

# 浅谈三角形中边与角关系

王小婷

(第四师78团中学 新疆 七十八团 835002)

**摘要** 学习等腰三角形的性质和判定得出这样的结论：在三角形中，等边对等角；反过来，等角对等边。三角形中边与角有这样的相等关系。那么不相等的边（或角）所对的角（或边）之间的大小关系是怎样的？本文将给出等边对等角和等角对等边的证明方法，并阐述不相等的边（或角）所对的角（或边）的不等关系，也给出大边（或大角）对大角（或大边），小边（或小角）对小角（或小边）的结论。当然在证明时采用的方法是构造全等三角形，或者构造相等的线段或者相等的角。进一步了解构造方法在几何证明题中的使用。

**关键词** 全等三角形；大边；大角；构造法；关系

## 0 引言

我们在人民教育出版社（教育部审定2013）义务教育八年级上册第十三章第三节第一课时学习了等腰三角形的性质1：等腰三角形的两个底角相等（简写成“等边对等角”），并在第二课时又学习了等腰三角形的判定方法：如果一个三角形有两个角相等，那么它们所对的边也相等（简写成等角对等边）。接下来我将用不同的方法证明，并推出大边对大角：大角对大边的不等关系。

### 1 三角形中边与角之间的相等关系

首先我们把命题“等边对等角”改成几何语言：在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，求证： $\angle B=\angle C$ 。并且这几种方法都是通过作辅助线，构造全等三角形来证明的。

1.1证明（方法1）：如图1， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，底边BC的高AD。

$\because BC \perp AD,$   
 $\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ,$   
 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ADC$ 中  

$$\begin{cases} AB = AC \\ AD = AD(\text{公共边}) \end{cases}$$
  
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ADC (HL).$   
 $\therefore \angle B = \angle C.$

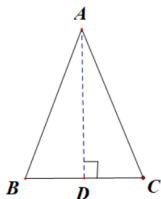


图1

1.2证明（方法2）：如图2，作BC的中点D，连接AD。

$\because D$ 是BC的中点，  
 $\therefore BD=DC,$   
 在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ADC$ 中  

$$\begin{cases} AB = AC \\ BD = DC \\ AD = AD(\text{公共边}) \end{cases}$$
  
 $\therefore \triangle ABD \cong \triangle ADC (SSS).$   
 $\therefore \angle B = \angle C.$

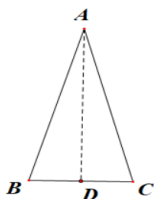


图2

通过以上方法证明得出：等腰三角形的两个底角相等，也就是说“等边对等角”（注意：必须在同一个三角形中使用）。

### 2 三角形中角与边的不等关系的证明

我们带着疑问，经过折纸等试验探究发现：在三角形中，大边对大角，小边对小角；反之，大角对大边，小角对小边。

先证明，在三角形中，大边对大角，小边所对小角。把它改写成几何语言：已知：如图， $AB > AC$ ，求证： $\angle C > \angle B$

3.证明：如图7，作 $\angle BAC$ 的平分线AD，在AB取点E，使 $AE=AC$ ，连结DE。

$\therefore AD$ 平分 $\angle BAC,$   
 $\therefore \angle BAD = \angle CAD$ （角平分线的定义）  
 在 $\triangle AED$ 和 $\triangle ADC$ 中

$$\begin{cases} AE = AC \\ \angle BAD = \angle CAD \\ AD = AD(\text{公共边}) \end{cases}$$

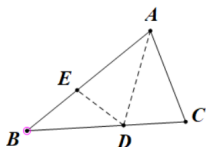


图7

$\therefore \triangle AED \cong \triangle ADC (SAS).$

$\therefore \angle AED = \angle C.$ （全等三角形对应角相等）

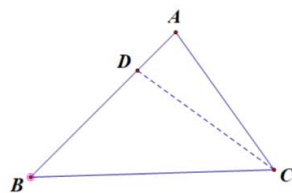
又 $\because \angle AED$ 是 $\triangle BED$ 的一个外角

$\therefore \angle AED > \angle B,$ （三角形外角大于任何一个不相邻的内角）

而 $\angle AED = \angle C$

$\therefore \angle C > \angle B.$

再证明：在三角形中，大角对大边，小角对小边。由上面的证明是构造相等的线段，在这里我也会采用构造相等的角，利用“等角对等边”，再用到三角形三边关系给予证明，在这里我只给出一种证明方法，请看证明过程：已知：如图， $\angle C > \angle B$ ，求证： $AB > AC$



证明：因为 $\angle C > \angle B$ ，所以分割 $\angle C$ ，使得 $\angle B = \angle BCD.$

$\therefore \angle B = \angle BCD,$

$\therefore BD = CD$ （等角对等边）

$\therefore AD + DC > AC$ （任意两边之和大于第三边），且 $BD = CD$

$\therefore AD + BD > AC$

$\therefore AB > AC$

通过以上的证明，我们得到了三角形角与边的不等关系是：在三角形中，大边对大角，小边对小角；大角对大边，小角对小边。由此我们便可以充分解释说明我们的一副三角板中，斜边为什么永远是最长的，因为斜边所对的角是直角，而在直角三角形中，直角是最大的角，所以直角所对的边也是最长的边。还可以充分解释七年级下册介绍的“垂线段最短”这个结论。

### 3 结束语

总之，通过证明发现，三角形的边和角是具有相对关系的，当三角形的两边相等时，那么这两个边所对的角一定相等（等边对等角），若两个角相等，那么它们所对的边也一定相等（等角对等边），这就是三角形中边与角的相等关系。如果边和角都不相等，我们的结论是大边对的角就大，反过来，大角所对的边就大，这是三角形中边和角的不等关系。通过证明这个相等关系和不等关系对于培养学生证明几何题用添加辅助线方法很有指导意义，也培养学生解决数学问题能力。

### 参考文献

- [1]义务教育教科书数学[教育部审定2013].人民教育出版社.
- [2]义务教育教科书数学[教师教学用书].人民教育出版社.