

高中数学不等式易错题的解题技巧探究

康毅潇

(陕西省西安市蓝田县城关中学 陕西 西安 710500)

[摘要] 高中数学的学习具有较大难度,学生对一些数学题型的解答十分容易出错,尤其是对不等式题型的解答,学生经常会犯一些小错误,不是这儿丢分就是那儿丢分,将这些小分积累起来就是很多分,从而十分容易与高分失之交臂。针对该问题,下文对高中数学不等式易错题的解题方法与技巧进行了详细分析。

[关键词] 高中数学;不等式;解题技巧

不等式是高中数学教学的难点,同时也是高考的重点与难点,在高考数学试卷占据较大的分数值,不等式通常与数列问题相结合在高考试卷中以压轴的方式出现,是学生最容易出现错误的一种题型。因此,下文对常见的几种不等式题型进行了阐述,并详细分析了相关解题技巧。

一、与线性规划相关的不等式易错题解题技巧

在学习不等式的时候,一种常见的题型就是不等式与线性规划的结合,主要是为了求出可以满足最终求解目标的最小值或者最大值。这种题型的不等式函数对定义域、面积求解等各个方面的内容有较多涉及,在对该题型的不等式函数进行解答的时候,避免出现误差,要对不等式性质与线性规划之间的关系,然后对函数进行有效解答^[1]。

例题1,已知 $a>0$,参数 x, y 满足下列条件:① $x+y \leq 3$; ② $x \geq 1$ ③ $y \geq a(x-3)$,如果 $z=2x+y$ 的小值是1,那么求 a 的值。

分析:在不等式与线性规划相结合的例题中,该例题较为典型,并且该道例题与一般线性规划例题所存在的区别就是该例题先将最值的答案在题目中呈现出来了,然后对某条直线的参数进行求解。在解答该例题的时候学生要转变传统解题思路,要通过逆向思维求出答案。在解题的过程中,可以将坐标上三条之间的区域绘画出来,如图1。

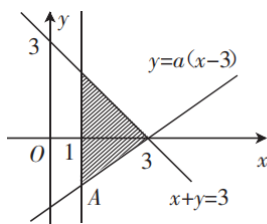


图1

解:如果目标函数在区域A点的时候其最小值是1,那么可以得出此时A点的坐标值是(1, -2a),在目标函数中将A点坐标值代入,可以计算出 $1=2-2a$,最后求出 a 的值为 $\frac{1}{2}$ 。

总结:在对该题型的不等式函数进行求解的时候,要对以下两个方面有较多关注:第一,关注函数最值问题,对其所包含的不等关系有充分明确,并且将可行域范围绘制出来。在例题1中,已经知道了 a 的取值范围,是 $a>0$,那么就可以知道直线 $y=a(x-3)$ 会经过第一和第三象限,这样三角形可行域基本上就确定了,避免在计算的时候搞错可行域方向。第二,在该题型中,经常设定目标参数为未知参数,从而使题目具有更强的开放性,与普通最值求解例题相比,该题型的解答要从结论着手,对图形进行动态分析,并在分析的过程中找到解题关键点,然后再加上三角形可行域的变化确定解题方向,最后求出最终答案。

二、与高次问题相关的不等式易错题解题技巧

与高次问题相关的不等式问题也是高考常见的一种题型,学生在解题的过程中十分容易出现错误,出错原因主要有以下几点:①学生没有看到题目中的隐藏内容,如学生忘记分母不可以等于零这一要求;②学生没有明确解集区域,有的学生虽然计算出解集区域,但是区域边界却不明确;③学生在采用“穿根法”解决问题的时候,对函数升降规律没有确定^[2]。

例题2,求解分式不等式 $\frac{(x-6)(x+1)}{(x-2)(x+2)} \leq 0$

分析:在计算该不等式之前要将其转化成 $(x-2)(x+1)(x-6)(x+2)=0$,然后计算出 $(x-2)(x+1)(x-6)(x+2)=0$ 的根,分别是 $x=2, x=-1, x=6, x=-2$ 。在序轴中将这四个根数标示出来,并采用穿根法完成穿根,得出的不等式函数的图像,如图2,最后根据图像得出不等式函数结果,为 $(-\infty, -2] \cup [-1, -2] \cup [6, +\infty)$ 。



图2

有很多学生计算到这一步就认为结束了,然是他们忽略了,该题目是分式不等式,在该题中有一个隐藏的条件就是分母不可以等于零。所以要接着往下算,令 $(x+2)(x-2) \neq 0$,得出 $(-\infty, -2) \cup [-1, -2) \cup [6, +\infty)$,而该答案也是问题的最终答案。

总结:学生在对该题型的不等式函数问题进行解答的时候,要对穿根法有充分的掌握与运用,学生通过采用穿根法解答该问题可以提高解题速度,并降低题目的难度。另外,学生通过计算得出解集以后还可以有效判定解集的临界点,判断是否可以将其纳入到解集范围中,避免解集错误。

三、与参数问题相关的不等式易错题解题技巧

在高中不等式函数中,参数不等式问题具有较大难度,学生十分容易在该不等式题型上丢分,参数不等式函数题目含有未知参数,所以学生在解答的时候必须要认真思考,并且还可以开展分类讨论,避免在计算中有漏算、重复计算等问题出现。

例题3,求不等式 $(x-1)(x-a) < 0$ 的解。

分析:在该例题中,存在未知参数,其主要是对分类讨论未知参 a 这一知识点的考察,所以在解答的时候一定要全面思考,避免漏解或误解。

解:在解答该问题的时候,可以结合二次函数求解性质,将该不等式函数方程划分为三个层次,具体如下:①当 $a>1$ 时,解为 $1 < x < a$; ; ②当 $a=1$ 时,不等式无解; ③当 $a<1$ 时,解为 $a < x < 1$ 。

例题4,解不等式 $ax^2-2x+1 > 0$ (a 为参数, $a \in \mathbb{R}$)

分析:该例题与例题3相同,在解答的时候主要也是对参数 a 进行分类讨论,从而保证问题解答的全面性。在具体解题中,可以将参数 a 划分成三种情况,分别是 $a=0, a<0, a>0$,在 $a>0$ 的情况区分 Δ 值,然后在根据这三种参数情况解答参数不等式问题。

总结:在解答参数不等式函数的时候,主要是分类讨论未知参数,确保解题的全面性,防止有漏解或者误解的问题出现。

结束语:

综上所述,在高中数学不等式函数解题中,学生必须要深入分析题目,找到其隐藏的条件,从而正确的解答问题。另外,教师在课堂不等式教学中,也要加强对不等式易错题的关注度,分析学生容易出现错误的部分,并找到出错原因,协助学生有效改正,使学生正确解答问题,并做到举一反三,有效提高数学成绩。

参考文献:

[1] 杨帆. 高中数学不等式的易错题型及解题方法探讨[J]. 中学生数理化(学习研究), 2017(6):68-68.

[2] 闻晓佳. 高中数学不等式易错题型及解题技巧分析[J]. 考试周刊, 2017(5):8-9.