

# 对分类讨论思想在初中数学解题中应用的思考

李慧琴

(贵州省铜仁市第十中学 贵州 铜仁 554300)

**【摘要】**在数学思想当中分类讨论是非常重要的思想和方法之一,应用于很多领域当中,同时,分类讨论也是中考当中的重点内容。基于此,本文针对分类讨论思想在初中数学解题中应用的方法与策略展开深入的分析和研究,促进学生数学解题能力的提升和发展,提升初中数学课堂教学的良好发展。

**【关键词】**初中数学; 课堂教学; 分类讨论思想; 解题教学; 应用

## 前言

在初中数学解题当中比较常用的思想方法当中,分类讨论占据非常重要的作用,充分的利用分类讨论能够帮助学生更加深刻的理解数学知识,增强学生学习的兴趣,在提升学生解题能力的同时,还能够有效培养学生具有较为缜密性、严谨性的数学思维,促使学生能够学会从不同的角度对问题进行思考。由此能够看出,加强对分类讨论思想在初中数学解题中应用的方法与策略的研究具有十分重要的作用和现实意义。

### 一、分类讨论思想在“三角形”问题中的应用

在实际的数学问题当中,不是所有给出的三角形条件都是明确的,很多三角形的形状都是不确定的,因此,就需要学生对于加以深入的分析,并且渗透分类讨论思想获得正确的答案。

例1: 等腰三角形的一腰上的与另外一腰的夹角度数为 $20^\circ$ , 求顶角度数。

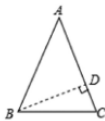


图1

在解答这类题目的过程当中,因为不能够明确三角形的具体形状,因此,应该进行分类讨论——

(1) 设顶角是锐角,那么腰上的高就在三角形的内部,如图1所示,因为三角形内角和为 $180^\circ$ ,已知一个角的度数为 $90^\circ$ ,另外一个角的度数为 $20^\circ$ ,则顶角的度数为 $90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ 。

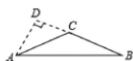


图2

(2) 设顶角是钝角,那么腰上的高就在三角形的外部,如图2所示,根据三角形的一个外角等两个不相邻内角之和,则顶角的度数为 $90^\circ + 20^\circ = 110^\circ$ 。

所以,三角形顶角的度数为 $70^\circ$ 或者 $110^\circ$ 。

在解答这类题目的过程当中,应该考虑到三角形属于哪种三角形,根据题目所提供的条件,融合相应的定理对问题进行分析和讨论,通过这样的方法获得正确的答案。

### 二、分类讨论思想在“不等式”问题中的应用

在初中数学知识当中不等式问题是较为常见的问题,也是中考当中的重点内容。因此,教师应该在实际的不等式解题当中渗透分类讨论思想,提升学生的解题能力。

例2: 已知 $(a-5)x > a^2 - 25$ , 求x的值。

在解答这样题目的过程当中,不能够直接使用 $x > \frac{a^2 - 25}{a - 5} = \frac{(a-5) \cdot (a+5)}{a-5} = a+5$ 的方式进行求解,如果使用这样的解答方式就会在解题过程当中忽视一些情况,因此,就应该针对不同的情况进行不同的讨论和分析:

- (1) 假设 $a-5 < 0$ , 那么 $a < 5$ , 此时能够得出 $x < a+5$ ;
- (2) 假设 $a-5 = 0$ , 那么 $a = 5$ , 此时就会出现无解的情况;
- (3) 假设 $a-5 > 0$ , 那么 $a > 5$ , 此时能够得出 $x > a+5$ 。

由此能够看出,在这个问题当中, a值存在三种情况,所以,获得三种解——① $x < a+5$ ; ②无解; ③ $x > a+5$ 。

在解决这类问题的过程当中,学生首先应该明确,不等式本身具有不确定性,因此,应该进行全面的思考和分析,只有这样才能保证答案周到和全面,如果在解答当中忽视了一种可能,就会丢分,因此,在对不等式问题进行解答的过程中,应该从多元化的方面去考虑和分析问题,保证正确的解决问题,促进学生解题能力的提升和发展。

### 三、分类讨论思想在“函数”问题中的应用

在函数问题的解题当中,需要渗透分类讨论思想,这与函数值可能存在多个值有直接性的关系。

例3: 已知 $y = -x^2 + mx - m + 2$ , 与x轴有两个交点, 分别是a、b, 并且分别相交于原点的两端, 并且 $ab = \sqrt{5}$ , 求m值。

解: 已知a、b, 设a点为 $(x_1, 0)$ , b点为 $(x_2, 0)$ ,

由于 $x_1, x_2$ 是 $x^2 - mx + m - 2 = 0$ 的根,

因此,  $x_1 + x_2 = m, x_1 x_2 = m - 2 < 0$ , 得出 $m < 2$

又因为,  $ab = |x_1 - x_2| = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2} = \sqrt{5}$ ,

由此能够得出,  $m^2 - 4m + 3 = 0$ , 这样就能够获得m的值分别是1或3, 但是由已知的上述能够得知 $m < 2$ , 所以, m值为1。

如果学生在解答题目的过程当中没有进行分类讨论, 就会得到错误的解答, 但是分类讨论之后不仅获得了m的取值范围, 还能够明确m值。

### 四、分类讨论思想在“绝对值”问题中的应用

例4: 解方程 $|x+2| + |3-x| = 5$ 。

针对绝对值的问题, 通常情况下应该针对绝对值符号内的对象区分为正数、零、负数这三种情况, 在这样的方程当中会出现两个数学绝对值, 即 $|x+2|, |3-x|$ , 针对 $|x+2|$ 应该分成 $x = -2, x > -2, x < -2$ ; 对于 $|3-x|$ 应该分成 $x = 3, x < 3, x > 3$ 。将这些情况进行分析和讨论, 能够获得三种情况: ① $x < -2$ ; ② $-2 \leq x \leq 3$ ; ③ $x > 3$ , 由此得出:

(1) 当 $x < -2$ 时, 化简能够得出 $-(x+2) + 3 - x = 5$ , 得出 $x = -2$ , 这与 $x < -2$ 矛盾, 所以当 $x < -2$ 是方程无解;

(2) 当 $-2 \leq x \leq 3$ 时, 原方程 $x+2+3-x=5$ 恒成立, 所以满足 $-2 \leq x \leq 3$ 的一切实数x都是方程的解;

(3) 当 $x > 3$ 时, 化简能够得出 $x+2-(3-x)=5$ , 得 $x=3$ , 这些与 $x > 3$ 存在矛盾, 所以当 $x > 3$ 时方程无解。

由上得知, 原方程的解为满足 $-2 \leq x \leq 3$ 范围内的任意实数。

结语: 综上所述, 在实际的教学当中, 教师应该帮助学生能够形成分类讨论解决问题的习惯, 只有这样才能更好的保证解决数学问题。通过这样的方式在养成学生良好数学素养和提升学生思维逻辑性等方面有非常重要的作用, 对于学生的成长和发展有长远的影响。

### 参考文献

- [1] 詹莹. 分类思想在初中数学教学中的应用探析——以“探索凸四边形全等的条件”教学为例[J]. 数学之友, 2018(03): 6-7+10.
- [2] 胡洁慧. 浅析数学思想在初中数学教学中的应用——以“数据收集、整理与描述”为例[J]. 数学学习与研究, 2017(19): 126.
- [3] 董佩珊. 在初中数学教学中渗透分类讨论思想的教学策略[J]. 中学数学研究(华南师范大学版), 2016(24): 22-24.