

思维可视化引导下“四维四步”在初中数学思维培养中的应用

田作坤

滦州市教育教学研究与教师培训中心

摘要：新课程标准、新课程改革和新高考改革的不断深入推进，初中数学教学涉及内容不仅高出以往，而且更加抽象，难度更大，对学生的思维也更富挑战性。思维可视化是指利用图形、图像、符号等视觉语言直观形象地描述各种抽象思维活动，以更为生动形象的方式展示数学知识的本质和内在联系，为有效的数学学习活动服务。在思维可视化技术的基础上，“四维四步”教学模式应运而生。该模式将学习过程划分为“算、析、辨、结”四个环节，运用“动作可视化、图形可视化、语言可视化和符号可视化”四项策略，将整个学习过程的可视化展示在一起，形成“四维四步”教学模式，全面促进学生的数学思维发展。文章阐述思维可视化与“四维四步”，对“四维四步”在初中数学思维培养中的应用略陈管见，以作引玉之砖。

关键词：思维可视化；“四维四步”；初中数学；思维培养；应用

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-627X.2025.04.088

引言

教育现代化是当前教育改革的重要目标之一。实现教育现代化需要不断创新教学方法和手段，提高教育信息化、智能化水平。数学作为一门基础性、普及性与发展性兼具的学科，其知识和思维方法几乎渗透到社会生活的各个方面。从简单的日常生活计算到高科技领域的复杂数据分析，数学无处不在，是培养学生思维能力的前沿学科。同时，数学的严谨性和逻辑性为学生提供了锻炼批判性思维和独立思考的宝贵机会。思维可视化引导下“四维四步”教学模式的应用正是顺应了教育现代化的要求，以信息技术的支持和可视化手段的运用，推动了初中数学教学的现代化进程。

一、思维可视化与“四维四步”

（一）思维可视化

思维可视化理论与应用是由刘濯源首先提出并深入研究的一种教育思想和教学方法，它是利用图示（如思维导图、概念图、流程图等）对思考过程和结果进行可视化，以帮助教学对象更好地理解 and 消化信息的形式。充其量说，思维可视化是抓住了传统浅薄的书面语言及其线性展示形式难以表达的思维结构和知识关系。

思维可视化的特点是整体性、阶段性、交融性。整体性即整个思维过程和知识结构的完整、系统的展示。通过图示、图示组合将复杂的思维过程和知识结构进行分解，将其封装成几条线索、几个层级，直观呈现在学生或应用者面前，易于把握思维过程的大局和重要内容。阶段性即一个复杂思维过程分解成几个阶段（步骤），而不是直接一步到位，有利于学生为自我检测和主动式的发现与纠正思维误区和偏差，从而提高训练者思考的

准确性和有效性。思维可视化的交融性则体现在将不同领域的知识和思维方法相互融合、相互借鉴。显然，交融性与阶段性、整体性影响是相互交织、相互促进。导图可通过图示、图示组合将不同领域、不同学科的见闻和思考方式相互连结，构成以图示形式直观呈现的纵横交错的跨领域见闻与思考结构；而在创造性素材和创意过程中，交融性特征显得尤为显著，帮助教师主动打破牢笼，以新的创意思维和成果来代替之。

（二）“四维四步”

“四维四步”教学法是一种思维可视化教学法相结合的深层次教学法。在“四维四步”教学模式中，“四维”通常指的是思维可视化的四种策略或途径，这策略用于帮助学生将抽象的思维维度可视化，提高学生的认知和记忆。具体来说，“四维”包括：动作可视化，让学生利用动作、手势、操作等体现和模拟思考过程的方法来思考问题，通过学生自身去操作、体验来认识和掌握已知的事物。图像可视化，利用图形、图像等视觉元素来呈现复杂的数学概念或问题，描述呈现问题思考过程的可视图像，便于学生获得直观印象从而理解和记忆内容。语言可视化，学生运用清晰、准确的语言表达来阐述思维过程和结果，使用语言表达自己的思考和见解，同时从他人的语言表达中获取新的思维启发。符号可视化，利用数学符号、公式等来表示和解决问题，使得学生掌握数学语言，理解符号背后的逻辑关系和运算规则。

“四步”则是指计算学习过程中的四个主要步骤，步骤与四维可视化策略相结合，帮助学生逐步深入地学习和掌握知识。算：迁移旧知探究新知。这是学生独立迁移旧知识，尝试解决新问题的过程，即运用已有的知

识和技能,尝试和探索来解决问题。在原有的教学模式中,教师一般在新课导入环节之后,便借助模型引导学生应用学具操作推导计算方法。这种方式其实并未关注到学生原有学习经验,因此难以进行知识迁移。析:几何直观解析算理。学生需要借助几何直观来深入解析计算过程中的算理和逻辑。通过图像或图形的辅助,学生清晰地看到计算过程中的每一个步骤和环节。辨:正误对比巩固模型。辨的过程要借助语言可视化,比较抽象,一般需要正误方法的对比分析。由于抽象程度较高,学生对于模型的建构普遍比较困难,通常情况下是对模型进行形象记忆,并不能完全理解其中的含义。一段时间后,便会忘记。对此,此环节的学习,学生需要教师的帮助,通过对比和辨析来巩固和深化对计算模型的理解。教师借助多媒体展示学生在计算过程中出现的错误或典型问题,引导学生进行分析和讨论。结:构建知识结构体系。数学学习本质上是一个从具体到抽象的过程。在初中阶段,学生经历了从借助具体的动作、实物、几何直观等来描述计算,到借助抽象的计数单位来计算的过程。在每节课学习完后,学生都要对整个计算学习过程的总结和反思,梳理和整合所学知识,建立清晰的知识结构和体系。在学习过程中,学生定期反思自己的学习过程和方法,寻找不足之处并加以改进。

二、思维可视化引导下“四维四步”在初中数学思维培养中的应用

(一) 数学计算采用动作可视化

皮亚杰认为,认识始于动作,动作是认识的第一个形式,从生活的认识活动来说,数学计算是对思维和耐力的一种挑战,出现了错误,结果就会错误。因此要为学生构建动作可视的学习环境首先要发展其进行数学计算的动作,鼓励他们在动作表现时通过某些动作或者操作来具象数学运算过程。其次在知觉—动作—智力—语言形式中把表现形式的动作可视保持在个别的知觉—动作意识中或者知觉—动作意识等转换为智力内化的形式。此后,在课堂教学设计数学运算活动时,设置一些课堂内外组织学生参与数学运算等探险任务,如学生自行制作与数学相关的东西或者用东西模拟解数学问题等。学生协助老师完成设立一些具有难度的数学问题,要求学生认真完成,若计算困难则启发或提示,同时要求其参考合适时机的数学内容,结合动作可视化成果应用于更多的数学活动过程。

例如,开展七年级上册第一章《有理数的混合运算》教学时,一开始,教师首先演示如何使用这些实物进行简单的有理数运算。教师使用实物模拟运算。利用实物如豆子、小石子或磁性数字卡片等,代表有理数进行混

合运算。例如,学生可以用红色豆子代表正数,蓝色豆子代表负数,通过增加或减少豆子的数量来模拟有理数的加减运算,用豆子的组合来模拟乘除运算。针对数字较大的乘方运算,教师教授如何使用计数器进行加减乘除等基本运算。此后,学生使用计数器(或自制计数器)进行有理数的混合运算,在计数器上拨动数字实现较难的有理数运算。教学时,教师询问学生学习感受时,学生表示使用更为生动形象的方式,使复杂的运算过程变得生动有趣,便于自身理解和记忆。对此,教师利用多媒体软件或教育平台上的动画资源,展示有理数混合运算的过程。动画直观地展示运算的顺序、符号的变化以及结果的得出。

(二) 数学分析注重图像可视化

数学教育研究重视图形的可视性,依据的是认知心理学关于图形与图像信息传递的快速有效性。人类的视觉是信息处理方式中最快速的,对图形图像的信息也最为敏感,故皮亚杰将个体的思维发展划分为感知运动期、前运算期、具体运算期、形式运算期四阶段。现阶段的中学生大都处于从具体运算期向形式运算器转化的过程中,具体运算阶段的认知水平存在着由于年龄、个体差异性,教育因素等多方面原因而存在不同点的基本相同之处即皆为处于某个具体运算程序过程中,年龄在12-15岁之间,以具体运算递进转化为形式运算器。他具体运算期(大约7,8—11岁,12岁),具有很强的可变性,学生从单向不可(逆)的思维过程发展为具有守恒思维特性,能够对概念进行分类,能进行类比和处理某些逻辑关系等,能进行一些群集整合运算:组合整合、逆、结合整合、同整合、重组/多根,重复多余排列与组合等。形式运算期(又称为命题整合期,大约12—15岁)在此时,普遍的思维特征是逐渐不依赖具体事例,不受内容限制,能从所表象的具体事物中抽象出其最主要的方面并进行比较与运算,能用一个符号表示那些不涉及数量差异的内容进行计算。学生用所发现的证据提出并推理有关未知内容。虽然通常此时还没有系统地形成各种形式的意识,但是一旦有这种形式存在。可进行概括或抽象地处理、整合、利用这种形式。针对中学生的认知特点,可视化图表可以有效地帮助中学生理解抽象的数学概念、复杂的逻辑推理过程,直观地理解表达抽象的数学性质的图表之间的联系。

例如,开展七年级下册第七章《相交线与平行线》教学时,首先,基本概念的可视化。使用动态图形展示两直线相交时,对顶角和邻补角的形成过程。标注出对顶角和邻补角,并使用颜色或形状的变化突出它们的相等和互补关系。利用三线八角图(被两条平行线截断的

第三条直线形成的八个角)来展示这三种角的位置关系。采用动画演示或静态图片标注,使学生明确哪些角是同位角、内错角和同旁内角。其次,性质的直观展示。使用平行线被第三条直线截断的图形,展示同位角相等、内错角相等、同旁内角互补的性质。展示两条直线垂直相交的图形,并标注出直角符号。借助多媒体,构建动画或实物模型(如使用直尺和三角板)演示垂线的画法,以及垂线段最短的性质。此后,判定的动态演示。利用动态图形展示当同位角相等、内错角相等或同旁内角互补时,两直线平行的判定过程。教师控制改变图形的角度或位置,让学生看到不同条件下的判定结果。

(三) 数学辨识运用语言可视化

数学语言是一种精炼、简练、高度抽象的语言,它不仅是信息的载体,而且是数学思想表达和交流的重要工具。初中数学语言主要有代数语言、方程语言、几何语言等。初中数学语言可视化是指通过图形、图表、流程图等直观地体现数学语言的表达形式和内在关系、表达形式和形式结构等帮助学生理解其意义和应用规律。借助数轴、坐标系、函数图像等图表直观地呈现数学语言或抽象概念之间的关系和含义,表示各种不等式、方程及函数的对应关系,等就可可视化理解。通过解题的步骤流程图和概念之间的流程图,将复杂的数学问题拆分成几个简单抽象的流程或将各概念进行分解,使学生更容易把握其结构,从而合理思考其应用或解决问题。运用色彩和记号,可视化思维进行叠加剥离分析等转换不同概念之间的关系及特点,发挥色彩记号作用。

例如,开展七年级下册第十一章《因式分解》教学时,利用PPT或黑板,将因式分解的定义以流程图或思维导图的形式展现出来,明确“把一个多项式化成几个整式的积的形式”这一过程。图形化的展示使学生直观地理解因式分解的核心要义。选取几个简单的多项式,如 x^2-4 、 $3x^2+6x$ 等,逐步展示它们的因式分解过程。在演示过程中,使用不同颜色的笔或标注,区分不同的因式部分,增强视觉辨识效果。提取公因式法与公式法(平方差公式、完全平方公式等)是因式分解的主要教学内容。提取公因式法使用流程图展示提取公因式法的步骤,如“观察多项式→找出公因式→提取公因式→得到整式积的形式”。选取典型例题,如 $6xy+9x$,让学生尝试找出公因式并提取,然后教师用彩色粉笔在黑板上标注出公因式和提取后的整式部分,强化记忆。公式展示,利用公式卡片或PPT中的动画效果,展示平方差公式 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 和完全平方公式 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ 等,并用不同颜色区分公式中的各个部分。练习与巩固环节,设计不同难度的练习题,包括基础题、提高题和拓展题。

基础题主要考察学生对因式分解基本方法的掌握情况;提高题则要求学生能够灵活运用所学方法解决稍复杂的问题;拓展题则旨在培养学生的创新思维和问题解决能力。在批改学生练习时,使用简洁明了的语言配合图形化标记(如箭头、圆圈等)指出学生的错误和改进方向。对于典型的错误或优秀的解法,在班级内进行分享和讨论,以促进学生的相互学习和提高。

(四) 数学总结使用符号可视化

数学符号是一种专门语言,能够用最简单的形式表达最复杂的数学概念和数学关系,总结起来就能使数学信息变得更加密度大、广度大。符号的可视化特征有助于学生在大脑中形成深刻的记忆印记,帮助所学的数学知识牢固地存储在大脑中。而教学总结数学知识要求教师依据学生的课堂掌握情况使学生正确理解、把握各种数学符号;其次是让学生把学习所掌握的不同数学符号按一定的逻辑顺序整理、归类,形成一套规范、完整的符号系统;最后在总结时教师可将学生尝试用各种不同的数学符号来表述说明同一个数学概念,进一步帮助学生进一步拓宽思维、加深认知。

例如,开展八年级下册第十九章《平面直角坐标系》教学总结时,结合实际情境来引入符号可视化的概念和方法,使学生感受到数学知识的实用性和趣味性。总结点的坐标表示,绘制一个平面直角坐标系的示意图,并在图中标注出不同位置的点及其对应的坐标。总结平移、对称等坐标变换时,使用箭头和符号来表示变换前后的点及其坐标。符号可视化系统地整理和归纳平面直角坐标系的相关知识点,形成完整的知识体系。

结语

综上所述,一致性的初中数学学习指向数学知识本质的渗透,计算思维可视化能够促进学生对数学本质的理解,“四维四步”为学生剖析算理、感悟学习的本质提供脚手架。因此,在初中教学中,教师要转变原有教学观念,合理运用思维可视化策略,将抽象的计算思维过程具体化、显性化,显著提高初中学生的数学能力,促进数学思维的全面发展。

参考文献

- [1] 张慧.“四维四步”:基于思维可视化的小学计算深度学习范式[J].中小学课堂教学研究,2023,(12):44-47.
- [2] 孟庆昆.基于逻辑思维培养的初中数学教学策略探究[J].数理天地(初中版),2024,(17):81-83.
- [3] 林小波.初中数学教育中的数学思维培养探究[J].中学数学,2024,(16):55-56+65.

作者简介:田作坤,1978.08,男,河北省唐山市滦州市人,本科学历,一级教师,研究方向:初中数学。