分类讨论思想在高中数学教学中的应用与实践

曾小毛
江西省赣州市第六中学

摘　要：随着新课程改革理念的不断深入，传统的教育方式已经不再符合当前教学工作的需求，相关的教育部门也针对教学方针进行一系列的改革与创新。分类讨论思想便是符合素质教育的新型教育方式，作为数学解题中的一种重要策略，其本质在于将原本复杂的问题分解成若干相对简单并易于理解的子问题，通过分别讨论这些子问题最终获得原问题的完整解答，为其今后支持的学习与发展打下坚实基础。本文阐述分类思想的基本概述，分析分类讨论思想在高中数学教学中应用的重要性及应用途径，旨在有效提高学生数学学习成绩以及学习质量，并促进其获得全方面发展。

关键词：高中数学教学；分类讨论思想；应用策略
【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2025.01.107

引言

数学作为一门严谨的学科，其内在的逻辑性以及系统性要求学生在知识学习中能够不断培养并发展自身的思维能力。随着高中数学知识体系的日益复杂以及深化，学生在教学中面临的数学问题也呈现多样化以及挑战性的特点，所以掌握有效的解题策略对于提高其学习能力与核心素养存在至关重要的作用。因此教师在数学课堂上应注重从教学实际出发深入探索分类讨论思想应用的有效途径，以此来帮助学生解决具体的数学问题，强化其学习能力与数学核心素养。

一、分类讨论思想的概述

分类讨论思想简而言之就是一种将复杂问题拆解成若干简单的子问题，并逐一解决以达到整体解决效果的策略。在高中数学这一抽象并且复杂的学科领域，分类讨论思想的应用存在极其重要的作用与地位，不仅有助于进一步锻炼学生知识整合的能力，同时还有助于提升其逻辑思维以及深度思考能力。高中数学教学中应用分类讨论思想应注重遵循三大核心原则，以确保其解题的严谨性以及高效性[1]。首先为互斥性原则，也就是说各个分类之间需要真正做到界限分明无交叉重叠，确保每一个子问题都是独立且互不相干的，并在此基础之上避免重复劳动或者混淆。其次为完备性原则，要求分类要做到全面并且无一遗漏，要确保所有的可能情况都能够纳入考虑的范围，以此来保证问题解题的完整性及准确性。最后为一致性原则，也就是说在同一层次的分类中需要采取统一的分类标准，以保证分类的逻辑性及连贯性，同时可以有效避免因为标准不一而导致的混乱。遵循上述原则能够充分发挥分类讨论思想的作用与价值，助力学生跨越知识学习与问题解决的难关，实现学习能力与数学核心素养提升的教学目标。

二、分类讨论思想在高中数学教学中应用的重要性

（一）明确应用目的

明确分类讨论思想应用的目的是有效运用的前提。高中数学教学中有较多概念、定理及性质往往需要通过分类的方式给出，而这种分类不仅有助于帮助学生更加清晰认识和理解这些数学元素，还能够为其解决实际问题提供有力的支持。例如在研究几何问题时，通过分类讨论能够将原本复杂多变的图形问题转化为一系列相对简单并易于处理的小问题，从而有效降低学生问题解决的难度。此外排列与组合等知识点的学习也离不开分类讨论思想的应用，这一思想将有助于帮助学生有条理地分析各种可能性，并避免学生出现遗漏以及重复的现象，为学生学习能力与核心素养的培养打下坚实基础。

（二）掌握分类方法

掌握分类讨论的思想方法是高中数学知识学习的关键环节。学生在分类的过程中首先要做的便是能够明确分类的标准，确保分类的准确性和有效性。此外还应当注重遵循分类讨论的应用原则，就比方说分类标准要明确、分类对象要全面且不重复等，如此能够确保最终分类讨论的结果既准确又高效[2]。教师在实际教学中可以通过例题讲解及练习巩固等方式引导学生逐步掌握分类讨论的方法，有效提高学生问题解决的质量以及效率，以此来为学生实际问题分析与解决能力的提升打下坚实基础。

（三）强化逻辑推理

分类讨论思想在高中数学教学中的应用不仅考验学生分类能力，同时更考验学生逻辑推理能力及综合分析能力。学生在问题解决的过程中需要学会应用分类讨论思想，将原本复杂的问题拆解成若干个子问题，接下来需要在此基础上逐一解决，并在最后阶段将各个子问题的结论进行综合而得出最终答案。学生在此过程中需要时刻保持清晰的逻辑思维，确保每一步推理的过程都能够做到准确无误。教师在课堂上应注重引导学生学会从整体上把握问题，并采取有效的教学方式培养学生逻辑推理能力及综合分析能力，以确保学生在此环节能够取得较好的学习效果。

三、分类讨论思想在高中数学教学中应用的策略

（一）集合题目中应用分类讨论思想

集合是高中数学课程的基础，同时更是核心的概念之一，与其相关的试题频繁出现在各类考试以及练习中，尤其是针对几何与元素之间的关系、多个几何之间的相互关系、设计参数的集合问题等[3]。这一类型问题之所以复杂且多变，是因为其中蕴含着多种可能的情况，往往需要学生具备高度的逻辑分析能力及细致的分类讨论技巧，以此来获得最终的结果。

例如，针对下述这一例题，已知集合 $A=\{x|-2 \leqslant x \leqslant a\}$，集合 $B=\{y|y=2x+3，x \in A\}$，集合 $C=\{z|z=x^2，x \in A\}$，实数 a 的取值范围应该是多少呢？在这一题目中一共呈现了三个集合，分别为 A、B、C，通过对其认真观察，能够发现当 $-2 \leqslant x \leqslant a$ 时，$z=x^2$ 的范围和实数 a 的正负号均有关系，因此应注重针对实数 a 的值进行分类讨论，以此来准确获得取值范围。例如根据集合 A 的定义，能够直接推导出集合 B 的表达式，也就是 $B=\{y|-1 \leqslant y \leqslant 2a+3\}$，是基于线性变换 $y=2x+3$ 和 A 中 x 的取值范围 -2 到 a 所获得的最终结论。接下来则是分类讨论的关键环节，由于集合 C 的具体变换形式在此问题中并没有明确，但是根据题目的要求以及集合之间所存在的包含关系，需要充分考虑实数 a 的不同取值范围对于集合 C 中元素 z 取值范围的影响，由此能够判断出集合 C 是否能成为集合 B 的子集。例如：当 $-2 \leqslant a \leqslant 0$ 时，集合 A 中所呈现的元素均为非正数，假设集合 C 中的变换使得元素 x 非增，那么此时便能够发现集合 C 中的元素 z 将落在某一个由 a 决定的区间中。由于 $C \subseteq B$，因此最终能够得到不等式 $4<2a+3$，解不等式时发现无解，这便证明在此情况下 a 的取值并不满足此条件。又比如说当 $0<a \leqslant 2$ 时，此时集合 A 中的元素将会从负数过渡到正数，接下来便可以采取同样的方法来求取值范围，最终能够得出 $a \geqslant 1/2$，$1/2 \leqslant 1 \leqslant 2$ 的结论。当 $a \geqslant 2$ 时，此时集合 A 将完全处于正数域，C 的边界元素可能会更加远离原点，但是同样需要满足 $C \subseteq B$ 的条件，最终得出 $-1 \leqslant a \leqslant 3$，也就是 $2 < a \leqslant 3$。最终，综合确定实数 a 的取值范围为 $1/2 \leqslant a \leqslant 3$。上述过程能够充分展示出应用分类讨论思想解决一些相对复杂的集合问题时所具备的强大作用，同时更强调逻辑思维以及细致分析在数学知识学习中所具备的重要作用及价值。

（二）概率题目中应用分类讨论思想

高中数学教材中所包含的概率知识虽然并非是最难的理论，但是却要求学生具备高度的逻辑思维严谨性及清晰的解题思路，以此来确保最终问题解决的准确无误。在面对概率分类的问题或者要求学生根据题目条件判断事件间关系的题目时，分类讨论思想的应用将有助于帮助学生获得解题的思路，并有效提高其问题解决的质量与效率。

例如，针对下述这一例题，$a=1/2$ 是直线 $ax+2y=3$ 与直线 $x+a(a-1)y=6$ 垂直的什么条件？这一题目不仅考查学生对于直线垂直几何性质的理解和掌握，同时还隐含了对于分类讨论思想应用的要求。在针对这一问题进行解析时首先需要明确直线垂直的判定条件，也就是两条直线的斜率之积为 -1。但如果说直接应用这一条件的话，可能会忽略一些特殊情况的存在，例如直线斜率不存在的情况，而这也是学生在问题解决时经常容易出错的地方[4]。因此教师在课堂上注重引导学生采取分类讨论的思想便显得尤为关键。首先，第一种情况可以假设两条直线的斜率都存在，如此便可以根据直线垂直的条件建立等式 $k1 \cdot k2=-1$，其中 k1 和 k2 分别为两条直线的斜率。通过将直线的斜率表达式代入便可以得到 $-a/2 \times [-1/a(a-1)]=-1$，通过解这个方程便能够获得 a 的一个可能值，也就是 $a=1/2$。第二种情况需要考虑其中某一条直线的斜率不存在这一情况，斜率不存在便意味着直线垂直于 x 轴，也就是直线方程中 y 的系数为 0。针对本题便需要分别讨论到底哪一条直线的斜率可能不存在，例如如果直线 $ax+2y=3$ 的斜率不存在的话，a 便

等于零，但是此处的 a 作为系数不能够为零，所以不考虑这种情况。所以直线 x+a(a-1)y=6 的斜率就必须为零，也就是 a(a-1)=0，求解能够得出 a=0 或者 a=1。考虑到这一题目中问的是 a=1/2 的这种情况，所以只需要记录 a=0 这一解作为分类讨论的一部分即可，a=0 时并不满足两条直线垂直的条件。结合这一题目中“a=1/2 是 ... 的什么条件”这一已知点，学生在此环节应注重进一步分析 a=1/2 时两条直线是否一定垂直、两条直线垂直时 a 是否一定等于 1/2。学生通过分析能够知道 a=1/2 是两条直线垂直的充分条件，但并非必要条件，尽管在这一特定的问题中 a=0 不能够满足题目的要求。分类讨论思想在概率问题中的应用不仅能够帮助学生解决题目中的具体问题，同时还有助于进一步锻炼其逻辑思维能力，提高学生解题的质量以及效率，以此来为其后续知识的学习及发展打下坚实基础。

（三）函数题目中应用分类讨论思想

在高中数学的教学体系中，函数作为连接代数及几何之间的重要桥梁，对于学生知识学习存在极其重要的作用及地位。学生在面对一些相对复杂且多变的函数题目时，特别是当函数中的参数变化导致函数性质发生根本性的转变时，分类讨论思想便成为突破问题解决的关键。教师在此环节便应当注重充分发挥自身引导作用，帮助学生学会如何对函数中的参数进行细致入微的分类以及讨论，将大问题转化为多个小问题，进而有效提高学生问题解决的精准性。

例如，针对下述这一例题，给定 $a \geqslant 2$，设函数 $g(x)=|ex-a|+a^2/2$，其中 x 的取值范围为 $x \in [0，\ln3]$，要求学生求出函数 g(x) 在给定区间上的最小值。在解决这一问题时，首先需要认识函数中的绝对值项是这一问题解决的难点所在，因为绝对值的存在能够促使函数在不同的区域上可能会呈现出不同的表达方式。所以在此环节首先需要根据参数的大小关系展开分类讨论，以此来去除绝对值。为了简化这一问题可以引入新的变量，例如令 t=ex，由于 $x \in [0，\ln3]$，所以说 t 的取值范围为 [1，3]，原函数便可以转化为关于 t 的函数 h(t)，即 $h(t)=|t-a|+a^2/2$，其中 $t \in [1，3]$。接下来可以根据参数 a 的情况进行分类讨论，首先第一种情况为 $2 \leqslant a \leqslant 3$ 时，由于 t 的取值范围为 [1，3]，所以可以在此基础之上进一步进行细分，例如如果 t<a 时，则 $h(t)=a-t+a^2 2/2$，但如果说 $t \geqslant a$，$h(t)=t-a+a^2 2/2$，在此范围内需要分别找出 h(t) 在（1，a）和 [a，3] 上的最小值，并在此基础之上比较两者以确定整体的最小值 [5]。最终通过计算能够发现当 t=a 时，h(t) 取得最小值 $a^2 2/2$。第二种情况为 a>3 时，由于 t 的取值始终都小于 a，所以说函数 $h(t)=a-t+a^2/2$ 在 [1，3] 这一区间中都属于单调递减的状态。所以最小值应该会出现在 t=3 处，因此 h(t) 的最小值为 $a-3+a^2/2$。学生通过落实上述的方式来完成分析和讨论能够准确地求出最终的结论，最为重要的是能够学会根据题目的要求灵活选择分类的标准，这种能力的培养将有助于进一步提高其解题的准确性以及思维能力，并为其后续展开更深层次的学习与探究导向打下坚实基础。总之灵活应用分类讨论的方法将大问题拆分为多个小问题逐一解决，不仅有助于确保学生深刻体会分类讨论思想在各类型题目中应用的重要作用，同时还可以有效提高其问题解决的效率及精准性。

结语

总而言之，分类讨论思想是一种十分重要并且应用相对广泛的数学思想，在问题解决时灵活应用将有助于进一步提高学生问题解决的质量与效率。因此教师在数学教学中应注重提升自身对于这一思想的重视程度，在日常教学活动中积极渗透分类讨论的思想，以此来加强学生对于分类讨论思想的理解和认知，并逐渐掌握相关的方法以及技巧。如此可有效提高学生数学问题分析及解决的能力，促进其数学学习水平获得有效提升，实现学习能力与核心素养培养的教学目标。

参考文献

[1] 王小英．高中数学教学中渗透数学思想的方法及策略 [J]．高考，2019,(19):133.

[2] 季欣欣．浅析分类讨论思想在高中数学教学中的应用价值 [J]．天天爱科学（教学研究），2019,(12):8.

[3] 程玮．分类讨论思想在高中数学解题中的应用 [J]．语数外学习（高中版中旬），2019,(12):40.

[4] 陈益龙．探究基于分类讨论的高中数学解题研究 [J]．数理化解题研究，2019,(34):27-28.

[5] 周艳清．分类讨论思想在高中数学教学中的应用研究 [J]．科普童话，2019,(48):47.