

基于数学核心素养下法则的教学

——以湘教版初中数学教材“有理数的乘法”为例

陈凤姣¹ 谭敏^{1*} 张邦²

1. 湖南科技大学; 2. 湘潭钢铁集团有限公司第一子弟中学

摘要: 文章以新编湘教版“有理数的乘法”为例, 强调在教学过程中, 通过情境导入, 引导学生进行探究, 在掌握有理数乘法法则的同时, 让学生明晰法则背后蕴含的算理, 更好地提高学生的运算能力, 发展学生的数学核心素养。

关键词: 已有经验; 乘法法则; 算理; 数学核心素养

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-627X.2025.11.088

引言

《义务教育数学课程标准》(2022年版)以下简称《课标(2022年版)》强调立足学生核心素养发展, 培养学生的各种能力。初中阶段核心素养的主要表现为: 抽象能力、运算能力、几何直观、空间观念、推理能力、数据意识、模型意识、应用意识、创新意识^[1]。运算能力指依据法则和运算律进行准确运算, 理解算法背后的算理, 针对问题选择最优策略, 在运算过程中培养推理能力, 《课标(2022年版)》对运算能力的要求与以往相比有较大变化, 特别是在对算理的理解和呈现方面提出了新要求。

新教材在2024年秋季正式投入使用。在使用湘教版新教材的过程中, 发现新教材在“有理数的乘法”(湘教版七年级上册的内容)这一节中, 编排时更加突出了算理, 但删除了相关的生活情境。在真实的教学过程中发现, 一味强调算理, 教学效果并不理想。七年级这个阶段的学生, 其思维正是从具体运算思维向形式运算思维的一个过渡阶段, 教师教学过程中应该要充分考虑到学生的已有经验以及心理的认知发展规律。教学导入时应该从易到难、从具体到抽象、更符合学生的心理发展特点, 更能激发学生的学习兴趣, 教学方式也更易被学生接受。

同时, 教师在日常教学过程中, 教学需要以《课标(2022年版)》的新要求为指导, 培养学生的核心素养。因此, 考虑从具体的事物或者是学生在生活实践过程中获取的直接经验出发, 向课标的算理要求推进, 本文进行了一些思考与实践。

为厘清《课标(2022年版)》的新要求, 首先对算理进行了深刻的理解, 接着分析了新教材中有理数运算中蕴含的算理要求, 然后深入分析了七年级学生的认知发展规律, 最后提出了相应的解决方案并进行了实践。

一、对算理的理解

算理从字面意思来理解的话, 就是计算的道理, 也就为何要这样进行计算。算理是确定算法法则的前提与基础, 是计算的依据。算理通常是由数学概念、运

算规律、运算性质等构成, 以概念、性质、定义为基础来解释计算方法。阅读相关文献可知, “算理”一词是汉语的原创, 含义相当广泛, 算理的含义可以根据不同的语境而确定。我国20世纪数学家傅种孙等人翻译了英国数学家罗素的著作, 并将此著作译名为《罗素算理哲学》^[2], 认为本主题与通常所说的数学不同, 指向的是数学学科的逻辑基础, 因此傅种孙认为的“算理”实质是数学之理。

二、新教材突出算理, 发展核心素养

通过研读新教材发现, 在《数与代数》这一模块, 注重突出数学算理, 展示数学知识本质, 建构数与代数式的运算体系^[3]。有理数运算是“数与代数”领域的重要内容之一, 是学生从小学进入初中阶段首先接触的运算, 引入负数后, 学生的认知经历了一次巨大的飞跃, 也为后续的各种运算打下了坚实的基础。湘教版新教材的编排、内容都进行了一些改动, 更加突出了课标要求的算理。以“有理数乘法法则”为例, 新教材中体现了要让学生明白计算法则中的算理, 并能举一反三应用法则, 而不仅仅是死记硬背法则。

三、学生的认知发展特点和已有经验

(一) 认知发展特点

瑞士心理学家皮亚杰的认知发展理论中指出, 0-15岁阶段的儿童, 其认知发展可以划分为四个连续的阶段, 分别是感知运动阶段、前运算阶段、具体运算阶段(7-11岁)和形式运算阶段(11-15岁)^[4]。在具体运算阶段, 儿童能够进行逻辑推理, 但需依赖具体事物的支持。进入形式运算阶段, 其思维超越对具体事物的依赖, 逻辑推理能力显著提升, 能进行抽象推理、提出并验证假设, 并运用归纳或演绎推理系统解决问题。

“有理数的乘法”是湘教版七年级上册的内容, 此阶段大部分学生是12岁, 其认知发展刚从具体运算阶段中结束, 进入到形式运算阶段, 此阶段的学生虽然抽象思维、逻辑思维有一定的提高, 但是完全脱离具体事物和经验, 直接进行演绎推理对于大部分学生还

是有困难的，学习要依据学生心理发展规律，循序渐进地进行教学。

（二）学生已有经验

教育家杜威认为“教育即经验的不断重组和改造”^[5]，经验是数学教学的起点，是学生的重要资源，是沟通学生已有认知结构和新知识的桥梁，已有经验对于新知识和新方法的习得都非常重要。教师在开展教学前要充分了解学生与所学新知识相关的已有经验，这些经验主要包括生活经验、知识经验。

数学来源于生活，教师进行教学设计应从学生的实际生活经验出发。利用学生熟知的生活问题导入新课，创设问题情境，有相应的生活经验做基础，能够使抽象的数学问题在学生的眼中变得更加具体，学生在面对新的数学问题时，能够降低恐惧，增强解决问题的信心。通过相应的数学知识去解决实际生活问题，使学生充分意识到生活中处处充满了数学，是解决生活问题的工具。当学生发现数学能解决生活中的实际问题时，会产生“学以致用”的成就感和探索欲。

数学是一门知识点之间联系非常紧密、逻辑性、应用性非常强的学科，知识点的编排通常是由易到难、具体到抽象紧密地衔接在一起。数学学习的过程中，学生的已有知识经验往往是学习新知识的基础，是学生进行知识迁移的原型和依据。在平常的教学过程中，教师要基于学生已有的知识经验设计学习任务，将新知识与原有知识经验建立联系，学生对新的知识更好地进行内化，有效地实现知识的建构，达到教学的目标。

四、解决方案

为了解决教学内容抽象和学生认知水平还处于具体性、形象性的矛盾，达到理想的教学效果，提出以下的想法。

教师可依据学生已有生活经验、认知经验，设计一个学生熟悉的生活情境导入，引导学生利用已有知识和生活经验去解决问题，让学生感觉本节的内容是熟悉的，提高学生的自信心，接下来逐步的引导学生探究本节课的重难点。

学生学习数学法则不是教师直接告诉他们的，应该是教师引导学生具体计算，通过观察、比较，提出猜想，利用已经掌握的法则，进行逻辑推导。在验证猜想过程中，突出法则的算理，渗透数学思想，把运算中的本源性的、规律性的知识教给学生，使学生的感性认识上升为理性认识。

当前，中考的难度不断的加大，许多题目不是学生死记硬背法则就能解决，而是越发的考查学生的逻辑推理和学生的数学思想。教师要设计需要运用法则和算理解决的练习题，包括常规题和需要思考的变式题，要求学生不仅给出答案，还要解释每一步为什么这样做，通过教师的不断追问，学生对知识点会有更深入的理解，碰到灵活变通的题目，才能够举一反三。

五、教学实践

新教材为2024年秋季正式投入使用，以下为本人使用新教材执教《有理数乘法法则》的教学过程。

（一）复习导入，情境联想

问题1：在上节内容中，我们学习了有理数的加法运算，通过类比，有理数的乘法运算可以分为几种类型？

生：(1) 同号两数相乘：正数 \times 正数；负数 \times 负数。

(2) 异号两数相乘：正数 \times 负数；负数 \times 正数。

(3) 一个数与0相乘：正数 \times 0；负数 \times 0。

师：小学阶段，已经熟练地掌握了正数与0的乘法运算，引入负数后，出现了负数相乘的情况，如何进行计算呢？

设计意图：通过类比有理数加法会出现的几种情况，让学生总结出有理数乘法的多种情况，培养学生的分类讨论的能力。在教师的引导下，产生困惑，主动探究引入负数如何进行计算。

问题2：我们班正在参加一场激动人心的校园知识竞赛。积分规则为答对一题得5分，答错一题不仅不得分，还要扣掉5分。

(1) 如果小明答对了3题，他一共得多少分？

(2) 如果小李答对了0题，他一共扣多少分？

(3) 如果小红答错了3题，她一共得多少分？

规定答对一题得分为正，答错一题得分为负。

请同学们列出算式来解决问题。

生： $3\times(+5)$ ； $0\times(-5)$ ； $3\times(-5)$ 。

设计意图：通过生活情境导入，将熟悉的生活问题转化成数学问题，让学生感知学习本节课的合理性和必要性，让学生体会到生活中处处存在数学。

（二）新知探究，猜想验证

猜测：(1) $0\times(-5)=$

(2) $3\times(-5)=$

学生猜测 $(-5)\times 0=0$ (类比正数与0相乘得0)； $3\times(-5)=-15$ ，

验证：学生要验证刚刚的猜想是否成立，教师在此之前，规定有理数的乘法法则也要满足乘法对加法的分配律。

问题1：为了满足有理数的乘法对加法的分配律：

$3\times(-5)+3\times 5=3\times \underline{\hspace{2cm}}=3\times 0=0$

学生利用分配律，完成填空，由此可得：

$3\times(-5)$ 与 3×5 互为相反数，则 $3\times(-5)=- (3\times 5)=-15$

问题2：请同学们猜测 $5\times(-3)$ 的结果，模仿上式证明过程，进行填空，完成 $5\times(-3)=-15$ 的验证过程。

$5\times(-3)+\underline{\hspace{2cm}}=5\times \underline{\hspace{2cm}}=5\times 0=0$

学生利用乘法对加法的分配律，完成填空，由此可得：

$5\times(-3)$ 与 5×3 互为相反数，则 $5\times(-3)=- (5\times 3)$

归纳：同学们发现，正数与负数相乘得负数，并把绝对值相乘。

问题3: 请同学们猜测 $(-5) \times (-3)$ 的结果, 并利用乘法对加法的分配律进行验算?

生1: $(-5) \times (-3) + (-5) \times 3 = (-5) \times [(-3) + 3] = (-5) \times 0 = 0$

由此可得: $(-5) \times (-3)$ 与 $(-5) \times 3$ 互为相反数, $(-5) \times (-3) = -[(-5) \times 3] = 15$

生2: $(-5) \times (-3) + 5 \times (-3) = (-3) \times [(-5) + 5] = (-3) \times 0 = 0$

由此可得: $(-5) \times (-3)$ 与 $5 \times (-3)$ 互为相反数, $(-5) \times (-3) = -[5 \times (-3)] = 15$

归纳: 同学们发现, 负数与负数相乘得正数, 并把绝对值相乘。

设计意图: 学生先进行大胆的猜测, 再合理地进行验证, 最后归纳得出有理数乘法的法则, 让学生积累发现与探索的经验。在验证过程中, 对法则合理的理解, 发展学生的理性思维。

(三) 新知应用, 巩固提升

1、例题: 计算下列各式。

$(-9) \times 6$; $9 \times (-6)$; $(-9) \times (-6)$

2、练习: 计算

(1) $3 \times (-2)$; (2) $(-8) \times 5$; (3) $(-3) \times (-\frac{1}{3})$; (4) $0 \times (-6.18)$;

3、变式:

(1) $(-7) \times \underline{\quad} = -1$; (2) $(-7) \times \underline{\quad} = 0$; (3) $(-7) \times \underline{\quad} = 63$

设计意图: 学生利用有理数乘法法则进行计算, 及从而巩固有理数乘法法则加深学生对算理的理解。通过变式题的训练, 已知积和一个因数求另一个因数, 培养学生的逆向思维, 为后续学习有理数的除法打好基础。

(四) 小结归纳, 拓展深化

(1) 本节课如何得到有理数的除法法则的?

(2) 本节课你有哪些收获?

设计意图: 引导学生总结有理数乘法运算的算理与算法, 帮助学生领悟此内容中蕴含的思想方法。通过总结归纳“有理数的乘法法则”, 培养学生的抽象概括能力, 为后面的运算教学打好基础, 提供学习经验。

六、教学反思

(一) 激活经验, 促进自主探究

成功的数学教学必须尊重学生的认知发展阶段, 对于初一阶段的学生, 进行有理数乘法法则的教学时, 一开始就探究如何得到有理数的乘法法则, 探究有理数乘法法则的算理, 会让学生产生畏惧的学习心理, 降低学生的学习信心。在教学过程中, 应该顺应学生的心理发展规律, 从具体到抽象, 从学生熟悉的生活情境入手, 激发学生的生活经验, 引导学生自主的探索, 提出猜想, 进行验证, 得到规律。

初中阶段引入负数后, 数域扩大到了有理数的范围。

学生探究有理数的乘法法则之前, 学习了有理数的加法, 类比有理数的加法以及小学非负数的乘法运算时, 会自然的提出疑问, 有理数的乘法运算分为哪几类? 那些是未学过的? 运算情况会有那几种? 在进行教学时, 教师要激活学生的已有知识经验, 将已有的知识经验作为新知识的认知锚点, 促进知识迁移。

(二) 探循法则, 理解数学本质

有理数的乘法法则的教学设计不是例题的简单呈现和机械训练, 要能够激发学生的兴趣, 要引导学生勤思考挖掘法则的本质, 明白运算法则中的算理, 通过练习, 对有理数乘法的认识到达一个新高度, 感受重要的数学思想方法, 积累数学活动经验, 提高学生的数学计算能力。让学生在观察猜想过程中感受数学的感性之美, 在验证猜想的过程中感受数学学科独有的理性之美。有理数乘法法则的教学无论采用哪种教授方法, 在实际教学中, 学生对法则要能进行合理性的理解, 体现运算本质。例如本节课的教学为有理数的乘法法则, 学生要能够理解分配律为乘法运算的算理, 算理是重要的, 我们绝不可以简单地把算理理解为依附于运算的一种性质, 而应当把算理理解为运算的本质。

结语

数学是一门严谨的学科, 不应该全靠直观认识上的感性经验。袁隆平教授曾经说过, 他不喜欢数学, 当年数学教师讲解“负负得正”时, 并没有说服他。“负负得正”很难用生活情境来解释, 也并不源于生活情境。教师让学生经历有理数乘法法则的观察、思考和推理的过程, 体会有理数乘法法则规定的合理性, 学生在掌握运算法则的同时明晰运算算理, 这样就能很好地解决“负负得正”这个难点, 让学生体会数学的合理与严谨, 也能培养学生合情推理能力和运算能力, 更好的发展学生的数学核心素养。

参考文献

[1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准(2022年版)[S]. 北京: 北京师范大学出版社, 2022.

[2] 郜舒竹. “算法”的双刃性与“算理”的局限性[J]. 教学月刊小学版(数学), 2023, (12): 4-8+14.

[3] 袁丽珍. 初中数学计算中算理与算法融合的教学探讨[J]. 中学数学, 2025, (10): 128-129.

[4] 皮亚杰. 皮亚杰教育论著选[M]. 人民教育出版社, 2015.

[5] 约翰·杜威, 赵祥麟, 任钟, 等. 外国教育名著丛书 学校与社会明日之学校[M]. 北京: 人民教育出版社, 2025.

基金项目: 本文系湖南省普通高等学校教学改革研究项目《思政视域下数值分析课程线上线下混合式教学的实践探索与实践》(编号: HNJC-2022-0774)。