在高中数学解题过程中化归思想的应用探讨

刘会彩

（望都县固店中学　河北　保定　072450）

[摘　要]所谓化归思想是指将陌生、不易处理的问题，采用相关转化方法，转化为熟悉、易处理的问题。高中数学涉及的知识点较多，题型复杂多变，掌握化归思想可使学生迅速找到解题突破口，实现快速、高效解题，因此，教学中数学基础知识和化归思想均应纳入教学的重要内容，并积极实践。有鉴于此，下文在充分结合相关文献研究以及笔者多年教学工作经验情况下，主要就高中数学解题过程中化归思想的应用展开探讨，以期能够为其他教师工作开展提供一定参考。

[关键词]高中数学；解题教学；化归思想；应用

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6261.2019.11.176

一、换元法

在高中数学教学过程中，换元法作为一种非常重要的数学思想，起到了统领作用。借助换元来解决数学问题，可以联结分散条件，显现隐含条件，关联条件与结论，从而达到简化并快速得出结果的效果，可以有效提升学生的实际解题能力，同时促使学生深刻把握数学思想。

例1：已知实数a，b，c满足a+b+c=0，$a^2+b^2+c^2=1$，试求出a的最大值。

分析：在换元的过程中，可以使解题过程化繁为简。本题的解题思路为：首先，换元转化；接着，建立模型；最后，将其转化为关于a的式子，从而获解。

解：令b＝x，c＝y，则有x＋y＝－a，$x^2+y^2=1-a^2$。此时直线x＋y＝－a和圆$x^2+y^2=1-a^2$有交点，则圆心到直线的距离

$d=\dfrac{|a|}{\sqrt{2}}\leqslant\sqrt{1-a^2}$，解得$a^2\leqslant\dfrac{2}{3}$所以a的最大值为$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$。

说明：换元法在本题中显露无遗。这一类型的问题意在引导学生通过换元将问题转化为直线与圆的位置关系问题，从而简化问题，彰显换元法的强大生命力，旨在提升学生的眼界与认知力，与此同时逐步体会其巨大作用。

二、直接转化法

直接转化法是解题中最常见的一种解题方法。首先通过审视题目，直接从问题的条件出发，合理运用好一些概念、定理、公式、法则等，通过有效沟通，进行变形、推理、计算后，将原问题转化为一些基本问题，从而得出结论。

例2：已知数列$\{a_n\}$的前n项和是S_n，且有$a_1=3$，$a_n=2S_{n-1}+3^n$（n≥2），试求出数列$\{a_n\}$的通项公式a_n.

分析：从知识角度而言，不少学生可以找到正确的处理路径。本题的转化需要整体思维的辅助，从而关注到其一步步转化问题的过程。首先，通过递推关系转化；接着，利用整体思维实现转化；然后，借助公式求解；最后，规范作答。

解：因为$a_n=2S_{n-1}+3^n$，所以$a_{n-1}=2S_{n-2}+3^{n-1}(n\geqslant3)$. 两式相减，可得$a_n-a_{n-1}=2a_{n-1}+2\cdot3^{n-1}$，即$a_n=3a_{n-1}+2\cdot3^{n-1}$，所以$\dfrac{a_n}{3^n}=\dfrac{a_{n-1}}{3^{n-1}}+\dfrac{2}{3}(n\geqslant3)$. 又$a_2=2S_1+3^2=2a_1+3^2=15$，$\dfrac{a_2}{3^2}=\dfrac{5}{3}=\dfrac{a_1}{3}+\dfrac{2}{3}$，所以数列$\left\{\dfrac{a_n}{3^n}\right\}$是首项为1、公差为$\dfrac{2}{3}$的等差数列，所以$\dfrac{a_n}{3^n}=1+(n-1)\times\dfrac{2}{3}$，所以$a_n=(2n+1)3^{n-1}$.

三、参数转化法

在含有多个变量的问题中，若从常规思路出发来确定主元，极易导致问题的复杂化。此时不妨再去探究题目的结构特征，摆脱思维定式的束缚，变换思维进行分析，选择某个参变量作为主元，也就是反客为主，转移变元的位置，常常可以使问题迅速获解。

例3：设不等式$mx^2-2x-m+1<0$对于满足|m|≤2的一切m都成立，试求出实数x的取值范围。

解：设$f(m)=(x^2-1)m+1-2x$，则有$|m|\leqslant2$时$f(m)<0$恒成立，所以$\begin{cases}f(2)=2x^2-2x-1<0,\\ f(-2)=-2x^2-2x+3<0,\end{cases}$解得$\dfrac{\sqrt{7}-1}{2}<x<\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$. 所以实数x的取值范围为$\left\{x\,\middle|\,\dfrac{\sqrt{7}-1}{2}<x<\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}\right\}$.

分析：本题为一道典型的需要借助参数转化法解题的问题。在所给出的方程中，x是主变元，m为参变量，只有将主变元与参变量的位置交换，才能另辟蹊径。本题的解题思路为：首先，从题目条件出发进行参数转化；接着，去分析转化后的问题；最后，快速汇总得出结论。

说明：本题仅仅是对参数转化法使用的一般性探究，利用该法还可以解决分解因式、证明不等式、求参数取值范围、求最值等问题，它在高中数学中有着广泛的应用性。通过思维角度的变化，不仅可以使解题思路清晰，而且可以让解法简洁，体现了普遍联系及和谐统一的哲学观点，若可以灵活运用并总结提炼，必将收到事半功倍的效果。

四、等价转化法

等价转化法，即当面对一个未知的问题的时候，要注意从已知知识范围内检索，以便寻求到解决问题的思路，有效拓展解题的思路。在转化中，要注意等价性，其中的因果关系必须既是充分的又是必要的，从而保证转化后的结果还为原问题的结果。

例4：若不等式|x|＋|2x+3|≤a的解集为空集，试求出实数a的取值范围。

分析：等价转化总是将抽象化为具体，将复杂化为简单，将未知化为已知，在迅速变换与合理寻找中，选择解决问题的路径。本题的解题思路是：首先，确定零点；接着，通过去绝对值分类实现等价转化；然后，逐步求解；最后，汇总得出结果。

解：不等式$|x|+|2x+3|\leqslant a$可等价转化为$\begin{cases}x<-\dfrac{3}{2},\\ -x-(2x+3)\leqslant a,\end{cases}$或$\begin{cases}-\dfrac{3}{2}\leqslant x\leqslant0,\\ -x+(2x+3)\leqslant a,\end{cases}$或$\begin{cases}x>0,\\ x+(2x+3)\leqslant a.\end{cases}$即$\begin{cases}x<-\dfrac{3}{2},\\ x\geqslant-\dfrac{a+3}{3},\end{cases}$或$\begin{cases}-\dfrac{3}{2}\leqslant x\leqslant0,\\ x\leqslant a-3,\end{cases}$或$\begin{cases}x>0,\\ x\leqslant\dfrac{a-3}{3}.\end{cases}$

又不等式$|x|+|2x+3|\leqslant a$的解集为空集，则有$\begin{cases}-\dfrac{a+3}{3}\geqslant-\dfrac{3}{2},\\ a-3<-\dfrac{3}{2},\\ \dfrac{a-3}{3}\leqslant0,\end{cases}$解得$a<\dfrac{3}{2}$，所以实数a的取值范围为$\left\{a\,\middle|\,a<\dfrac{3}{2}\right\}$.

说明：历年高考中，运用等价转化思想解题的例子数不甚数。学生若能谨慎入题，把握题目的主脉，从中体会到转化思想的价值，则可以不变应万变，发挥出较好的水平。本题属于一道具有一般性、典型性、综合性和抽象性的题型。通过转化意识的建立，利于学生化难为易，形成正确的、简捷的解题路径。

结论

为使学生切实掌握化归思想，教学中应做好教学经验总结，注重化归思想的应用研究。本文通过研究得出以下结论：1.高中数学教学中，不仅要为学生讲解高中数学基础知识，使学生掌握基本知识以及解题的基本能力，而且要为学生系统讲解化归方法以及化归时应遵守的原则，把握化归思想应用重点。2.为学生讲解化归的具体实现方法，应结合例题讲解，使学生掌握相关化归方法的具体应用。

参考文献

[1] 陈兴隆.关于转化思想方法在高中数学解题中的应用探讨[J].数学学习与研究，2019(18).

作者简介：

刘会彩（1976～），女，河北保定人，中学一级教师，主要研究数学教学方向。