“一题一课”驱动下的例题教学模式重构
——初中数学教学优化的课例研究

余构炎
广东省东莞市东城中学

摘　要：“一题一课”教学模式围绕一类题，回归原点，以“生长问题”为引领，以教材例题、“教学活动”、中考题、习题等作为基石，让学生从初始问题出发，以加深记忆、深入理解为前提，使学生学会发现问题、提出问题、分析问题、解决问题，使知识由自然生成到自然接受，形成知识结构，提炼思想方法，提升能力素养，让学生在巩固的过程中体会本质内涵。

关键词：一般观念；一题一课；基本活动经验；生长数学
【DOI】10.12252/j.issn.2096-627X.2025.07.204

引言

《义务教育数学课程标准（2022 年版）》提出，课程目标以学生发展为本，以核心素养为导向，进一步强调学生获得数学基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验（简称“四基”）。“一般观念”是指对本学科学习和研究具有广泛、持久、深刻影响的基本数学思想方法和基本思维策略方法。“基本活动经验”是“四基”中重要的一环，以“一般观念”的“背景 - 概念 - 性质 - 结构 - 应用”五部为主线，以折叠活动为背景，立足“基本图形”，通过基本活动经验，概括出解答方向和方法：忆概念；理本质；明方向；谨计算；得通法。

一、教学解读

“折纸”是几何教学中最便捷的实验活动。这几年广东省学业水平考试中数学卷平面几何部分，折叠是考察的一个重要部分，可见基本折叠活动在初中阶段的重要性。这一类题的本源都是以折叠为背景，灵活运用三角形全等或相似等“基本图形”，只要把这一本源完全理解和参悟，即可达到解一题通一片，真正提升思维品质的效果。

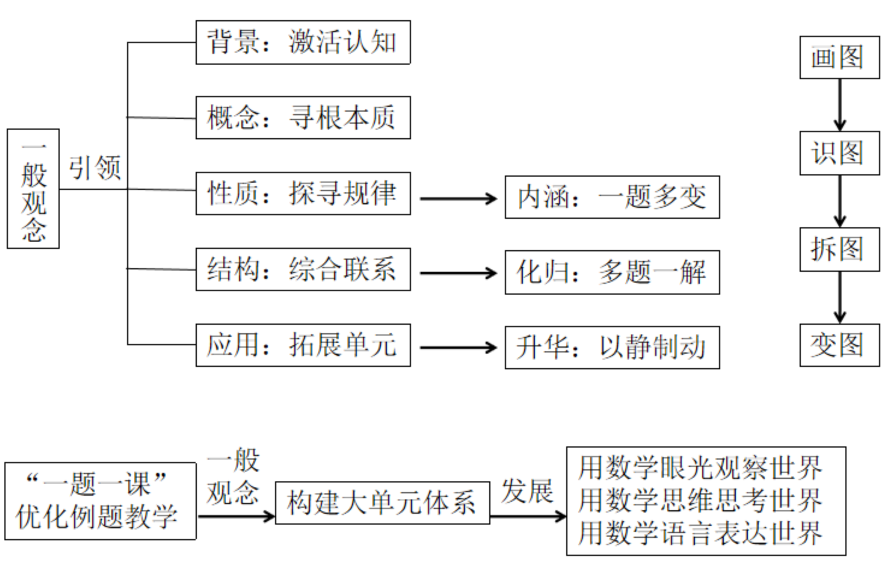

图 1

二、教学过程与解析

（一）背景：激活认知

问题 1：在一张正方形纸片上，你怎么折出一个 45° 的角？在一张矩形纸片上，你怎么折出一个 45° 的角？用一张矩形纸片你还能折出哪些度数的角？

归纳 1：对折可以平分一个角，可以把一个角平均分成2^n份，从而得出折叠后角的度数。从简单的折纸游戏出发，提高学生课堂参与度，经过学生的互相补充得出 22.5°，67.5°，112.5° 等度数的角。由此引导学生发现上面的结论。此过程也让学生感受折纸可以得到角的倍分关系。

问题 2：那么 30° 的角，能否用折纸的方法折出呢？怎样折？

这个问题是一个难点，一个非常熟悉的度数放在学生面前，现在竟然变成了一个难题，提起了学生的极大兴趣，问题的提出也是为了增强学生对新旧知识的联系，突出所学知识的整体性、联系性，呈螺旋上升的关系。

（二）概念：寻根本质

孩子们跃跃欲试，此时，抓住最近发展区，引导学生回顾轴对称相关性质。通过分享归纳，对称轴本质上有多重身份，对称轴、角平分线、中垂线等，对图形亲手操作，由易到难，从局部到整体，既遵循学生的认知规律，又符合整体建构的需求（如图 2）。

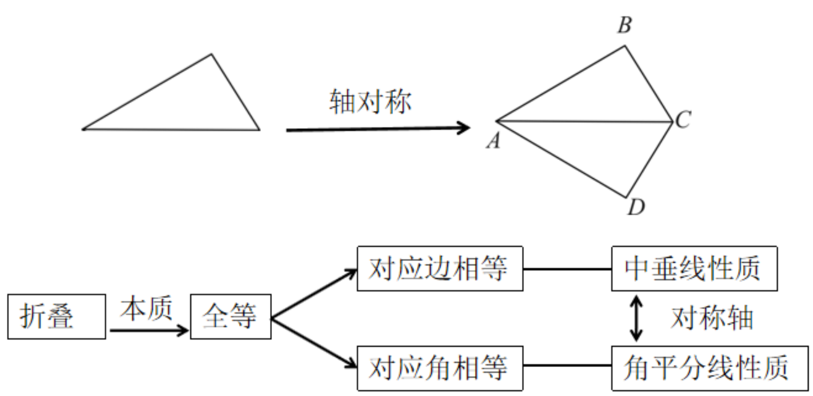

图 2

（三）性质：一题多变，探寻规律

如图 3，在矩形 ABCD 中，AB=6，BC=10，M 点在射线 AD 上，将△ ABM 沿 BM 折叠得到△ NBM。

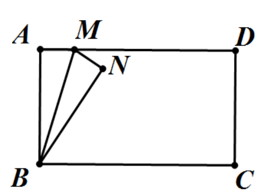

图 3

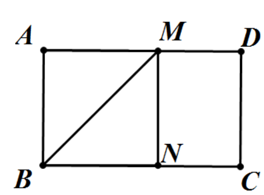

图 4

问题 1：如图 6，当点 M 与点 D 重合时，MN 交 BC 于点 G，求 MG 的长。

解析：根据折叠，△ ABM ≌△ NBM，结合平行线的性质证得 BG ＝ MG，然后在 Rt △ BNG 中，由勾股定理得 $BN^2+NG^2=BG^2$，设 MG 为 x，我们可以列方程为 $6^2+(8-x)^2=x^2$，解得 $x=\frac{34}{5}$，故 BG 长为 $\frac{34}{5}$。本题找出“基本图形”是前提，理解折叠的性质是基础，运用勾股定理列方程是关键。

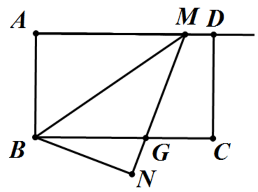

图 5

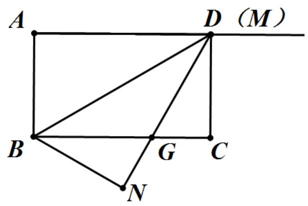

图 6

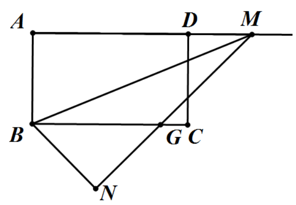

图 7

问题 2：M 点为射线 AD 的动点时，求 MG 的长。

解析：折叠过程中，对称轴并非矩形的对角线，为普通直线，在问题 1 基础上视野得以开阔，难度层层递进，思维也随之逐步增强，知识点全等三角形也得以深化，考察功能得以加强。

此题为动态几何问题，可谓是中考的重点，解决动态几何问题的关键是要善于运用运动与变化的眼光去观察和研究图形，把握图形运动与变化的全过程，抓住变化中的不变，化动为静，以静制动．具体处理动态几何问题的方式与方法主要是运用分类讨论思想，将在运动过程中的导致图形本质发生变化的各种时刻的图形分类画出，化繁为简——“分类：以静制动；分解：化繁为简”方法的应用。

由此可概括出“一般观念”解答方向和方法，切入背景：折叠；梳理本质：折叠本质在于全等或相似；找关联：找出或构造直角三角形利用勾股定理，找出或构造相似三角形利用相似三角形比例的性质；重运用：勾股定理与方程思想的综合运用；得通法：梳理得思维结构，“分类：以静制动；分解：化繁为简”。

（四）结构：一题多解，多变归一

如图 8，在正方形 ABCD 中，AD 为 1，点 E 为线段 AD 上任一点．将△ ABE 沿 BE 折叠得到△ FBE。

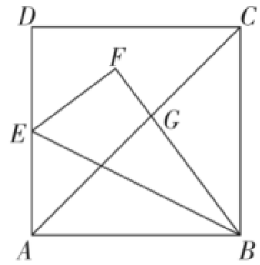

图 8

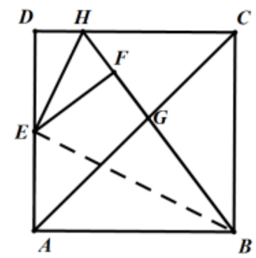

图 9

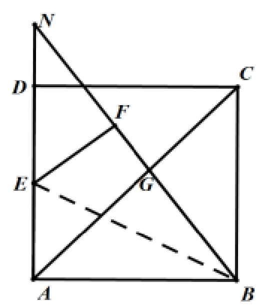

图 10

从矩形特殊化为正方形，根据点 E 位置的不同可以分为以上三种情况。若点 E 落在线段 AD 的中点时，正是广东省 2021 年中考第 23 题。如图 8，在正方形 ABCD 中，AD 为 1，点 E 为 AD 的中点。将△ ABE 沿 BE 折叠得到△ FBE，BF 交 AC 于点 G，求 CG 的长。

此题题型新颖、突破常规，考察多方位思维。部分人认为，此题对学生来说难度太大，有点摆脱《义务教育数学课程标准》之嫌，不必过多考究。笔者认为命题组肯定会仔细研读课程标准，并在课程标准基础上有所创新，必定会对题目背景进行反复推敲，更不会出现脱离《义务教育数学课程标准》的中考试题。那跳跃性如此之大，如何才能找到思路？方向能找对吗？找得准吗？

这就需要教师在日常教学中强调知其所以然，贯彻本源教学，个人认为，还要让学生知的“自然”，真正提升数学思维品质。

解析：本题难点在于构造相似三角形，可以考虑用“五步法”：切入背景、梳理本质、找关联、重运用、得通法。

以下列举几种解题思路供探讨：

解法一：构造三角形相似，紧抓基本图形，利用三角形相似性质解答。如图 9，延长 BF 交 CD 于点 H，连接 EH，△DHE≌△FHE，可得 DH= $\frac{1}{4}$，CH= $\frac{3}{4}$，△HGC ∽ △BGA，所以 $\frac{CG}{AG}=\frac{HC}{BA}$，$\frac{CG}{AG}=\frac{\frac{3}{4}}{1}$，$CG+AG=\sqrt{2}$，$\therefore CG=\frac{3\sqrt{2}}{7}$．

解法二：本质不变，紧抓基本图形，从不同角度构造三角形相似，让变式“无所遁形”，利用三角形相似性质解答。如图 10，延长 BF 和 AD 交于点 N，△NEF∽△NBA，$\frac{NF}{NA}=\frac{EF}{BA}$，设 DN 为 x，则 $\frac{\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}}{x+\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}$，解得 $x=\frac{1}{2}$，$\frac{CG}{AG}=\frac{1}{\frac{4}{3}}$，$CG+AG=\sqrt{2}$，$\therefore CG=\frac{3\sqrt{2}}{7}$．

解法三：追求品质思维的“发散点”，多方位构造相似三角形，难度较大，但只要抓住了本源，万变不离其宗。过点 G 作 GH⊥BC 交于点 H，过点 F 作 MN∥CD 分别交 BC、AD 于点 N、M，△MEF∽△NFB，$\frac{ME}{NF}=\frac{MF}{NB}=\frac{EF}{FB}=\frac{1}{2}$，设 ME 为 x，则 $DM=CN=\frac{1}{2}-x$，得 $NB=1-\left(\frac{1}{2}-x\right)=\frac{1}{2}+x$，$\therefore \frac{MF}{NB}=\frac{MF}{\frac{1}{2}+x}=\frac{1}{2}$，$MF=\frac{1}{4}+\frac{x}{2}$，$\therefore (\frac{1}{4}+\frac{x}{2})+2x=1$，即 $x=\frac{3}{10}$，$\therefore FN=\frac{3}{5}$，由△BFN∽△BGH，$\frac{GH}{FN}=\frac{BH}{BN}$，$\frac{GH}{\frac{3}{5}}=\frac{1-GH}{\frac{1}{2}+\frac{3}{10}}$，$GH=\frac{3}{7}$．$\therefore CG=\frac{3\sqrt{2}}{7}$．

解法四：目标为△AQG∽△ABC，$\frac{AG}{AC}=\frac{AQ}{AB}=\frac{GG}{AB}$，找出基本图形△ABG，第二次找基本图形△GQB。此为品质思维的“延伸点”，思维活跃的学生可以点亮。在△GQB 中，$\frac{WQ}{QB}=\frac{1}{2}$，令 WQ 为 1，GW 为 m，则 QB=2，利用面积法，$\frac{1}{2}\times 2\times(1+m)=\frac{1}{2}\times 2\times 1+\frac{1}{2}\times\sqrt{2^2+(1+m)^2}\times 1$，可得 m= $\frac{5}{3}$，$\frac{GQ}{QB}=\frac{4}{3}$，$\frac{AQ}{AB}=\frac{4}{7}$，$\frac{AG}{AC}=\frac{4}{7}$，$\therefore CG=\frac{3\sqrt{2}}{7}$．

还可以利用 tan∠GBA 求解；还可以建立平面直角坐标系，利用函数交点坐标求解等方法。

三、归纳分析，总结方法

综上，以“一般观念”的“背景－概念－性质－结构－应用”五部为主线，立足“基本图形”变式的“五步法”：切入背景、梳理本质、找关联、重运用、得通法．其中找出“基本图形”是本源，构造相似三角形是关键。通过以上分析，立足“基本图形”进行变式，变静态为动态，加入函数关系点睛，对本源知识进行提升，使变式“无所遁形”，进而提高几何思维品质和数学核心素养。

结语

综上，“一题一课”驱动下的初中数学例题教学模式重构，通过深度挖掘例题价值，实现知识整合与思维拓展，有效优化了教学过程。实践表明，该模式不仅提升了学生对数学知养了其逻辑思维和创新意识。基于“一题一课”，以母题为载体，教师更应当超越题型，以生为本，以生为主角，以一般概念为主线，回归本质，以玩的心态做数学，提高师生的数学核心素养。

参考文献

[1] 周艳．推进“一般概念”引领 体悟专题复习之“道”[J]．中学数学教学参考，2023(4):46-48.

[2] 白雪峰，王敬如．追根溯源返璞归真：一道中考试题的证明和拓展 [J]．中国数学教育（初中版），2015(5):27-31.

[3] 陶明．立足“基本图形”突破数学“题型”[J]．中国数学教育（初中版），2017(5):45-48.

[4] 人民教育出版社，课程教材研究所中学数学课程教材研究开发中心编著．义务教育教科书·数学八年级下册 [M]．北京：人民教育出版社，2013:9.