

学生数学错解题档案中隐性知识缺陷的诊断与补救

吴叹

四川省仪陇复兴中学

摘要：本文针对中学生数学错解题档案中存在的隐性知识缺陷问题，诊断出对概念理解偏差而无法自我察觉、解题策略选择不当却不自知、因错误判断数学直觉形成习惯、审题不解题粗心大意恍惚惚、缺乏自信心过度紧张焦虑、缺乏解题技巧等存在的主要隐性知识缺陷导致学生屡错屡犯，并提出切实可行的一系列补救措施，持续跟踪，构建“发现——干预——剖析——整改”的认错、析错、纠错机制，旨在帮助学生弥补隐性知识缺陷，提升数学学习效果，促进学生数学核心素养的全面发展。

关键词：学生数学；错解题档案；隐性知识缺陷；诊断；补救

【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2025.07.186

引言

在中学教学活动中，学生数学错解题档案能反映其思维认知与解题能力，从档案中字里行间可以窥视出暗藏在深层次隐性知识缺陷，即学生毫无察觉而潜藏在错误表象之下的认知问题，有别于计算失误、推理不当、公式记错等显性错误，如因概念理解偏差而未自我察觉、解题策略选择不当却不自知。学生的“不察觉”、“不自知”并非教师“不察觉”、“不自知”，但常规教学很难触及，若不及时诊断与补救隐性知识缺陷，会严重影响学生数学思维与解题能力的发展。因此，干预错解题档案中的隐性知识缺陷，构建针对性的诊断与补救机制，是突破数学教学瓶颈、提升学生数学核心素养的重要举措。

一、诊断错解题档案中暴露出的主要隐性知识缺陷表征

隐性知识 (Tacit Knowing) 最早是英国物理化学家、哲学家迈克尔·波兰尼 (Michael Polanyi) 于 1958 年提出，其内容包括个体在实践中积累的、难以通过语言、文字、图表或符号等明确表达的知识，如个人的经验、技能、诀窍、直觉和判断，具有高度个人化和情境化的特征。

在中数学学习活动中，隐性知识通常表现为学生对数学概念的独特理解方式、解题时的直觉判断、在特定情境下选择合适解题方法的经验等。这些知识难以通过语言清晰表达，更多地存在于学生的思维过程和学习体验中，如：学生可能“会做”某类题，但说不清“为什么选这个方法”以及“有没有更好的方法”。这种“知道怎么做”但“说不清为什么这么做最好”的知识，就是属于隐性知识。这种隐性知识在学生数学错解题档案中潜藏着一定的缺陷。

(一) 对概念理解偏差而无法自我察觉

学生错解题档案中，因对数学概念理解偏差产生的隐性知识缺陷，如表面化认知与错误迁移，学生常停留

于概念表面记忆，忽视其深层逻辑与适用条件，未领悟其本质内涵，又加之学生缺乏主动反思与知识整合意识，即便解题结果错误，也难以发现概念理解的疏漏，导致错误重复出现。如在学习函数概念中，正确理解函数的定义域和值域是掌握函数概念的关键基础。例：求函数 $y = \sqrt{x-2} + \frac{1}{x-3}$ 的定义域。有部分学生只考虑到根号下的数非负，即： $x-2 \geq 0$ ，解得： $x \geq 2$ ，而忽略了分母不能为零的条件，即 $x-3 \neq 0$ ，导致定义域求解不完整。正确的定义域 $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$ 。该错误反映学生对函数定义域概念的理解存在偏差，本质是未完整把握函数作为对应关系的本质特征。他们未能全面认识到，函数中自变量 x 取值需同时满足表达式所有限制条件，常只关注部分条件，未将定义域概念完整应用于解题。这种隐性的概念理解缺陷，使学生难以及时发现错误，直接影响对函数基本性质的正确认知。其隐蔽性导致学生一时难以自我纠错，而偏差源于学习时的表面化理解与死记硬背，缺乏深入思考和实际应用检验。学生意识不到问题，会在后续解题和知识拓展中持续出错，阻碍数学知识体系构建与能力提升。

(二) 解题策略选择不当却不自知

学生整理错解题时，往往只关注计算错误、公式记错、审题漏条件等具体步骤失误，或者简单归咎于“粗心”、“没想到”。然而，更深层次、更隐蔽的缺陷在于：在解题的起点（审题后），他们未能选择最优或最合适的解题策略，甚至选择了低效、复杂或容易出错的道路，却对此毫无察觉，认为自己的思路“理所当然”或“只能这样想”。如：从 5 双不同的鞋子中任取 4 只，求其中至少有 2 只配成一双的概率。一些学生采用直接法，分别计算有 2 只配成一双、4 只配成两双的情况数，再相加计算概率。这种方法需要分类讨论多种情况，容易遗漏或重复计算。正确且更简便的策略是采用间接法，先计算从 10 只鞋子中任取 4 只的总情况数 C_{10}^4 ，再计算 4 只鞋子都不成双的情况数（先从 5 双中选 4 双，再从

每双中选1只,即 $C_{10}^4 \times 2^4$),最后用1减去4只鞋子都不成双的概率,得出至少有2只配成一双的概率。学生选择直接法,暴露出其对解题策略灵活性与适用性的把握欠缺,学生未充分考虑问题的特点,面对含“至少”等条件的概率问题,既未深入分析题目特点,也未意识到间接法在简化计算、降低思维难度上的显著优势,只是机械地按照常规思路解题。这种对概率解题策略选择的隐性认知缺陷,使得他们在处理复杂概率问题时,极易出错且难以自主察觉和纠正。

(三) 因错误判断数学直觉形成习惯

学生错解题档案里有部分试题经常出错是因为学生较长时间依赖经验性直觉(如“指数函数总比幂函数增长快”)进行快速判断,忽视严格推导,这种因错误判断数学直觉形成的习惯性思维定式,往往导致隐性知识缺陷的积累。如解析几何中,对于曲线方程与图形的关系,学生也常受错误直觉影响。例,看到方程 $x^2 + y^2 = 1$,学生直觉认为它表示的是一个完整的圆;当遇到方程 $y = \sqrt{1-x^2}$ 时,依然按照“圆方程”的直觉,认为其图形也是圆。但实际上, $y = \sqrt{1-x^2}$ 表示的是单位圆的上半部分。该错误直觉源于对曲线方程中变量取值范围的忽视,没有从方程所代表的函数关系和图形限制条件去深入分析。学生在学习圆的标准方程时,对图形的直观印象深刻,形成了看到类似形式方程就联想到完整圆的直觉。在遇到变形后的曲线方程时,难以改变这种直觉,导致对曲线图形的错误判断,在解决与图形相关的距离、交点等问题时,就会因图形认知错误而得出错误答案,反映出其在解析几何知识理解上的隐性缺陷。

(四) 审题不严解题粗心大意恍恍惚惚

学生对数学错解题档案中出现的多次审题时忽略条件隐含约束、误解关键词内涵、解题中计算符号处理混乱、逻辑推理跳跃断层等现象,在分析错因时,常将审题疏漏、概念误解、计算错误、逻辑断层等问题简单归因于“粗心”,仅以“下次注意”草草了事,结果却屡犯不改。这种现象实际上暴露了深层次的隐性知识缺陷。如:在解一元二次不等式 $x^2 - 3x - 4 < 0$ 时,有些学生因式分解得到 $(x-4)(x+1) < 0$ 后,求解不等式解集时出现符号错误,得出 $x < -1$ 或 $x > 4$ 。该错误表面一看是计算马虎粗心所致,实则反映出学生对不等式解集规律的隐性知识掌握不足。学生未能真正理解“二次项系数为正的一元二次不等式,小于零的解集在两根之间”这一本质规律,仅机械记忆解题步骤,导致在符号变换和区间判断时出现失误。

(五) 缺乏自信心过度紧张焦虑

数学错解题档案中呈现了许多因考试焦虑、信心不足和畏难情绪导致解题失误,甚至连最简单的试题也解不出来,对中档、高档题更是无从下手。有趣的是,考

后复盘时,觉得试题比较简单,不会出现大面“不会做”的现象,这种“考场失常”现象既严重影响成绩又挫伤学习积极性,使隐性知识缺陷成为阻碍学业进步的重要因素。如:学生王刚平时处于班级中上水平,如能较熟练处理含参不等式分类讨论,但在月考中,解答“ $(m-2)x^2 + 4x - m > 0$ 恒成立,求 m 范围”时,因过度紧张而忘记对二次项系数是否为0分类,直接用判别式求解,其答案错误。这是王刚紧张焦虑干扰了“二次项系数需先判定”的解题步骤,导致他无法正常调用已掌握的知识,将原本熟悉的内容失忆,从而暴露出因心理因素导致的隐性知识缺陷,无法将知识转化为有效的解题能力。

此外,诸如解题思路不清晰、缺乏解题技巧等,在学生数学错解题档案中潜伏着隐性知识缺陷的干扰性仍不可忽视。

二、补救错解题档案中反映出主要隐性知识缺陷的措施

(一) 针对概念理解偏差而无法自我察觉的隐性知识缺陷补救

首先,剖析概念本质。彻底剖析错题背后的数学概念,清晰界定其核心内涵、应用条件和局限性。如,掌握函数必须抓住“定义域内自变量与函数值唯一对应”的关键,并通过对比反例深化认识。

其次,启动反思机制。建立主动反思习惯,对错题进行层层追问,检验概念理解的深度。如遇三角函数错误,要追问:角度弧度转换原理是否清晰?周期性和奇偶性的本质理解了吗?以此挖掘隐性知识弱点。

再次,开展变式练习。针对易错概念设计多样变式题目,从不同侧面和题型进行强化训练。以立体几何的线面垂直为例,通过改变图形、增加干扰等方式出题,促使学生在解题中灵活应用概念,纠正固有误解。

最后,组织辨析讨论。推动小组概念辨析讨论,鼓励学生交流理解与思路,在互动中发现认知差异。教师引导聚焦,利用典型反例分析,巩固正确概念认知,系统性填补隐性知识漏洞。

(二) 针对解题策略选择不当却不自知的隐性知识缺陷补救

首先,系统性复盘。错题订正过程时需完整回顾解题思路,分析解题策略的合理性,找出策略失败的关键点。如,若数列求和采用错位相减法失败,需反思是否因数列类型判断错误,进而对比其他方法,明确策略的适用条件。

其次,匹配强化训练。将数学题型分类(如函数最值问题分为二次函数型、三角函数型、导数求解型等),引导学生归纳每类问题的常用解法,并通过针对性练习形成“题型—策略”的快速联想能力。培养多策略尝试习惯,避免思维定式。

再次，积累策略经验。剖析错解题要剖中有悟，悟中去解，不能只单纯想一想，在“悟”和“解”的过程中积累经验，形成个性化的资料，如解析几何中，比较坐标法和几何法在不同题目条件下的效率差异，通过长期积累逐步提升策略选择的精准度和敏感度。

最后，优化策略对话。师生互动，交流解题思路，诊断策略选择失误的根源，对错解题多方分析，筛选出最优策略。开展学生间互相交流，纠正隐性的策略选择误区，提高策略运用的正确性。

（三）针对因错误判断数学直觉形成习惯的隐性知识缺陷补救

首先，深度查找直觉根源。错误直觉潜在风险大，学生对错误直觉导致的错题进行溯源和反思，寻找诱因。如，立体几何中，看到图形就下意识认为某两条异面直线垂直，应分析是受图形视觉误导，还是过往解题经验形成的思维定式或惯性思维所致，从而找到错误直觉的源头。

其次，培养科学验证习惯。培养学生不依赖直觉直接下结论的习惯，解题时，无论直觉怎样判断，都必须用严谨的推理、定理或公式等进行验证，养成“先论证、再结论”的习惯。如概率问题不能仅凭直觉判断事件发生的可能性，必须用概率计算公式进行精确计算，以正确分析纠正错误直觉，替代直觉猜测。

再者，开展多元对比训练。设置易引发错误直觉的典型题，组织学生进行对比练习，纠正直觉易错环节。如函数图像中呈现相似但本质不同的函数表达式与图像，让学生通过细致分析函数性质、计算特殊点坐标等方式，分辨直觉判断与实际情况的差异，逐步消除错误直觉的影响。

最后，构建反思交流平台。学生及时撰写错解题反思笔记，记录直觉判断过程与实际解题思路的异同点；教师组织讨论，引导学生分享各自的直觉误区与纠正方法，通过集体智慧打破因错误直觉形成的思维桎梏，建立科学的解题思维体系。

（四）针对审题不严解题粗心大意恍恍惚惚的隐性知识缺陷补救

首先，实施精准审题训练。学生拿到题目后，逐字逐句研读，找出关键信息。如在函数题目中，用横线标识定义域，用波浪线强调函数特性，确保不遗漏任何重要细节。培养学生将文字条件转化为数学表达式或示意图的能力，以强化对题意的准确理解。

其次，正确规范解题步骤。建立“审题—构思—解答—复核”的解题流程，求解前先花时间思考解题思路，避免盲目下笔。复核阶段，采用逆向验证、特例检验等方法，如解方程后将结果回代验证，处理不等式时测试边界值，多角度排查可能因疏忽造成的错误。

再次，仔细分析失误原因。将审题不严粗心导致的错解题按类型归档，如题意看错、符号写错、单位遗漏等，

仔细分析错误出现的频率与场景，并有针对性进行专项训练，将失误降到最低。

最后，训练专注解题惯性。通过限时练习、专注力训练等提高学生解题时的专注度。引导学生保持平稳的解题心态，避免因急躁或轻视题目而出现疏漏，从根源上减少因粗心造成的知识掌握缺陷。

（五）针对缺乏自信心过度紧张焦虑的隐性知识缺陷补救

首先，构建积极的心理暗示体系。引导学生撰写数学成功日记，记录每次取得数学的小成就，如攻克一道难题、掌握一种新解法等，通过不断积累，正向反馈，重塑对自身数学能力的认知。考前开展学生自我对话，如“我已准备好”“我能发挥正常水平”，以效缓解应考压力。

其次，实施循序渐进的训练方案。根据学生实际情况，设计难度递进的习题组，从比较简单的基础题入手，确保学生能顺利完成，逐步增强解题信心。以函数学习为例，先安排公式直接应用类题目，待学生熟练后逐步引入综合应用题，通过“小步快跑”的训练方式，让学生在不断成功的体验中增强自信。

再次，开展考试场景适应训练。定期组织仿真模拟测试，还原真实考场环境，帮助学生适应考试节奏。考后分析重点突出进步维度而非错误数量，引导学生关注自身成长轨迹，减少横向比较带来的心理负担。

最后，营造支持型学习环境。教师与家长保持沟通，避免过度施压，在学生出现失误时，采取“引导式纠错”而非简单批评。组建学习互助小组，让学生在合作交流中分享经验、互相鼓励，在良性竞争与协作中缓解焦虑，重拾信心。

结语

诊断与补救中学生数学错解题档案蕴含的隐性知识缺陷，是提升学习效能的关键路径。教师应充分重视错解题档案的价值，鼓励学生系统建立错解题档案，教师跟踪档案内容，精准定位认知盲区；同步推进个性化辅导和针对性训练，构建“发现—干预—剖析—整改”的认错、析错、纠错机制，以促进学生数学核心素养的全面发展。

参考文献

- [1] 骆毅. 刍议高中数学学生解题错误的诊断及对策[J]. 中学数学, 2020.
- [2] 现行人教版高初中数学教材(高中A版, 必修/选修)北京: 人民教育出版社, 2022.
- [3] 教育部. 普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)[S]. 北京: 人民教育出版社, 2020.
- [4] 教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版)[S]. 北京: 北京师范大学出版集团 北京师范大学出版社, 2022.