

# 浅谈数形结合思想在解高中数学题中的应用

李中华

(湖南师范大学附属中学 湖南 长沙 410006)

**[摘要]** 数形结合思想是学习数学的一种重要思想,在解数学题的过程中,学生将数和形有机结合起来,对于提高解题速度和效率有积极的作用。研究数形结合的思想数学的学习和教学都大有裨益,对于一些比较抽象的数学问题,数形结合可以把抽象的问题直观化,把复杂的代数问题与几何表示相结合,是一种非常实用的解题方法。本文介绍了数形结合解题思想的概述,以高中数学为例,从集合、函数、解析几何等当面对数形结合思想在解高中数学题中的妙用

**[关键词]** 数形结合;高中数学;解题技巧

## 一、数形结合思想概述

在数形结合思想中,“数”和“形”看似是两种相互对立的数学概念,却有着密不可分的内在联系。数形结合的解题思想是把题目所给条件中静态的数值和动态的图像结合起来,通过分析和研究,将枯燥的数据具体化,复杂的表达直观化,从而提高解题效率。在数形结合的概念中,“形”可以使用图像直观地表现出“数”,“数”则可以对“形”进行量化的分析,由此可见“数”和“形”是相互依存的,数形转换在解决高中数学问题中普遍存在,是解开数学题目的重要思想。数形结合思想在高中数学中有广泛的应用,解集合,不等式,向量,三角函数,解析几何,立体几何等类型的题目都可以通过使用数形结合的方式提高解题效率。高中阶段使用数形结合思想主要有两种方法:以数化形和以形化数。

### 1.1 数形结合的应用方法

#### (1) 以数化形

以数化形的内涵就是根据题目中给出的一些条件,将数值关系转换成图形的位置、大小关系。通常根据题意,将数据分析称具体的图像或者图形,将问题的解答简化为图形的平移、旋转等变化的解答。通过分析图形,我们可以得出数据与解题条件之间的联系,对于一些比较抽象的数据,将其转换成有直观特点的图像,这样可以很大程度上提高解题效率。通过数学模型的构建,学生可以更加深入地理解题目给出的数学信息,这有助于数学知识的理解和记忆。例如对方程 $|x-1|=k+1$ 对 $k$ 取不同值时 $x$ 的解进行讨论,这个方程可以用折线图来表示,这样以数化形,把解方程的问题直观表达为折线的平移问题,问题就可以很轻松地解决。

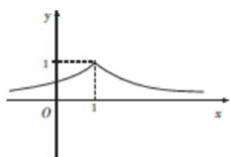
#### (2) 以形化数

以形化数的内涵是从图形中的位置关系转换成数值关系,通过读取题目中给出的图形信息,经过分析得到相应的数据,再利用计算出的数据来解题。以形化数要求学生熟练掌握数学图形的特性,这样才能利用图形自身的特点带入计算,实现图形的数字化处理,从而避免复杂的运算过程。例如在三角函数图像解题时,可以通过图中得到相应的周期、频率、幅值等信息。还有在解析几何类题型中,可以从图中读取半轴长、焦点等特征,利用图形的几何特征来解题,往往比直接计算其标准方程要高效的。

## 二、数形结合的应用

### 2.1 数形结合在函数中的应用

例题:若函数 $y=(\frac{3}{2})^{|1-x|}+m$ 的图像与 $x$ 轴有公共点,则 $m$ 的取值范围为( )

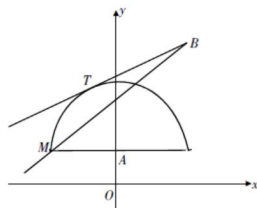


解:首先作出 $y=(\frac{3}{2})^{|1-x|}$ 的图像,欲使 $y=(\frac{3}{2})^{|1-x|}+m$ 的图像与 $x$ 轴有交点,则 $-1 \leq m < 0$ 。

### 2.2 数形结合在解析几何中的应用

例题:曲线 $y=1+\sqrt{4-x^2}$ 与直线 $y=k(x-2)+4$ 有两个不同的交点,求实数 $k$ 的取值范围

解:曲线 $y=1+\sqrt{4-x^2}$ 可以解为 $4-x^2+(y-1)^2(1 \leq y \leq 3)$ ,可以发现曲线是以点 $A(0,1)$ 为圆心,2为半径的圆。且 $y$ 的值域大于1。直线 $y=k(x-2)+4$ 过定点 $B(2,4)$ 。可以作图



直线绕点 $B$ 按照顺时针选择至直线与圆相切,当直线与圆的一个交点在弧 $MT$ 之间都满足题目要求。又由交点 $M$ 在直线 $y=1$ 上,可以计算出 $M$ 的坐标为 $(-2,1)$ 。直线 $BM$ 的斜率为 $k_{BM}=\frac{3}{4}$ ,

点 $A$ 到直线 $BT$ 之间的距离等于半径。有 $\frac{1+2k-4}{\sqrt{1+k^2}}$ ,可以解出 $k_{RT}=\frac{5}{14}$

,因此 $k \in (\frac{5}{14}, \frac{3}{4})$

## 三、结论与分析

综上所述,在解高中数学题时,合理地运用数形结合思想,不仅可以提高解题效率,而且有助于学生构建活跃的思维形式,提高空间想象力、完善知识结构、提高数学综合能力。在数形结合思想的运用中,以数化形和以形化数是相辅相成、密不可分的。为了提高学生的逻辑思维能力,提高数形结合思想的培养,学生需要熟练地掌握基本的数学函数特征,还需要学生具备多元化的思考方式,这样才能将抽象的数学公式具体化,结合实际的数学问题来进行分析和思考。

数形结合思想的应用其实就是对数学方法的本质把握,在这种方法下,问题就会变成一系列图形的动态思考和静态分析,这样不仅可以提高学生的想象力,还有助于学生养成多思考、多分析的学习习惯,在一定程度上实现了多角度的方式看待问题,逐渐形成辩证的思维模式。

### 参考文献

- [1] 胡玉静. 数形结合思想在高中数学教学中的应用与分析[D]. 信阳师范学院, 2015.
- [2] 王梅红. 例析数形结合在高中数学中的妙用[J]. 数理化解题研究, 2017(07): 25-26.
- [3] 刘美. 高中数学解题技巧之“数”“形”结合策略[J]. 数学大世界, 2017(06): 77.