

信息技术与 GeoGebra 软件在高中数学教学中的融合

——以“多面体的内切球和外接球”为例

金冉

内蒙古锡林浩特市第六中学

摘要:《普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)》强调教师在教学过程中需要合理地使用信息技术,让信息技术与数学学科实现高度融合。本文以动态软件 GeoGebra (GGB) 作为载体,利用其 3D 绘图和动态演示功能进行了立体几何教学过程的实践。结果表明相比于传统的平面图形教学法,动态软件 GGB 很好地打破了平面图形教学法在对立体对象表述方面的局限性,令学生更容易在思维中构建三维模型,进而提升教学效果和质量。本研究也进一步地证明了利用信息技术开展相应的数学学科教学活动在教学效果和质量提升方面存在着巨大的潜力和优势。

关键词: GeoGebra 软件; 高中课堂; 外接球; 内切球; 数学实验

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-627X.2025.08.222

引言

在立体几何领域的教学中,如何将抽象性、逻辑性和空间度较强的知识点直观的引入到课堂中一直是该部分课程教学的难点^[1]。传统的立体教学实践中,往往采用平面图形法对立体几何进行描述^[2]。平面图形对立体对象的表述存在局限性,难以精确反映图形元素之间的空间位置关系。特别是在探讨多面体的内切球与外接球问题时,学生必须在思维中构建相应的三维模型^[3]。然而,对于空间想象力不足的学生而言,这一能力往往显得较为欠缺。因此,传统的平面图形法在数学学科的教学中存在着教师难教,学生难懂等问题。

随着信息时代的发展,多媒体技术被广泛应用于教学。常见的数学作图软件主要包括几何画板、mathmatica 和 Geocebra (GGB) 等。几何画板的作图功能主要局限于平面几何领域,对于立体几何的处理能力则相对有限^[4]。Mathmatica 采用程序语言编程的方法虽然可以很好的对数学图形进行描述,但是其对教学和学生的编程基础存在着较高的要求^[5]。相比之下,GGB 不仅具备平面绘图的功能,还能够进行 3D 绘图及动态演示,将抽象的数学概念及几何图形,以动态且直观的方式加以呈现,进而有助于学生更为深入地理解相关知识内容,并使学生得以体验和欣赏数学背后所蕴含的动态之美。

GGB 是一款融合了动态几何、代数、数据表和概率模拟等多种功能为一体的数学软件,集成了概率统计、代数与符号运算、表格运算、微积分等多项功能,几乎能够全方位地满足中小学各个阶段的教学与学习需求。该软件不仅可在电脑上稳定运行,亦能在平板、手机及网页等平台上灵活应用,充分展现了其卓越的交互性和便捷性。相比之下,几何画板和 mathmatica 等软件则仅限于电脑平台运行。因此,将其运用到高中数学教学中可使抽象难懂的数学知识变得直观形象、通俗易懂,对帮助学生理解知识、巩固知识,提升数学课堂教学效果和教学质量等方面具有积极的作用。本文的后续安排如

下,首先,以“多面体的内切球,外接球”部分的课程教学为例,对 GGB 软件 3D 绘图和动态演示功能对立体几何进行表述。之后,实际的课程实践中针对具体的教学内容进行课程设计,最后对 GGB 软件在动态中探寻数学规律的优势进行讨论和总结。

一、教学内容分析

空间几何体中的内切球与外接球问题,近年来已成为高考的重要考查内容。此类题目因其高度的抽象性,常常使学生在解题过程中难以迅速找到解题的关键。将立体几何的课程教学与 GGB 软件演示相结合,可以将图形进行翻转、分合,也可以从不同的视图方向观察几何体,该技术能够将抽象的几何图形转化为动态模型,实现 360° 全方位展示,从而有效促进学生空间想象力的形成。通过这种方式,几何图形的展示变得更加直观、简洁且高效,有助于学生的学习理解。GGB 的几何作图功能丰富,可以画出各种几何元素和图形,如点、线、面等。更重要的是,解析几何中的图形和曲线方程可以在 GGB 中同步显示。例如,在学习平移、旋转、对称等变换时,学生可以通过 GGB 进行模拟操作,观察图形的变化,从而更好地理解变换的规律。此外,GGB 还支持 3D 绘图功能,可以创建和观察立体图形,帮助学生理解和掌握立体几何知识。

二、教学实践

首先,本研究将回顾传统的平面图形教学法,以复习内外接球的相关概念。随后,本研究将探讨棱锥的内切球与外接球问题。在几何体范畴内,正方体以其卓越的对称性质脱颖而出,它不仅具有内切球,还拥有棱切球与外接球。从内切球到外接球的演变,实质上反映了球体膨胀增大的过程,针对此类问题,学生往往仅能进行抽象思维,即便借助日常生活中的实例,也难以直观感受球体的膨胀过程。

针对棱锥内切球问题,我们可以借鉴初中阶段所学的三角形内切圆半径的求解方法,即面积分割法得到

$S = \frac{1}{2}(a+b+c)r$ 。相应地，在棱锥的内切球半径求解过程中，则采用体积分割法。即分割出以内切球球心为顶点，棱锥的面为底面的若干小棱锥，这些小棱锥的底面与原棱锥的面相同，高度则等同于内切球的半径。依据体积守恒的原理，我们可以列出关于半径 R 的方程，进而求解内切球的半径。若棱锥的体积为 V ，表面积为 S ，则内切球的半径 R 可以通过公式 $V = \frac{1}{3}Sr$ 求得，此过程抽象难懂，对同学们的空间想象力要求较高，只有少部分同学可以掌握。

《九章算术》中记载“斜解立方，得两堑堵：斜解堑堵，其一为阳马，一为鳖臑”意思是：一个长方体斜着切开，可以得到两个相同的三棱柱，称为堑堵：将堑堵继续斜着切开，可以得到一个四棱锥和一个三棱锥，四棱锥称为阳马，三棱锥称为鳖臑。既然堑堵、

阳马、鳖臑分割与于长方体，所以也可以还原到长方体中。鉴于学生通过平面图形难以直观理解上述几何体的分割过程，因此，将图形还原至原始状态亦颇具挑战性。这一过程对于理解具有三组对棱相等的锥体、三条侧棱两两垂直的锥体以及《九章算术》中提及的鳖臑的外接球问题，无疑增加了难度。实际上，这些几何体均可通过补形转化为长方体，从而其外接球即为相应长方体的外接球。

本文将探讨利用GGB动态软件解决前述问题的方法。图8至图10展示了通过动态演示引导学生观察正方体内切球逐渐膨胀至棱切球，进而扩展至外接球的过程。借助GGB旋转动画的辅助，学生能够准确地识别并描述这些球体的直径分别对应正方体的棱长、面对角线以及体对角线。

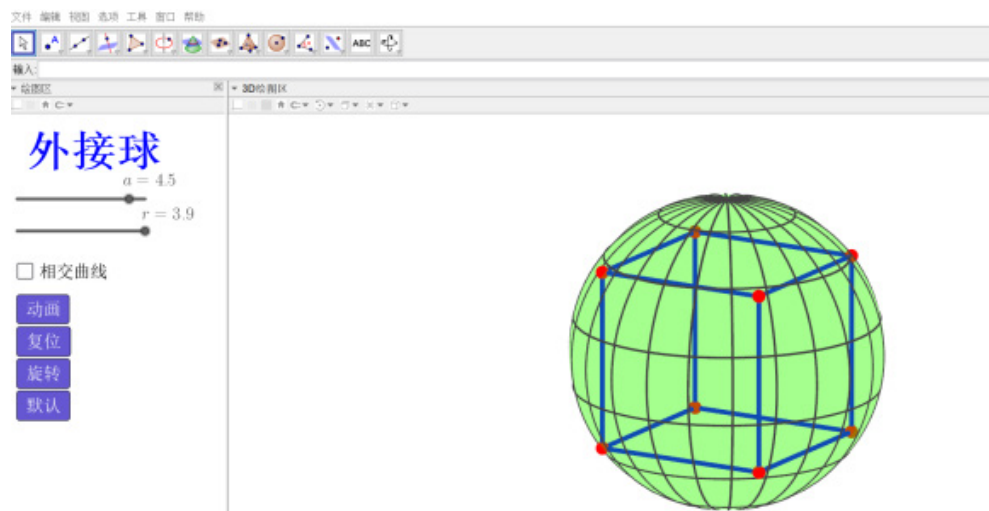


图1 正方体的内切球

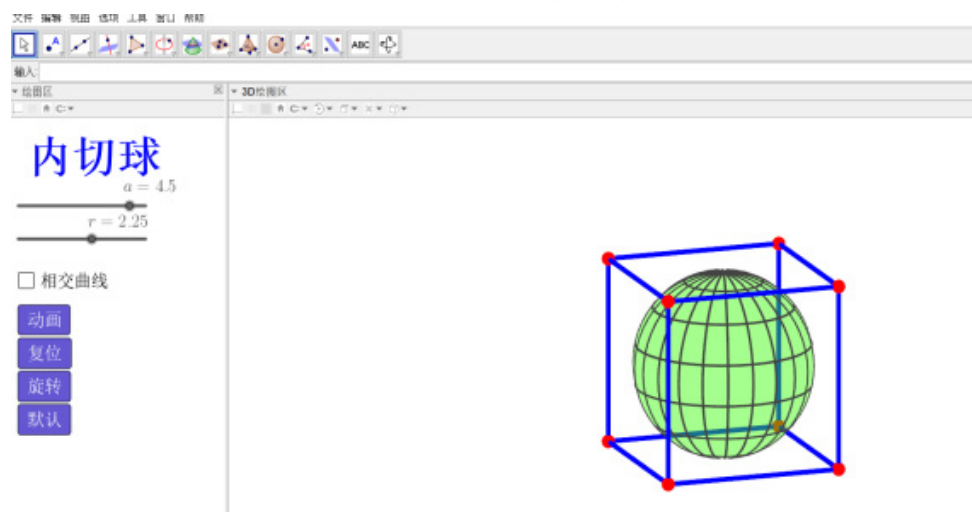


图2 正方体的外接球

鉴于棱锥的分割过程具有较高的抽象性，不易于直观理解，本研究采用GGB动态软件进行辅助演示。在此过程中，学生能够自主操作锥体的任意顶点，进而观察到几何体形态的演变。

通过点击左侧动画按钮，该锥体将自动分解为四个

以内切球半径为高的小锥体。进一步点击旋转按钮，图11将进行自动旋转，使学生能够从多个视角审视分解后的几何结构。此方法将问题具象化和动态化，有助于学生更深入地掌握分割过程。

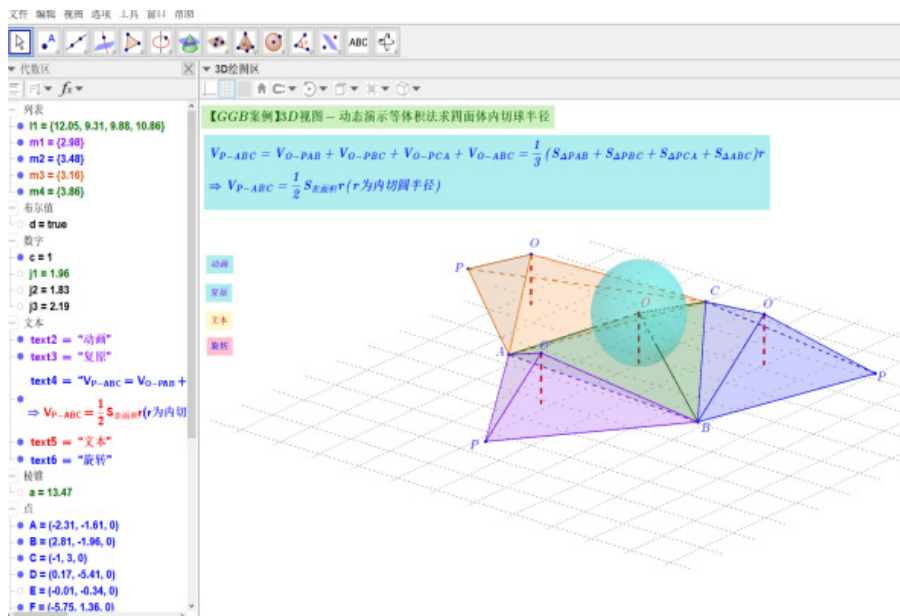


图 3 三棱锥的内切球

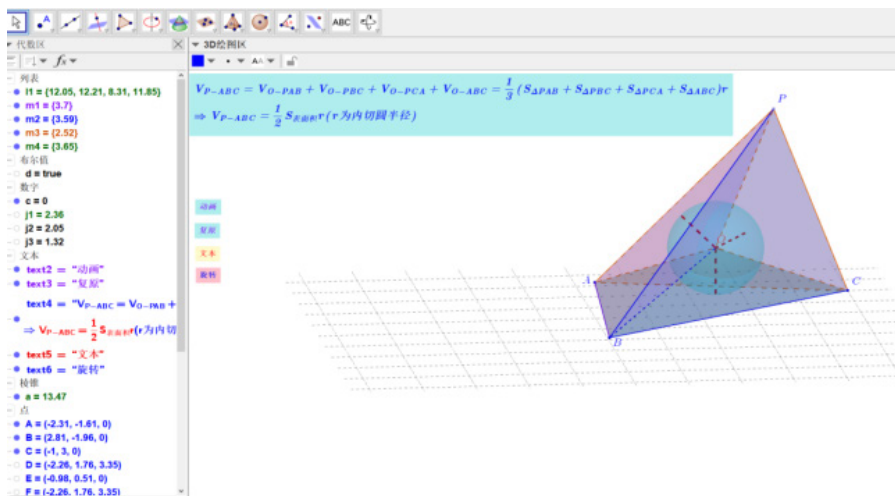


图 12 三棱锥的分割

长方体的外接球直径等同于长方体的体对角线长度。图 13 展示了由长方体六个面的对角线构成的三组对棱相等的锥体；图 14 呈现了三条侧棱两两垂直的锥体；图 15 则描绘了《九章算术》中提及的鳖臑。这些几何体均能通过补充相应的几何元素转化为长方体，因此它们的外接球直径与相应长方体的体对角线长度相等。

三、讨论

利用 GGB 动态软件，能够有效补充传统教学在直观性、立体性和动态性方面的不足，从而轻松解决教学难点、突出教学重点、提升课堂效率。特别是在棱锥补成正方体或长方体、图形分解等教学内容上，该软件展现了显著的教学优势。

结语

本研究从传统平面图形教学法与 GeoGebra 动态软件教学法两个维度出发，对立体几何中部分多面体的内切球与外接球问题进行了比较分析。实证研究表明，将 GeoGebra 动态软件应用于高中数学教学以提升教学效果

是切实可行的。利用 GeoGebra 软件辅助教学，学生在掌握几何体相关问题方面表现出了更高的效率，同时，该方法也显著提高了学生的学习兴趣和学业成绩。

参考文献

- [1] 李美熊. 数学核心素养下高中立体几何教学研究 [D]. 海口: 海南师范大学, 2021.
- [2] 王柳芳. 玲珑画板辅助高中立体几何教学的研究 [D]. 桂林: 广西师范大学, 2018.
- [3] 黄亚昕. 基于 GGB 的立体几何教学研究 [D]. 湘潭: 湖南科技大学, 2020.
- [4] 黄群慧. 高中数学立体几何教学策略的研究 [J]. 江西教育, 2021, (21): 23-24.
- [5] 徐昊平. 中日高中数学教材中信息技术应用的比较研究 [D]. 长沙: 湖南师范大学, 2021.

基金项目: 此文为内蒙古自治区教育科学研究“十四五”规划课题《信息技术 GeoGebra 软件在高中数学教学中的应用研究》编号: 2025NGHZX-JY096 的研究成果。