

数学猜想在高中数学教学中的应用

王 峰

(吉林省实验中学 吉林 长春 130000)

[摘要] 数学猜想,即依据已知的事实材料与数学知识,通过理论思维的能动作用,对未知的量及其关系作出的一种似真推断,是数学发展的重要途径.本文从数学猜想的概念及类型出发,归纳总结了高中数学学习中相应的习题类型,阐述了猜想在高中数学教学中的应用.

[关键词] 数学猜想;猜想类型;高中数学教学

数学猜想,顾名思义,就是在数学范围内的猜想.数学猜想是创造数学思想方法的重要途径,是科学假说在数学学科中的具体体现方式,也是数学研究中的重要素材.猜想是推动数学理论发展的强大动力,是数学发展中最主动、最积极的因素之一,同时也是人类理性中最富有创造性的部分.

(1) 类比猜想

类比猜想是指由已知的其中一类事物的某种属性去猜测另一类事物也一样具有相同的或相似的属性.所以相似的对象在某个方面彼此一致的时候,我们可以采用类比的方式解决问题.类比猜想也是重要的数学思维方法之一,在解决数学问题的过程中,常会利用两个不同问题的所给定的已知条件的相似性,去考虑结论之间的相似性,进而进行推理,甚至会用到极为类似的方法.我们在高中数学教学过程中,要善于将已有的知识与未知的知识用类比方法相联系,使问题的解决更加简洁明了.

例1已知:等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ,前 n 项和为 S_n ,有如下性质:

- (1) $a_n = a_m + (n-m)d$;
- (2) 若 $m+n=p+q$, 其中 $m, p, n, q \in \mathbb{N}^*$, 则 $a_m + a_n = a_p + a_q$;
- (3) 若 $m+n=2p$, 其中 $m, p, n \in \mathbb{N}^*$, 则 $a_m + a_n = 2a_p$;
- (4) $S_n, S_{2n} - S_n, S_{3n} - S_{2n}$ 构成等差数列;

类比上述性质,在等比数列 $\{b_n\}$ 中,写出相类似的性质.

解:等比数列 $\{b_n\}$ 中,公比为 q ,前 n 项和为 S_n :

- (1) 通项 $a_n = a_m q^{n-m}$;
 - (2) 若 $m+n=p+q$, 其中 $m, p, n, q \in \mathbb{N}^*$, 则 $a_m \cdot a_n = a_p \cdot a_q$;
 - (3) 若 $m+n=2p$, 其中 $m, p, n \in \mathbb{N}^*$, 则 $a_m + a_n = a_p^2$;
 - (4) $S_n, S_{2n} - S_n, S_{3n} - S_{2n}$ 构成等比数列;
- (2) 直观猜想

直观猜想是指通过对研究对象的外在因素的探究,进而挖掘其本质特征,从而对问题解决的方法做出猜想.尤其是在几何学习的教学活动中,学生自身思维过程尤为重要,教师要重视和引导学生直观式猜想过程,教会学生有效的直观式猜想方法,带领学生用自己直观式猜想叩开通往证明之路的大门.

例2已知 $\lg 2 = 0.3010, \lg m = 2.3010$, 求 m

解: $\lg m - \lg 2 = \lg \frac{m}{2} = 2, 10^2 = \frac{m}{2}$, 所以, $m = 200$

(3) 观察猜想

观察是我们与生俱来的能力,我们每个人在来到这个世界的时候就被上天赋予了能一双能够视物的双眼,观察猜想即以观察为主体,找到事物的客观规律,抽象出数量或图形关系,进而对所研究的问题作出有依据,并且符合逻辑的猜测,是猜想中最重要的,最简单的,最常用的一种.观察猜想在高中数学教学中也有着重要的应用,例如学生最初关于等差数列和等比数列的学习,就是通过观察各种各样的数列组合,进而发现特殊数列的性质,最终得到通项公式以及对未知数列有一个总体的掌握.

例3观察下列等式: $1=1, 3+5=8, 7+9+11=27, 13+15+17+19=64$, 猜想第 n 个等式是_____;

解: $[n*(n-1)+1]+[n*(n-1)+3]+...+[n*(n-1)+2n-1]=n^3$

(4) 归纳猜想.

归纳猜想是指从许多个别的事物中概括出一般性概念、原则或结论的思维方法.它是一种探究方法,为我们的猜想提供最有力的支持,做到有理可依,有据可引,也是数学中最重要的思维方法之一.我们在研究某一特定的对象的时候,可以从该事物不同于其他同类事物的特有的属性出发,一点点建立起与其他事物之间的联系,进而找到所有对象所共有的特点,并最终加以证明.归纳探究大致分为两类:完全归纳和不完全归纳.归纳猜想是数学创造性思维的一种基本方法,教师在教学过程中要努力创设良好的教学情境,让学生们的创造性思维得到有效的锻炼,并在一定程度上提高其的独立思考问题的能力.

例4 若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = \frac{1}{(n+1)^2} (n \in \mathbb{N}^*)$, 记

$f(n) = (1-a_1)(1-a_2)...(1-a_n)$, 试通过计算 $f(1) f(2) f(3)$ 的值, 推測出 $f(n)$ 为 ()

- A. $\frac{n+2}{n+3}$ B. $\frac{n+2}{2n+2}$ C. $\frac{n+2}{2n+1}$ D. $\frac{n}{2n+1}$

解析: 选 B. 因为 $f(n) = (1-a_1)(1-a_2)...(1-a_n)$,

$$f(1) = 1 - a_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4},$$

$$f(2) = (1-a_1)(1-a_2) = f(1) \times (1 - \frac{1}{9}) = \frac{3}{4} \times \frac{8}{9} = \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$f(3) = (1-a_1)(1-a_2)(1-a_3) = f(2) \times (1 - \frac{1}{16}) = \frac{2}{3} \times \frac{15}{16} = \frac{5}{8}$$

根据其结构特点可得: $f(n) = \frac{n+2}{2(n+1)}$, 故选 B.

(5) 逆向猜想.

逆向猜想,即在数学解题和数学问题论证的过程中,始终遵循着某一固定不变的思路去寻求问题的解决方案却屡遭失败,然后沿着与原思路相反的方向重新进行思考,并展开新的研究,从而提出新的猜想.逆向猜想的这种思维方式在高中数学教学中虽然不是特别常见,但也是一种非常重要的数学思想方法,对于锻炼和启迪学生的思维,有着极为关键的影响.

例5已知: $a+b+c > 0, ab+bc+ca > 0, abc > 0$, 求证: $a > 0, b > 0, c > 0$

证明: (反证法) 假设 a, b, c 不都是正数, 由 $abc > 0$ 可知, 这三个数中必有两个为负数, 一个为正数, 不妨设 $a < 0, b < 0, c > 0$, 则由 $a+b+c > 0$, 可得 $c > -(a+b)$, 又 $a+b < 0$, 所以 $c(a+b) < -(a+b)(a+b)$, $ab+c(a+b) < -(a+b)(a+b) + ab$ 即 $ab+bc+ca < -2a-ab-2b$, 因为 $2a > 0, ab > 0, 2b > 0$, 所以 $-2a-ab-2b = -(2a+ab+2b) < 0$, 即 $ab+bc+ca < 0$, 这与已知 $ab+bc+ca > 0$ 矛盾, 所以假设不成立, 因此 $a > 0, b > 0, c > 0$

在高中数学教学中,教师要能够在适当的时候引入猜想的内容,把猜想引到我们的课堂中来,新《课标》的基本理念之一就是高中数学要以学生发展为本,落实立德树人的根本任务,培育

(下转第622页)

高中函数教学实践问题研究

张群先

(高平市中等专业学校 山西 高平 048400)

[摘要] 随着我国经济水平的大幅度提升,人们也越来越重视教育领域,高考对于当代学生的重要性不言而喻。而函数作为高中数学的一个重要部分,基本贯穿于高中整个的教学过程,是高考中的重点考察内容,也是许多学生的短板内容,主要是由于函数并不是单一的概念个体,而是与各个章节都有着紧密的联系。随着我国教育部门推行的新课标改革,这样的背景下高中的数学教学就应该对函数的内容加以重视,以实际应用作为出发点,找到当前教学模式下存在的缺点,引入先进的教学观念,定期的对教师进行培训,不断的改良高中数学的教学模式,从根本上对学生的数学学习效率进行提升。本文将针对当前学生在高中函数学习中出现的问题进行分析,并对如何解决这些问题提出几点合理建议。

[关键词] 高中数学; 函数教学; 实践问题; 解决措施

函数是高中数学教学的核心章节,它的独特之处在于函数能够与其他数学章节之间进行联系,从而提升了高考数学的难度,另外国家教育部下发的新课改也在逐渐的进行中,在这个过程中也暴露出许多高中函数教学的实践问题,而高中的学生在认知理解能力上是存在一定限度的,单单依靠自身进行函数的学习是不能够真正理解函数的内涵的,因此高中的数学教师一定要在教学模式与方式上进行创新发展,推动数学教育的改革。

一、当前高中函数教学教学实践问题

在进行新课改教育的时候我们发现当前高中数学教育改革存在着许多的问题,其中比较突出的问题有三点,我们接下来详细分析。第一点,在调研中我们发现现在许多高中学生对于函数的概念不能理解,或者概念有些混淆,这主要是因为高中的函数较多,内容有些相似,在记忆的时候就会比较繁杂,加上函数本身就是一种抽象的概念,学生仅仅通过文字和老师的一些话语分析很难真正进行理解。第二点,高中学生的学习效率比较低,本身高中学习的内容比较多,数学的难度相比较于其他科目来说难度较大,教师在进行教学的时候延续传统的教学模式,注重于理论讲解,而数学很多概念都很抽象,学生无法理解,自然学习没有积极性而导致学习效率的下降。第三点,学习数学很重要的一点是要对所学知识进行层次之间的转化,在函数的学习时如果能够将函数知识转化为图形来进行理解就会相对容易,但是大多数

的高中学生不具备这样的能力,时间一长会导致学生直接对数学学生丧失信心,严重一些的还会对函数的学习产生厌倦心理,这些都不利于数学函数的教学。

二、高中函数教学实践问题的解决措施

2.1 加强概念教学

高中的函数教学内容主要还是依赖

结束语

根据上述的研究我们不难发现当前的高中数学教育在函数章节还存在不小的问题,这样的教学模式不但不能适应当前的新课改背景,还会影响学生对于数学知识的掌握情况,因此教师要在之后的教学实践中打破传统的教学观念,学习先进的教学理念,从教学方法上进行创新应用,从而提高学生的高中函数学习质量,让学生在高考中获得更大竞争力。

参考文献

- [1] 殷开勇. 高中函数教学实践问题研究[J]. 数学学习与研究, 2017(20): 72.
- [2] 吴仙凤. 基于翻转课堂教学模式的高中函数教学实践研究[J]. 才智, 2015(26): 31.
- [3] 王丹. 数学建模思想在高中函数教学中的应用研究[D]. 陕西师范大学, 2016.

(上接第518页)

科学精神和创新意识,提升数学学科核心素养.高中数学课程面向全体学生,实现人人能获得良好的数学教育,不同的人人在数学上得到不同的发展.而将猜想引入课堂教学,这样不仅仅能够达到熟能生巧的训练目的,还能够让学生提高学习数学的热情,让他们觉得数学并不是一个枯燥无趣的学科,而是同其他学科一样,具有一定的趣味性和创造性,让他们根据自己的兴趣自主的寻找数学知识,探索数学知识,理解数学知识甚至能够运用数学知识.在这个自我成长的过程中,学生的思考能力,表达能力,推理能力都能够得到进一步的提升,也进一步完成不同的人人在数学上得到不同的发展.

结论

综上所述,猜想是发现规律,是发现解决问题的方法与思路的关键环节.目前我们学校的教育,单纯的给学生灌输知识已经不能满足我们现阶段学生的发展,他们需要的不是死记硬背,而是理解运用,我们现阶段的目标就是培养他们自主学习的能力.作为一名高中数学教师,肩上有着相当重大的责任,同时也

担负着重要的使命感,应该加大对培养学生的思维能力的重视程度,引发学生们对数学的学习兴趣,增强他们学习的动力,开阔他们的视野,提升他们的解题能力,为以后的数学学习打下坚实的基础,真正的爱上数学,喜欢数学

参考文献

- [1] 何发全. 浅谈中学数学解题教学中创新思维的培养[J]. 宁德师专学报(自然科学版), 2008(1): 76-79
- [2] 郝利华. 猜想在初中数学教学中的应用[J]. 学周刊, 2013(16): 158-158.
- [3] 沈琪. 在数学教学中引导学生合理猜想[J]. 教育科研论坛, 2008(11): 55-56.
- [4] 沈浮, 王俊, 张清泽. 数学猜想在高等数学教学中的运用[J]. 兰州教育学院学报, 2011(1): 118-119.
- [5] 羊健康. 营造环境, 培养学生数学创新[J]. 中学教研, 2005(4): 18-20.