x^2 + y^2 - 2y - 4 = 0, (2) \end{cases}$ ，消去  $y$ ，得： $x^2 - 3x + 2 = 0$ ，

因为  $\Delta > 0$ ，方程有两个实数解，所以直线  $l$  与圆  $C$  有两个交点，直线  $l$  与圆  $C$  相交。

解方程  $x^2 - 3x + 2 = 0$ ，得  $x_1 = 2, x_2 = 1$ ，

把  $x_1 = 2, x_2 = 1$  分别代入方程 (1)，得到  $y_1 = 0, y_2 = 3$ 。

所以，直线  $l$  与圆  $C$  有两个交点是  $A(2, 0), B(1, 3)$ 。

直线  $l$  被圆  $C$  所截得弦  $AB$  的长度

$$|AB| = \sqrt{(2-1)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{10}.$$

追问 2：研究直线与圆的位置关系问题的基本思路是什么？

设计意图：学生可以类比直线与直线相交的问题，猜想出直线与圆相交问题的代数解法，从几何到代数，再从代数回归到几何，进而总结根的判别式的代数、几何意义。

追问 3：还有没有其他判断直线与圆的位置关系的方法呢？

思路 2：几何法，如图 2 所示。

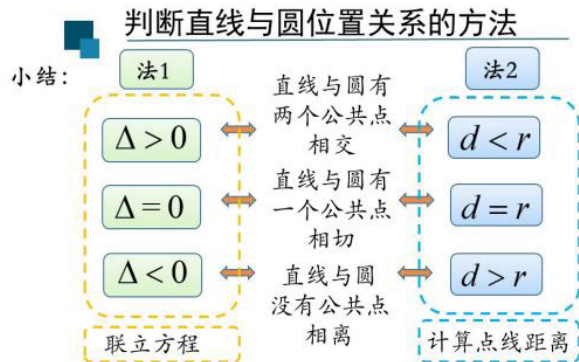


图 2 直线与圆的位置关系的方法

设计意图：利用几何图形的性质分析、解决问题是解析几何的首选方法。将几何图形放在坐标系中，并用方程进行研究后，学生会产生“坐标系中的几何图形其性质是否还成立”的疑问。由方法一、二的结果可知，其结论均指向同样的几何图形的位置关系。

### 3. 应用迁移

例2 过点P(2,1)作圆O:  $x^2 + y^2 = 1$ 的切线l, 求切线l方程。

追问1: 过一点作圆的切线, 能做出几条?

设计意图: 在分析点与圆位置关系时, 又一次利用几何、代数两种思路去解决, 不断提示学生, 在分析几何问题时可以向两个方向展开思考。

追问2: 如何用代数方法表示直线与圆相切?

设计意图: 巩固代数方法解决几何问题的思路, 引出本题, 指明联系, 分析区别。

追问3: 直线方程选择什么形式?

设计意图: 学生需要根据给定的条件, 灵活选取适当的直线方程形式, 运用待定系数法熟练地求直线方程, 无论选择用哪种代数形式表示直线, 都可以用代数法、几何法。

追问4: 直线与圆相切, 是一种特殊的位置关系, 联立方程组只有一组解, 或者转化为圆心到直线距离等于半径, 从而确定直线的方程。你能比较这两种方法的不同吗?

设计意图: 引导学生比较例2的解决方法, 利用几何性质的简化代数运算。比如可以利用圆的切线垂直于过切点的半径, 两切点的连线被圆外一点与圆心连线垂直平分等几何性质, 建立方程, 确定切线斜率。

### 4. 类比归纳小结, 建立解题模型

问题3 总结研究思路, 用方程判断直线与圆位置关系的方法, 如图3所示。

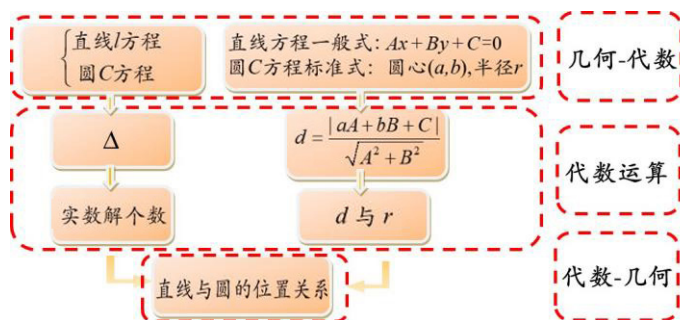


图3 直线与圆的位置关系的方法

无论从代数出发还是几何出发, 都经历了几何图形坐标化、方程化、进行代数运算、再利用代数运算的结果得到位置关系结论, 这是解决解析几何问题的最根本的方法。

## 三、教学反思与总结

1. 技术整合的策略与效果: 利用多媒体静态图展

示生活情景“海上生明月”, 能够与学科内容紧密结合, 提高学生的学习兴趣和参与度, 起到辅助教学、提升学习效果的作用。借助几何画板或者 Geogebra 软件将静态图变为动态图, 可进一步激发学生学习数学的兴趣。

2. 教学法与技术的融合: 情境教学法、类比归纳法与技术的灵活整合, 满足学生的个性化学习需求, 真正实现了优势互补, 提高了教学效果。但是要避免技术过度依赖, 特别是思维导图的绘制方面, 应先让学生先绘制, 再与技术整合出来的思维导图进行对比和优化, 以保持教学的人文关怀。

3. 学科内容与技术应用的平衡: 多媒体工具能够服务于学科知识的深入学习和理解, 没有出现过于注重技术展示而忽略了学科知识传递的现象, 学科内容与技术应用实现平衡。

4. 学生反馈与持续改进: 应关注学生的个体差异, 因材施教, 更要加强师生之间的交流与互动, 营造良好的课堂氛围。通过课后练习的批改和跟踪, 持续关注学生的学习进展和表现, 及时调整教学计划和方法, 以满足学生的学习需求。

5. 教师自身发展: 随着信息技术的更新换代速度, 教师需要不断更新和升级教学工具, 积极参与专业培训和学术交流活动, 提升自身的教学水平和专业素养以适应教育发展的新趋势。

## 结语

随着现代信息技术与学科教学融合的持续深入, TPACK 理论是促进信息技术、教学方法与学科知识深度整合的重要理论指导, 能够有效优化学科教学模式、提升教学方法和促进教学形式创新。因此, 掌握 TPACK 能力是教育信息化背景下提升教师信息化教学能力和数字素养的重要途径, 能够帮助教师利用信息化技术手段提高学科教学效率和质量。

## 参考文献

- [1] 张晶. 基于 TPACK 框架的英语写作教学研究 [J]. 陕西教育 (高教), 2016.
- [2] 何克抗. TPACK 的理论基础及对教育信息化的重要意义与影响 [J]. 中小学教材教学, 2017 (10): 6.
- [3] 王静. TPACK 理论视阈下初中几何课堂教学新探 [J]. 教学方法创新与实践, 2020, 3 (1): 51.
- [4] 王维刚. 《直线与圆的位置关系》教学设计 [J]. 考试周刊, 2016 (101): 2.
- [5] 高雅, 周莹. TPACK 视域下的数学概念教学设计—以“直线的倾斜角与斜率”为例 [J]. 中学教学研究 (华南师范大学): 下半月, 2020.
- [6] 涂朦. 高中生数学类比推理能力的调查分析及培养 [D]. 华中师范大学, 2012.