

初中数学解题中逆向思维的运用及训练方法探究

关雪岭

新疆和静县第一中学

摘要: 初中数学逆向思维是指在分析、解答初中数学问题时,不依照题目内条件出现的先后顺序,而是从反方向或结果出发,进行逆转推理的一种思维方法。简而言之就是“反其道而行之”,培养初中学生数学逆向思维能力,无论是从学科性质角度看,还是从学生综合发展角度看,或是从学生学习质量、问题解决角度看,都具有积极、正向的影响。因此,教师要充分重视初中学生逆向思维能力的培养,并落到实处。相比发散思维能力和批判思维能力,逆向思维能力的培养难度更高,需要教师遵循培养原则,构建多元化教学活动。

关键词: 初中数学; 解题; 逆向思维; 运用及训练; 方法探究

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-627X.2025.05.197

引言

数学知识体系具有显著的内在逻辑性,因此数学学习过程中,思维方式决定了学生的解题思路及学习效果。逆向思维属于创造性思维的范畴,其与常规的正向思维模式是相辅相成、对立统一的关系,在正向思维的基础上发展逆向思维,可以引导学生从不同角度、不同层次思考问题,拓展思维的宽度与广度,促进其创造性思维的发展。本文探讨初中数学解题教学中逆向思维的应用策略。^[1]

一、逆向思维概述

逆向思维与常规思维不同,其主张从问题的对立面、相反面探索问题答案,又被称为求异思维^[1]。一般情况下,人们根据已知条件推理未知问题,从而解决具体问题。但在逆向思维模式下,人们从反方向出发思考问题,从问题的相反面对问题进行探索,并在探索过程中得出新的结论。逆向思维的培养需要经过大量的练习,教师在教学过程中要有意识地将逆向思维培养融入各类数学解题教学中,帮助学生通过不同形式的练习,掌握应用逆向思维解题的方法,促进其逆向思维的发展。为更好分析逆向思维在初中数学解题教学中的应用,本研究针对不同题型分别论述。^[2]

二、初中学生数学逆向思维能力的培养策略点

培养初中学生数学逆向思维能力,是一个困难、长期的过程,需要教师遵循主体性原则和引导性原则,构建结构性数学课堂,推动学生循序渐进地形成、发展数学逆向思维能力^[1]。因此,本文通过四点策略,即引导学生逆向思考、利用学生解题失误、巧妙运用数学问题、反向故事导入,在初中数学教学中培养学生数学逆向思维能力。^[3]

(一) 引导学生逆向思考,培养学生逆向思维

能力培养初中学生数学逆向思维能力,不能贸然转

变教学模式或教学方法,而是从引导学生逆向思考开始,转变学生正向思考的思维定式。在引导学生逆向思考过程中,要重视学生对反证法、归谬法和穷举法的应用,简化数学问题的同时快速解决数学问题。在学生形成逆向思考的意识后,教师可以为学生展示更多与反证法、归谬法、穷举法相关的数学问题,强化学生数学逆向思维,进一步培养学生数学逆向思维能力。例如以人教版初中数学九年级上册“圆的有关性质”教学为例,教师在开展教学活动时,可以在学生成功把握圆相关的性质知识后,让学生自主求证:直径是圆中最长的弦。题干简洁,同时求证的内容是已成定论的观点。许多学生在看到教师的要求时,会无从下手。此时,教师可以引导学生逆向思考,利用反证法,假设“直径不是圆中最长的弦”,先在圆内做一条直径,从直径两端点分别引一条线交圆上任意一点构成 $\triangle ABC$,设AC是最长的弦,AB有直径,连接BC,根据直径的性质,可知,直径所对圆周角为直角,故 $\angle ABC=90^\circ$,在 $\triangle ABC$ 中,最大角为 $\angle ACB$ 。根据三角形中大角对大边,故有 $AB=AC$,所以,假设不成立,得出直径是圆中最长的弦的结论。通过教师引导,学生能够逆向思考问题,转变正向思考的思维定式,并将“圆的有关性质”与三角形相关知识建立联系,进一步完善学生知识结构,提高学生数学知识应用灵活性、巧妙性。^[4]

(二) 结合学生解题失误,培养学生逆向思维

能力数学问题相比语文问题、英语问题,更具严谨性,学生在回答语文问题、英语问题时,以回答内容是否贴近中心思想为重要判定标准,对语言运用不作过多要求,通顺、符合逻辑即可,而学生回答数学问题,不仅需要推导出正确答案,还需要将解题顺序·《数书写正确。而初中学生受多种因素影响,在解决数学问题

时,容易出现过程错误或结论错误的现象,致使学生虽然掌握数学知识、明确解题逻辑,却难以准确回答问题.针对上述现象,教师可以借助反例法,将学生容易出现失误的解题过程或结论直观展示,促使学生直观认识问题中的错误,深入理解数学知识点,掌握反例法,以此培养学生逆向思维.例如以人教版初中数学九年级上册“解一元二次方程”教学为例.教师在开展教学活动时,可以针对训练环节失误率较高的问题列举反例.如 $x^2+10x+21=0$ 的问题,教师可以先展示解题出现错误的过程和答案: $(x+3)(x-7)=0;x+3=0,x-7=0;x_1=-3,x_2=7$;在此基础上,展示正确的解题过程和答案: $(x+3)(x+7)=0;x+3=0,x+7=0;x_1=-3,x_2=-7$,将两个解题过程和结果分别展示在黑板上,引导学生观察,学生发现 $(x-7)$ 中的减号书写错误.以此,用反例法证明问题的过程中的错误,促使学生认识反例法,形成数学逆向思维,在后续解决问题中,立足逆向思维发现问题中的错误.^[5]

(三) 逆向思维在函数问题中的应用

函数问题在初中阶段的内容分布呈螺旋上升趋势,学生在接触一次函数后,再学习反比例函数及二次函数.函数问题抽象、复杂,相当一部分学生学习起来十分困难,一次函数基础薄弱,后续反比例函数、二次函数的学习也会受到影响,在解题时不可避免地会遇到困难.针对这种情况,教师要视实际情况适时、适当地采用逆向思维引导学生反向推理函数关系,帮助学生从根本上理解函数的相关知识,打牢函数基础.^[6]比如下面例题五就是关于反比例函数的题目:例5平面直角坐标系中,反比例函数关系式为 $y=2x$,现有一个一次函数 $y=-x$,将一次函数图象至少向上平移几个单位长度,才能使其与反比例函数图象在第一象限产生交点?上述题目不仅涉及一次函数,还涉及反比例函数,相比普通的函数题目更加复杂,若按照常规的解题思路进行分析具有一定难度.按照题目给出的条件,已知反比例函数与一次函数关系式,由此可推理出两幅图象在平面直角坐标系中的位置;题目要求向上平移一次函数图象,使反比例函数与一次函数图象相交于第一象限,此时教师就可以采用逆向思维,由问题入手,引导学生先针对“向上平移几个单位长度”的问题做假设,再根据假设的“答案”进行逆向推理:假设向上平移一次函数的图象 n 个单位长度时,可使其在第一象限与反比例函数相交,则联立 $y=-x+n(n>0)$ 与 $y=2x$,应有关于 x 的实数解;根据上述推理, $-x+n=2x,-x^2+nx-2=0,\Delta=n^2-4\times 2\geq 0$,通过计算可知, $n\geq 22$,故可得出至少将一次函数向上平移22

个单位长度,才能使反比例函数与一次函数图象相交于第一象限.该题是典型的应用逆向思维解题的方法,先假设出问题的答案,再将答案逆向代入函数关系式,通过验证答案求解题目.^[7]

三、关于培养初中生逆向思维解题的反思

要想在初中数学解题教学中应用逆向思维,教师需要遵从学生思维的发展特征,合理规划解题教学过程,并优化解题教学细节,确保学生逆向思维的自然生成与高效应用.首先,教师应做好理论知识与数学方法等基础内容的教学.良好的知识储备是学生开展逻辑推理的基础,教师只有做好数学定义、数学概念、数学性质、数学定理等基本数学知识的讲解以及数学思想、数学方法的渗透,才能够不断提升学生的数学思维水平,为学生的逆向思维发展奠定良好的基础.其次,教师应组织逆向思维解题的专项练习教学活动.根据布鲁姆的教学目标分类理论,学生的思维发展呈阶梯递进规律,教师应结合初中数学解题教学需求合理设计练习活动,为学生出示更多新颖的问题,让学生在解决问题的过程中积累逆向思考的学习经验,进一步提升学生的逆向思维水平.逆向思维对于提高初中数学几何问题、初中数学代数问题、初中数学应用问题的解题效率有着积极意义.^[8]在教学实践中,教师应当把握逆向思维的本质,同时挖掘初中数学课程中可用于逆向思维求解的习题教学资源,让学生在观察、学习、应用的过程中逐步形成良好的逆向思维.要确保逆向思维在初中数学解题教学中发挥良好的育人作用,教师还需要不断提升自身综合素养,不断优化解题教学细节.问题给定已知条件和限定条件,让学生推导数学结论,相比普通的一题多解类题型,更具开放性,如果科学利用,能够调动学生参与训练活动的积极性,促使其更加主动地思考问题的多重解法.^[9]

虽然问题中的限制条件要求不写推理过程,但为发挥一题多解问题对学生数学逆向思维能力的培养作用,可以让学生谈论解题思路 and 过程.在实际训练活动中,教师可以让学生以抢答的形式简单阐述解题视角和结论,鉴于问题的开放性和困难性,将学生分成人数相等、水平相似的小组,以合作的形式进行竞赛,有的小组提出从相等线段这一视角出发获得结论,即 $OA=OD;BE=CE;AB=AC;BD=CD$;有的小组提出从相等的角这一视角出发获得结论,即 $\angle AEC=\angle AEB=\angle BED=\angle CED=\angle ABD=\angle ACD$;还有的小组提出从相等的弧这一视角出发获得结论,即弧 $AB=$ 弧 AC ,弧 $BD=$ 弧 CD 等.在小组抢答结束后,由各小组阐明详细的解题思路、过程,顺利推导出最多结论的小组为获胜组,

以此进一步激发学生参与积极性。^[10]在上述过程中,学生需要针对给定的已知条件,从相等线段、相等的角、相等的弧、全等三角形、相似三角形、比例线段等诸多视角思考问题,并梳理解题思路和推导过程,对学生数学逆向思维能力具有较强锻炼作用,同时学生在竞争过程中,会对一题多解问题形成更加浓厚的探究兴趣,对学生进一步发展数学逆向思维能力具有较强促进作用^[5]。通过反向故事导入,启发学生数学逆向思维初中学生数学逆向思维能力的培养,不仅可以利用数学问题,还可以利用与数学具有密切联系的生活事件,启发学生数学逆向思维。^[11]

导入是初中数学教学的开端,对学生数学思维、学习兴趣具有较强启发、调动作用,能够为学生课堂学习构建良好基础。相比通过学习过程、解题过程培养初中学生数学逆向思维能力,导入环节更能占据先机,主要原因在于导入环节位于课堂开端,导入内容、形式更加多样,受限程度较小,直观性、趣味性、新颖性较强。^[12]

数学在科学领域、工程领域、生活领域中的应用广泛,随着不同领域的发展,不乏逆向思维相关事例的出现,这些事例对学生数学逆向思维具有较强启发作用。因此,教师可以通过反向故事导入课堂,培养学生数学逆向思维能力。^[13]

结语

在初中数学教学过程中,需要引导学生形成正确的思维方式、梳理数学知识的内在规律,以此为基础应用教科书中的理论知识解决实际问题,帮助学生更好地掌握数学知识、应用数学知识,培养其运用数学思维解决现实问题的能力。逆向思维是新课程标准中一种有效的教学实践,也是一种先进的教学理念,其可以强化学生对数学知识的理解与记忆,驱动学生想象力的发展,打破思维局限,促进学生综合素质的发展。^[14]

本研究分析了逆向思维在几何问题、方程问题、函数问题以及不等式问题中的具体应用,选择了经典的例题类型,旨在探讨逆向思维在初中数学解题教学中的具体应用。当然,实际教学中教师要有意识地将逆向思维培养渗透在数学教学的各个环节,进一步促进学生逻辑思维及创造力的发展。在新课标教育改革背景下,培养学生逆向思维能力是初中数学重要教学任务。通过引导学生逆向思考、利用学生解题失误、巧妙运用数学问题、反向故事导入构建初中数学课堂,能够有效培养学生数学逆向思维能力,促使学生深度探究、灵活运用数学知识,形成数学学习内在驱动力。^[15]

同时,教师在设计初中数学教学活动时,要深入了解学生思维、思想、意识等方面的发展情况,把握数学逆向思维能力内涵和培养原则,以此为基础,选择适宜的教学方法,发挥教师引导作用和学生主体作用,促使学生形成并提升数学逆向思维能力。

参考文献

- [1] 张亚兵. 初中数学教学中“问题链”有效设计的策略[J]. 理科爱好者, 2024(06): 134-136.
 - [2] 洗云彤. 微课在初中数学教学中的应用策略研究[J]. 新智慧, 2024(36): 34-36.
 - [3] 谢帼眉. 浅谈教学评一体化在初中数学教学中的应用[J]. 考试周刊, 2024(52): 69-73.
 - [4] 方保军, 姜国策, 张洁. 基于核心素养的初中数学深度学习策略探研[J]. 成才之路, 2024(36): 97-100.
 - [5] 赵庆林. 浅谈新课程标准下初中生数学思维能力培养策略[J]. 吉林省教育学院学报, 2024, 39(04): 100-104.
 - [6] 李文福. 聚焦数学课堂, 发展数学思维——初中生数学思维能力培养策略[J]. 数学大世界(下旬), 2024(06): 65-66.
 - [7] 杨旭明. 多措并举, 生成数学思维——初中生数学思维能力的培养策略[J]. 青少年日记(教育教学研究), 2024(11): 154-155.
 - [8] 郭超华. 初中数学作业批改的有效性研究[J]. 数学教育研究, 2024(2): 45-47.
 - [9] 夏雪梅. 提高初中数学作业批改效率的策略[J]. 中学数学教学参考, 2024(3): 28-30.
 - [10] 焦汝珍. 初中数学作业批改的几点思考. 学周刊, 2024(01).
 - [11] 郭建民. 关于初中数学作业新模式的探索与实践. 北京教育学院学报, 2024(09).
 - [12] 陈琴. 初中数学有效作业设计. 中学数学, 2023(03).
 - [13] 王敏; 素质教育下的初中数学作业的有效性研究[D]; 华中师范大学; 2024.
 - [14] 谌娟; 初中数学作业的优化设计[J]; 中学课程辅导(江苏教师); 2024年06期.
 - [15] 颜存鲁. 新课标下初中数学作业改革尝试[N]; 白银日报; 2024年.
- 作者简介: 关雪岭(1989—), 男, 锡伯族, 新疆伊犁人, 本科学历, 中级, 研究方向为初中数学。