

# 数形结合思想在高中数学教学中的渗透路径探究

周贞贞

济宁高新技术产业开发区高级中学

**摘要:** 数形结合思想作为一种重要的数学思想方法,在高中数学教学中具有重要的应用价值。本文通过分析数形结合思想的内涵,探讨了其在函数性质的直观理解、几何问题的逻辑推理、不等式解集的直观呈现、数据趋势的直观分析以及平面向量的直观表示与运算等方面的应用价值。同时,文章还就数形结合思想在高中数学教学中的渗透路径进行了探讨,指出可以将其渗透于数学概念的教学、解题过程的指导以及数学思想的培养之中。通过在数学实践中不断深化数形结合思想的应用,可以帮助学生更好地理解和掌握数学知识,提高数学素养,培养数学思维能力。

**关键词:** 数形结合思想; 高中数学教学; 应用价值; 渗透路径

**【DOI】** 10.12252/j.issn.2096-627X.2025.03.082

## 引言

数形结合思想作为一种重要的数学思想方法,强调数与形的内在联系和相互依存,认为数学概念和命题的本质可以通过图形直观地展现出来。这一思想不仅深化了人们对数学本质的认识,也为数学教学提供了重要的指导。特别是在高中数学教学中,学生面临着大量抽象的数学概念和复杂的问题情境,单纯的逻辑推理往往难以满足学习需要。而数形结合思想则为克服这一困难提供了有效途径,通过图形的直观呈现,可以帮助学生更好地理解数学概念的内涵,把握问题的本质,提高学习效率。同时,数形结合思想还有助于培养学生的空间想象能力、直观感悟能力以及创新思维能力,对于促进学生的全面发展具有重要意义。因此,如何在高中数学教学中有效渗透和应用数形结合思想,成为当前数学教育研究和实践的重要课题。

### 一、数形结合思想的内涵

数形结合思想源于古希腊数学家毕达哥拉斯的“万物皆数”理念和我国古代的“形以衡数,数以度形”观点,强调了数与形作为数学的两个基本要素所具有的内在联系<sup>[1]</sup>。一方面,数学概念和命题往往蕴含着丰富的几何意义,通过图形的直观展示,可以帮助学生深入理解其内在本质。另一方面,数学中的许多图形也都具有特定的数量关系,通过数学语言的逻辑表述,可以揭示出图形的内在规律。在数形结合的思想指导下,数与形可以实现有机统一、相互促进,共同推动对数学规律的深入认识。这种思想不仅拓展了数学研究的视野,也为数学教学提供了重要启示,即应当注重数形互释、相互转化,帮助学生在直观与抽象、具体与一般之间建立起联系,真正领会数学知识的精髓,提升数学素养。

### 二、数形结合思想在高中数学教学中的应用价值

#### (一) 函数性质的直观理解

函数是高中数学的核心内容,其性质的深入理解离

不开函数图像的辅助。数形结合思想指导下的函数教学,强调借助图像直观展示函数的特征,帮助学生建立起抽象性质与直观图形之间的联系<sup>[2]</sup>。通过绘制并观察函数图像,学生能够直观地感受到函数的单调性变化、奇偶性对称、周期性重复等特征,加深对函数概念内涵的理解。

以正弦函数  $y=A\sin(\omega x+\phi)+k$  的教学为例。教师可以引导学生先绘制  $y=\sin x$  的图像作为母图,然后通过观察  $A$ 、 $\omega$ 、 $\phi$ 、 $k$  四个参数对图像各方面特征的影响,得出它们分别与函数的振幅、周期、相移和平移的关系,如图1。

在此基础上,通过动态几何软件演示参数变化与函数图像的联动效果,学生可以直观地感受到正弦函数的图像是如何随参数的改变而变化的。

接下来,教师还可以引导学生讨论,当  $A=0$  时,函数图像是什么?有什么特殊意义?当  $k=1$  时,图像有什么变化,如何利用求交点求解方程  $\sin x=1$ ?当  $A<0$  时,图像如何变化?结合单位圆三角函数图像是否还能得到相同的结论?通过这样层层递进的设问和图像分析,学生可以全面理解正弦函数的图像特征及其与各参数之间的关系,建立起  $y=A\sin(\omega x+\phi)+k$  这一看似复杂的抽象表达式与直观的波形图像之间的联系,真正把握其中蕴含的函数规律。

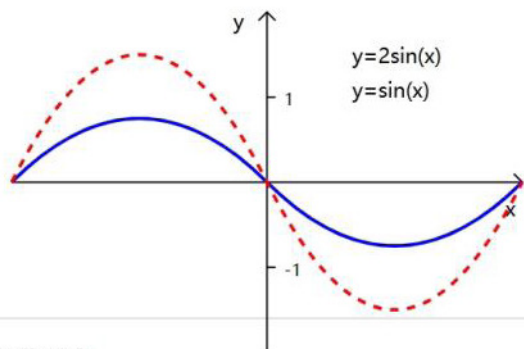
#### (二) 几何问题的逻辑推理

空间几何是数形结合思想得以充分展现的领域。通过将抽象的空间关系与具体的图形表征相结合,学生能够更好地理解和掌握复杂的空间概念。数形结合思想不仅帮助学生将抽象的几何关系可视化,更培养了他们运用图形辅助进行逻辑推理的能力<sup>[3]</sup>。在高中数学教学中,通过数形结合思想的渗透,既可以提升学生的空间想象能力,也能培养其逻辑思维能力。

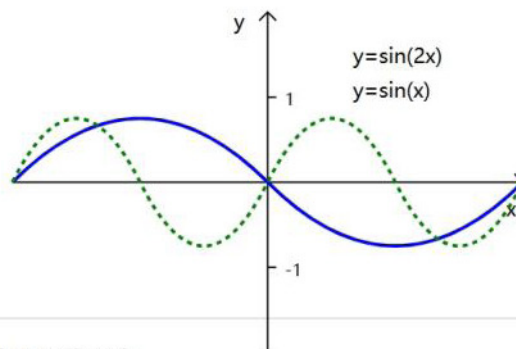
**$y=Asin(\omega x+\varphi)+k$  中各参数的几何意义:**

- A: 决定振幅 (波峰到波谷的距离的一半)
- $\omega$ : 决定角频率 (影响周期)
- $\varphi$ : 决定相移 (左右平移)
- k: 决定上下平移

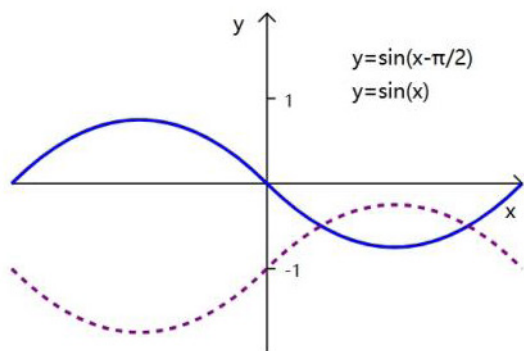
**A: 振幅影响**



**$\omega$ : 周期影响**



**$\varphi$ : 相移影响**



**k: 上下平移影响**

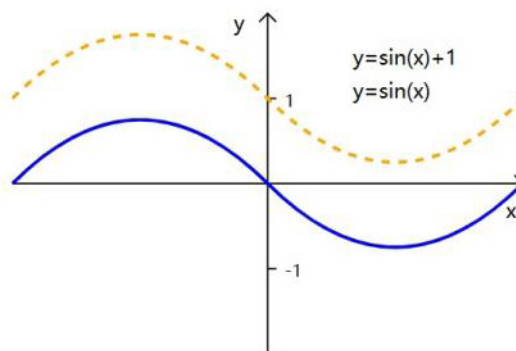


图 1

例如在证明空间中平行关系时，教师可以引导学生运用数形结合思想：首先通过图形直观理解题设条件和目标，然后借助空间想象进行逻辑推理，最后用严谨的语言表达推理过程。以下面的例题为例：

求证：夹在两个平行平面间的平行线段相等。

如图2， $\alpha \parallel \beta$ ， $AB \parallel CD$ ，且  $A \in \alpha$ ， $C \in \alpha$ ， $B \in \beta$ ， $D \in \beta$ ，求证  $AB=CD$ 。

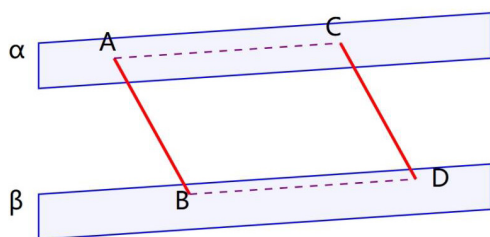


图 2

在解决这个空间几何问题时，数形结合思想的应用贯穿始终。首先，通过空间图形的绘制，学生能直观理解“夹在平行平面间的平行线段”这一抽象概念，明确题目所给的平面  $\alpha \parallel \beta$  及线段  $AB \parallel CD$  的位置关系；其次，在图上清晰标注已知条件和待证结论，有助于学生理清思路，启发他们思考如何利用这些条件进行证明；再次，通过构造辅助平面  $\gamma$ ，学生既能看到空间问题转

化为平面问题的过程，又能理解为什么要这样构造。在具体证明中，由平面平行得到截线平行 ( $BD \parallel AC$ )，结合已知线段平行 ( $AB \parallel CD$ )，就得到了四边形  $ABDC$  是平行四边形，从而得出  $AB=CD$  的结论。

这一完整的推理过程展示了如何将空间直观与逻辑推理有机结合：一方面，通过图形理解抽象的空间关系，借助适当的转化简化问题；另一方面，基于直观认识进行严密的逻辑推导，最终得到严谨的证明。这种数形结合的思维方法不仅帮助学生掌握了解题策略，更培养了他们运用图形辅助进行空间思考和逻辑推理的能力。

(三) 不等式解集的直观呈现

在不等式的教学中，数形结合思想同样可以发挥重要作用。单从代数角度看，不等式所表达的数量关系常常显得晦涩难懂，学生不易把握其本质。而将不等式与数轴、平面坐标系联系起来，用区间、区域等图形直观地表示其解集，则可以极大地帮助学生理解不等式所表达的意义<sup>[4]</sup>。进一步，教师还可以利用几何画板等软件，通过动态拖动两直线来演示，让学生直观感受解区域随直线位置变化的动态过程，加深理解。以后再遇到类似的问题，学生自然会想到用图形的方法加以解决，体会数形结合优越性。

#### （四）数据趋势的直观分析

在统计与概率的学习中，学生经常需要面对大量的数据和复杂的现象。仅仅罗列数字本身，很难让学生对数据背后的信息和规律产生直观认识。而数形结合思想指导下的数据可视化，则为揭示数据间的联系、把握数据的分布特征提供了有效手段。通过统计图表将数据形象地展示出来，学生可以直观地观察数据的集中趋势，为进一步的分析和预测奠定基础<sup>[5]</sup>。

最后，教师还可以让学生计算平均值、标准差等统计量。在整个教学过程中，直观的统计图表为学生观察数据、分析问题、得出结论提供了直接支撑，而这些结论又进一步指导了后续统计建模和应用实践。学生在数形结合的思想指引下，不仅学会了从数据中提取有价值的信息，也锻炼了数学建模和解决问题的能力。

#### （五）平面向量的直观表示与运算

平面向量是高中数学的重要内容，其基本概念和运算规律的掌握，离不开数形结合思想的指导。从形的角度看，向量可以直观地用带箭头的线段表示，箭头方向表示向量的方向，线段长度表示向量的大小。而从数的角度看，向量又可以用有序实数对表示，借助平面直角坐标系建立解析模型。数形的有机结合，使得向量的运算和性质既可以从几何直观的角度加以理解，又可以用代数的方法严格刻画，学生容易接受<sup>[6]</sup>。

### 三、数形结合思想在高中数学教学中的渗透路径

#### （一）渗透于数学概念的教学

数学概念是学生数学学习的基础。高中阶段的许多数学概念较为抽象，学生理解起来往往比较困难。数形结合思想在概念教学中的渗透，能够帮助学生建立起抽象概念与直观表象之间的联系，加深对概念本质的理解。例如，在讲授函数的单调性时，可以引导学生观察函数图像的变化趋势，上升对应单调递增，下降对应单调递减，从而直观地感悟单调性的含义。在讲授空间向量时，可以借助立体模型或动态几何软件演示向量在空间中的表示，帮助学生建立向量的几何意象。除此之外，教师还可以鼓励学生尝试从不同角度对概念进行解释和表征，加深理解。

#### （二）应用于解题过程的指导

解题指导是数学教学中的重要环节。面对复杂的数学问题，学生往往不知从何入手。而教师恰当地引入数形结合的思想，能够为学生的解题提供有力支撑。一方面，教师可以引导学生利用图形直观地表现问题条件，通过对图形的观察分析发现解题的突破口。例如，在解决几何问题时，可以引导学生根据条件作辅助线，通过观察图形的全等、相似等特殊关系寻找解题思路。在解决函数问题时，可以引导学生绘制函数图像，通过

分析图像的特征（如对称性、周期性、渐近线等）来简化问题、构造解题策略。另一方面，教师还可以鼓励学生通过数形转换来拓展思路。例如，在解决不等式组问题时，若代数求解较为困难，可以引导学生尝试用区域法表示不等式并通过分析区域的交集来获得问题的解。再如，在解决平面向量问题时，鼓励学生在坐标表示与几何表示之间灵活转化，相互印证，简洁、直观地得到结论。

#### （三）贯穿于数学思想的培养中

数学思想是学生数学素养的重要体现，对学生的数学学习和未来发展具有深远影响。作为一种重要的数学思想，数形结合思想的培养应当贯穿于整个高中数学教学过程之中。教师应注重在教学中创设适当的问题情境，引导学生体会数形结合的思想方法，提高运用数形结合思想分析问题和解决问题的能力。同时，教师还应注重挖掘数学史上的名题佳作，如古希腊时期对勾股数的探究、笛卡尔借助坐标系解决几何问题的过程等，让学生感受先贤大家运用数形结合思想探索数学奥秘的过程，激发学生学习的兴趣。此外，教师还可以开展一些拓展性的教学活动，如阅读数学史料、开展数学建模小论文等，进一步加深学生对数形结合思想的理解和运用。

#### 结语

数形结合思想是数学的重要思想，反映了数学抽象性和直观性相统一的本质特征。在高中数学教学中渗透数形结合思想，对于帮助学生加深对数学概念的理解、拓展解题思路和方法、提升数学思维能力和数学素养具有重要意义。因此，广大数学教师应高度重视数形结合思想在教学中的应用，注重在概念教学、解题指导、思想方法培养等方面创造条件、搭建平台，充分发掘数学知识中蕴含的数形对应关系，引导学生主动运用数形结合的方法去分析问题、解决问题，提高数学学习的能力与效率。

#### 参考文献

- [1] 赵宇, 王玥. 数形结合在数学教学中的应用[J]. 中学数学, 2024, (19): 48-49.
- [2] 石悦. 数形结合方法应用于高中数学教学的实践研究[J]. 学周刊, 2024, (30): 92-94.
- [3] 柳振动. 基于数形结合的高中数学解题思维培养路径研究[J]. 数学学习与研究, 2024, (26): 44-46.
- [4] 高擎. 例析数形结合思想在高中数学中的应用[J]. 中学数学, 2024, (17): 67-68.
- [5] 马燕丽. 创新定义巧应用, 数形结合妙直观[J]. 中学数学, 2024, (17): 95-96.
- [6] 胡海侠. 数形结合思想在高中数学中的应用[J]. 数理化解题研究, 2024, (24): 8-10.