指向学科核心素养的高中数学概念课的深度教学模式初探

刘奕伶
东莞市虎门中学

摘　要：数学概念是培养学生数学思维品质的重要载体，数学概念教学对于提高学生的数学抽象能力、逻辑推理能力、数学建模能力等核心素养具有极其重要的意义。本文从问题的提出、高中数学概念课深度教学模式的构建、案例示范、总结与反思等四个方面展示了研讨，意图为高中数学概念课深度教学提供可参考的教学范式。

关键词：学科核心素养；高中数学；概念课；深度教学
【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2025.02.207

引言

数学概念教学对于提高学生数学抽象能力、逻辑推理能力、数学建模能力等核心素养，具有极其重要的意义，是培养学生数学思维品质的重要载体．但实际上，许多教师在高中数学概念教学过程中，对学生核心素养具有极其重要意义的“轻过程，重结论”现象仍然存在．甚至“掐头去尾少中段”——不展示数学知识的背景，直接给学生“灌输”概念，不理会生成过程，只重视结论，只注重一招一式的方法和技巧，把活的数学知识化作死板的条条框框，使学到的数学知识有如无源之水、无本之木.那么，在推进学生深度学习的高中数学概念教学中，应该采取怎样的方法呢？这是一个很值得探讨的问题．本文旨在探讨深度教学如何在高中数学概念课中推行，内容涉及以下几个方面。

一、问题的提出

笔者从所在的 2023 年级高二年级选择性必修第一册第二章《直线与圆的方程》的一次单元测试的数学统计报表中，观察发现虽然考题很基础，但得分率都不高，如：已知圆 C: $x^2+y^2=9$，直线$l: y=x+b$,若 C 上恰有四个点到直线l的距离都等于 1，则 b 的取值范围是？所带班得分率是 60.9%，年级得分率是 48.99%。

究其原因：不外乎是概念认识不清、方法不当所致．进一步说明，我们老师在日常的教学中，对数学概念课的教学不够重视，精力投入不够充分，甚至有的老师还把概念当成了死记硬背的结论，直接给学生“灌输”概念，导致学生对概念理解不到位，不能建立完整数学概念体系。

二、构建“高中数学概念课深度教学模式”

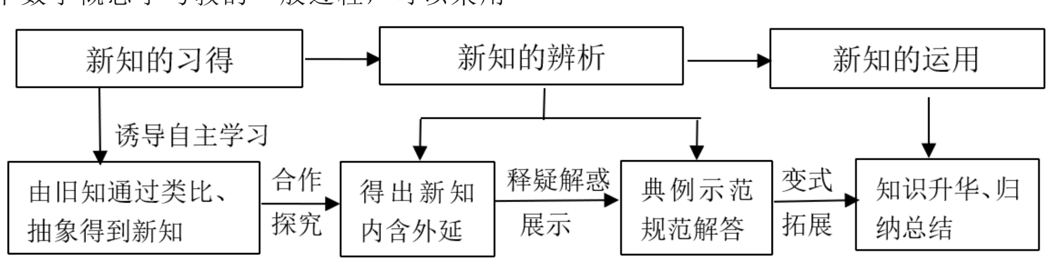
对于高中数学概念学与教的一般过程，可以采用教育心理学家皮连生创立的“三段”教学模式进行分析，即：

第一阶段：习得阶段（获得数学概念），以帮助学生掌握数学概念、明确理解数学概念的含义为主要教学目标，习得概念的基本形式有两种：一种叫概念形成，另一种叫概念同化．概念的形成过程可归纳为：辨别、分化、类化、抽象、检验、概括、形式化七个阶段．概念同化的基本教学步骤：先引导学生理解概念的定义，其次进行概念的辨析和强化，再次进行概念的应用，最后形成概念系统。

第二阶段：转化阶段（把习得的概念转化为解决问题的技能），第一个阶段，我们习得的概念还是局限在概念的陈述形式上，如果我们要应用这个概念来解决问题，就需要把这个概念变成可执行的程序形式，也就是转化为做事情的技能，所以，在这个阶段的主要教学任务就是如何把我们习得的概念转化为做事情的技能．我们可以尝试先在一些典型的情境中运用概念，然后提供相应的变式习题，从而促进学生将习得的陈述形式概念转化为运算技巧，即转化为解题技巧。

第三阶段：迁移应用阶段（应用概念解决实际问题），课后，要为学生提供应用概念的情境，可采用课外作业、复习、间隔性练习、应用概念等多种形式，让学生运用概念来解决实际问题。

因此，通过研读有关文献结合课堂教学实践，我建构了“指向数学学科核心素养的高中数学概念课的深度教学模式”。“高中数学概念课的深度教学模式”的教学过程可概括为如下图：



三、案例展示“高中数学概念课深度教学模式”

下面以《双曲线及标准方程第一课时》的教学设计为例，具体说明高中数学概念课深度教学的教学过程设计。

（一）新知的习得——感知双曲线概念的获得

引入环节的设计需要吸引学生的关注，引导学生思考。高中阶段的学生已经有了一定的数学学习基础，但高中知识较为抽象。因此，为确保学生对于课上内容的了解思考，保证学生能够明确数学知识的原理，在引入环节设置实验过程让学生通过自己的亲身操作探究双曲线的概念。

1. 引入：教师提问

问题：平面内与两个定点 F_1 ， F_2 的距离之和为常数（大于｜ F_1F_2 ｜）的点的轨迹是椭圆．如果平面内一点始终保持与两个给定点的距离之差不变，那么这一点又将形成怎样的轨迹呢？

开展实验：老师和同学们一起动手用拉链画双曲线。

问题 1：在把拉动拉链（如图 1）的过程中，点 M 在右支运动时 $|MF_1|-|MF_2|$ 有没有发生变化？此时 $|MF_1|-|MF_2|$ 等于？在左支运动时 $|MF_2|-|MF_1|$ 呢？

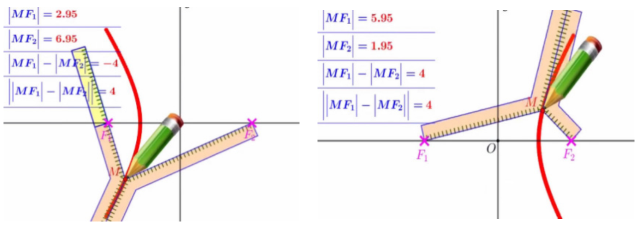


图 1

学生分析：没有变化，都是余下拉链的长（右支是 $|F_1F|$，左支是 $|F_2F|$，且 $|F_1F|=|F_2F|$）。

教师总结：点 M 和两个定点 F_1，F_2 的距离的差的绝对值为线段 F_1F 的长，它是一个常数（$|F_1F|<|F_1F_2|$），此时，M 点的运动轨迹是左右分离的两条曲线，它的运动轨迹不是椭圆．我们把平面内与两个定点 F_1，F_2 的距离的差的绝对值等于非零常数（小于｜ F_1F_2 ｜）的点的轨迹叫做双曲线 (hyperbola)．这两个定点叫做双曲线的焦点，其中双曲线的焦距为两焦点 F_1，F_2 之间的距离。

设计意图：引导学生从中抽象出双曲线的定义，同时使学生获得焦点、焦距等概念，通过实际操作加强对双曲线几何特征的理解。

2. 建立直角坐标系

提问：要求双曲线的方程，直角坐标系如何建立合适？

师生互动：观察我们画出来的双曲线，发现它呈对称性，直线 F_1F_2 是其对称轴，所以以 F_1F_2 所在直线为 x 轴，线段 F_1F_2 的垂直平分线为 y 轴，建立如图 2 所示的平面直角坐标系 Oxy。

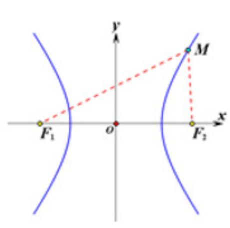


图 2

设计意图：（1）帮助学生明确直角坐标系如何设置得当．（2）引导学生学会设置恰当的直角坐标系。

3. 探究双曲线方程

提问：若双曲线的焦距为 $2c(c>0)$，且 $\left||MF_1|-|MF_2|\right|=2a$（$a$为大于 0 的常数，$a<c$），那么，如何得出双曲线的方程？

师生互动：明确双曲线上的点满足下列条件的点的集合：

$$P=\left\{M \,\middle|\, \left||MF_1|-|MF_2|\right|=2a, 0<2a<|F_1F_2|\right\}$$

根据图示可知：$F_1(-c,0)F_2(c,0)$ $\therefore |MF_1|=\sqrt{(x+c)^2+y^2}$，$|MF_2|=\sqrt{(x-c)^2+y^2}$，

于是有$\sqrt{(x+c)^2+y^2}-\sqrt{(x-c)^2+y^2}=\pm 2a$.　　①

类似椭圆标准方程简化过程，由①得$(c^2-a^2)x^2-a^2y^2=a^2(c^2-a^2)$

由双曲线得定义知，2c>2a，即 c>a，故$c^2-a^2>0$，两边相同除以 $a^2(c^2-a^2)$，得 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{c^2-a^2}=1$. 令$b^2=c^2-a^2$，其中$b>0$，代入上式得

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0). \quad ②$$

教师总结：双曲线上每一个点的坐标都满足方程②，以方程②的解为坐标的点都是表示与两个焦点 $F_1(-c，0)$ 和 $F_2(c，0)$ 的距离之差的绝对值为$2a$，即这个点是双曲线上的点，于是我们称方程②为双曲线的标准方程，这条双曲线是方程②所表示的曲线，其中$c^2=a^2+b^2$。

提问：焦点在 y 轴上的双曲线的标准方程是什么？

学生分析：$\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$　双曲线的焦距为 $2c$，焦点分别是$F_1(0,-c)$，$F_2(0,c)$，a，b，c的意义同上。

设计意图：形成和完善双曲线及其标准方程的概念。

（二）新知的辨析——深化双曲线概念的理解

1. 设置疑问，分析概念

问题：若这个非零常数等于｜ F_1F ｜（即｜ F_1F ｜＝｜ F_1F_2 ｜）时，点 M 的轨迹又是什么呢？

问题：若这个非零常数大于｜ F_1F ｜（即｜ F_1F ｜＞｜ F_1F_2 ｜）时，点 M 的轨迹又如何呢？

问题：点 M 轨迹在去掉定义中的“绝对值”后会有哪些改变？

学生思考并回答。

设计意图：强化对双曲线概念的抽象和建立过程，加深对双曲线定义的认知，提高学生思维的严谨性，提升了学生语言表达能力。

2. 展现例题，实践验证

例 1 ：已知 $F_1(-5,0)$，$F_2(5,0)$ 是双曲线的两个焦点，点 P 是双曲线上一点，且点 P 与 F_1，F_2 的距离之差绝对值等于 6，求双曲线的标准方程。

选题意图：巩固双曲线及其标准方程的概念，明确确定双曲线方程的要素，会用待定系法求双曲线的方程。

例 2 ：已知 A、B 两地相距 800 米，A 地听到炮弹爆炸的声音比 B 地晚 2 秒，声速是 340 米 / 秒，求炮弹爆点的轨迹方程。

小组合作：学生们先独立思考，再与同桌交流。发现炮弹爆炸点落在双曲线的一支（如图 3，靠近点 B 的一支）上．最后通过运算得出所求的轨迹方程为：$\frac{x^2}{115600}-\frac{y^2}{44400}=1(x\geq 340)$。

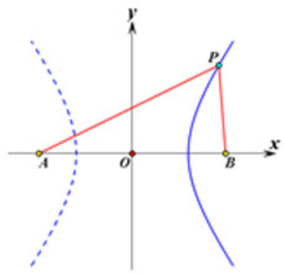


图 3

选题意图：（1）通过让学生运用双曲线及其标准方程解决实际问题，达到使学生更加熟悉双曲线定义，培养学生数学抽象能力和数学建模能力的目的。（2）培养学生养成认真审题的习惯，养成重视细节的习惯，做到严谨仔细，不怕繁难运算。

（三）新知的应用——内化双曲线概念的掌握

数学知识的学习是一个学生思考、产生疑问、进行验证，最终得到结论的过程。因此，为有效增加学生对于数学知识的了解，在课中教学阶段增设检测问题，确保学生能够巩固课上所学，不断的提高个人的能力。首先，展现新知、查漏补缺。课堂检测是课中教学必不可少的重要部分，能够有效增加学生对于知识点的了解，帮助学生构建更为完善的数学知识体系。其次，规范例题，进行讲述。学生练习过程中，引导学生分析数学公式、数学定理、数学法则以及数学的思想方法，确保学生对于数学知识点的理解与运用，并引导学生讲解，由此真正实现“举一反三”、“融会贯通”的教学效果。结合以上观点，为确保学生能够内化双曲线的概念，应用双曲线的知识解决实际问题，引入课中检测问题以及辨识习题，以此提高学生的问题解决能力，引导学生进行自我检测。

（四）归纳反思——提练升华双曲线概念知识体系

数学教学工作进行时，需要确保学生能够运用所学知识解决实际问题，引导学生将自己解决问题后所产生的反思应用到整个数学学习过程中，以此提高学生的个人能力，培养学生良好的学习习惯。在开展双曲线概念教学工作时，为引导学生再次提炼升华双曲线概念的知识体系，增加学生对于双曲线概念相关知识的了解和认识，引入“归纳反思”环节，带领学生共同整合课上所学知识，梳理有关于双曲线概念的思维导图。在此过程中，进一步培养了学生反思所解问题结构特征和解决过程，拓展学生的思维广阔性和创造性，提高学生的学习效果。同时，在反思过程中，与学生一同思考解决问题所产生的结论探究，在学习过程中是否产生了新的知识组块，由此增加学生数学思维的敏捷性与深刻性，保证课上的教学效果。

（五）布置作业设计目标检测

现阶段，高中数学教学工作开展期间所引入的数学作业可以大致分为研读型作业、诊断性作业和综合性作业这三种类型。在开展双曲线概念的深度教学时，为进一步增加学生对于概念知识的了解，设置了诊断性与综合性作业，以此提高学生的综合能力，培养学生的数学核心素养。在设计数学作业时，落实因材施教教学理念，保证作业难度分层，助力学生个性化成长，为激发学生的数学学习兴趣，引入多样的数学作业形式，开展多样化设计，提高学生的学习内驱力，保证数学作业的练习效果。

结语

教师的教是为了学生的学．只有能够促进学生积极主动的深度学习、培养其核心素养的“教”，才是有意义，有价值的．基于深度教学理念，在教学设计上，必须整体考虑学习活动，关注学科特色和兴趣导向，将贴近学生生活的真实情境作为设计资源，激发学生参与课堂的兴趣，同时能够灵活运用所学的知识。

参考文献

[1] 皮连生 . 学与教的心理学 (第五版) [M] . 上海 : 华东师范大学出版社 , 2009.

[2] 中华人民共和国教育部 . 普通高中数学课程标准 (实验稿) [M]. 北京： 人民教育出版社 , 2003.

[3] 庞维国 . 自主学习 : 学与教的原理和策略 [M]. 上海 : 华东师范大学出版社 , 2003. 4.

[4] 靳玉乐主编 . 探究教学论 [M]. 重庆 : 西南师范大学出版社 , 2001.

[5] 肖凌戆 . “变式创新模式” 的理论建构 [J]. 中学数学 , 2000(9): 4-5.

[6] 谭国华 . 高中数学概念课型及其教学设计 [J]. 中学数学研究 , 2013 年第 6 期 (上): 4-8.

基金项目 : 本文系“广州市教育科学规划(Guangzhou education scientific research project) 2023 年度课题 + 指向数学学科核心素养的高中数学概念课的深度教学研究 (课题批准号： 202214730) ” 研究成果。