例谈应用比例知识巧解问题的策略

汤秀荣

（安徽省宿州市埇桥区九小教育集团　安徽　宿州　234000）

[摘　要]小学到了高年级，数学知识难度加大，有些问题综合性比较强，解答方法多样，教师要适时渗透算法的简化、优化思想。学习了比例的知识后，运用比例的知识解决问题，可以使复杂的问题解答简单化，也拓宽学生的思维空间，帮助学生实现从算术到代数、从常量到变量的过渡和转变。

[关键词]正比例；反比例巧解行程问题分数问题

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6261.2020.05.713

郑毓信教授在他的讲座中指出，数学的核心素养是使学生一天比一天智慧，一天比一天聪明。教师要帮助学生了解各种思维方式，让学生通过数学学会数学的思维，让思维更清晰、深刻、更全面，能根据自己的思维习惯、爱好选择最合适的思维方式。小学到了高年级，数学知识难度加大，有些问题综合性比较强，解答过程比较复杂，解答方法多样化，学生提出多种算法后，教师要适时引导学生分析比较：喜欢哪种方法？渗透算法的简化、优化思想。学生在六年级下册学习了比例的知识以后，视野更加开阔，开始从常量的世界进入了变量的世界，增加了运用比例的知识解决问题，尝试研究现实世界中的变化规律，运用运动和变化的观点学会想问题的一些方法，从而初步体会函数思想。运用比例的知识解决一些问题，可以使复杂的问题解答简单化，也拓宽学生的思维空间，提高学生思维灵活性和深刻性。教师要帮助学生实现从算术到代数、从常量到变量的过渡和转变。

一、应用比例知识巧解行程问题

行程问题与我们的生活息息相关，是小学数学课程中非常重要的知识点。在行程问题中，时间、速度和路程这三个基本数量之间的关系是：时间×速度=路程，路程÷时间=速度、路程÷速度=时间。六年级下册学习了比例的知识后，时间、速度和路程这三个基本数量之间有着这样的关系：时间一定时，速度和路程成正比例；速度一定时，时间和路程成正比例；路程一定时，速度和时间成反比例。

1.应用正比例知识巧解行程问题

例1.一辆货车和一辆客车同时从甲乙两地相对而行，相遇时，客车比火车多行100千米，已知客车和货车的速度比是6：5。求甲乙两地相距多少千米。

根据题意，时间一定时，速度和路程成正比例，在相同时间内客车和货车所行的路程比等于他们的速度比6：5，所以相遇时，客车比货车多行（6-5）份，则每一份代表的路程为100÷（6-5）=100千米。则甲乙两地路程为100×（6+5）=1100千米。

例2.北京到青岛的铁路长960千米，一列火车5小时行驶了全程的三分之一，照这样计算，从北京到青岛需要几小时？

解法1.用算术方法解答：960×$\frac{1}{3}$÷5=64（千米）960÷64=15（时）解法2.

用比例知识解答：这一题的速度一定，火车行驶的路程和时间就成正比例。5小时行驶的路程与全程的比是一比三，那么5小时与行完全程用的时间比也是一比三，所以求北京到青岛需要几小时可以是5×3=15（时），还可以15÷$\frac{1}{3}$=15（时）。比较一下用比例的知识解答，是不是比算术方法更简便些呢？

2.应用反比例知识巧解行程问题

学习了反比例的知识以后，有些行程问题用比例的知识解答更容易些。

例3.从甲地到乙地，客车要6小时，货车要8小时，客车速度比货车快几分之几？

解法1.用算术方法解答：把甲地到乙地的路程看成“1”，客车每小时行完全程的六分之一，货车每小时行完全程的八分之一。求客车速度比货车速度快几分之几列式为：（$\frac{1}{6}-\frac{1}{8}$）÷$\frac{1}{8}=\frac{1}{3}$，或者$\frac{1}{6}\div\frac{1}{8}-1=\frac{1}{3}$。答：客车速度比货车快$\frac{1}{3}$。

解法2.用正、反比例的知识解答就可以这样想：当路程一定时，速度和时间就成反比。从甲地到乙地的路程一定，客车和货车所用的时间比是6：8，客车和货车速度比就是8：6，把客车速度看作8，货车速度看作6，求客车速度比货车速度快几分之几列式为（8-6）÷6=$\frac{1}{3}$，或者8÷6-1=$\frac{1}{3}$。

答：客车速度比货车快$\frac{1}{3}$。

3.用正、反比例的知识解答难度大一点的行程问题

例4.客车从A站开往B站货车要6小时，从B站开往A站要8小时，若两车同时从A B两站相对开出，在距离中点50千米处相遇。AB两站相距几千米？

解法1.像这样的难题，用方程解答：先求出两车同时从A B两站相对开出的相遇时间。把A B两站之间的距离看成“1”，客车的速度是六分之一，货车速度是八分之一，相遇时间就是1÷（$\frac{1}{6}+\frac{1}{8}$）=$\frac{24}{7}$，解：设A B两站相距X千米，列出方程就是：$\frac{1}{8}X\times\frac{24}{7}+50=\frac{1}{2}X$，$\frac{3}{7}X+50=\frac{1}{2}X$，$\frac{1}{2}X-\frac{3}{7}X=50$，$\frac{1}{14}X=50$，X=700。答：AB两站相距700千米。

解法2.用算术方法解答：开始和解法1.一样，先求出两车同时从A B两站相对开出的相遇时间：1÷（$\frac{1}{6}+\frac{1}{8}$）=$\frac{24}{7}$。货车每小时行驶全程的八分之一，相遇时行驶全程的$\frac{3}{7}$（$\frac{1}{8}\times\frac{24}{7}=\frac{3}{7}$），比全程的二分之一少行50千米。所以全程的$\frac{1}{14}$（$\frac{1}{2}-\frac{3}{7}$）就是少行的50千米，全程就是50÷（$\frac{1}{2}-\frac{3}{7}$）=700（千米）。

解法3.用比例知识解答：路程一定时，速度和时间成反比，A B两站路程一定，客车和货车的时间比是6：8，客车和货车速度比就是8：6，化简后是4：3，两车同时从两站相对开出到两车相遇，时间一定，速度和路程成正比例，速度比是4：3，路程比也是4：3，可以理解成两车相遇时客车行驶4份，货车行驶3份，全程是7（4+3）份。两车在距离中点50千米处相遇，相遇时客车行驶的路程比二分之一的总路程多50千米，那货车行驶的路程比二分之一的总路程少50千米。相遇时，客车就比货车多行（50×2）千米，所以客车行的4份比货车行的3份多1份，多1份就多行（50×2）千米，1份就是（50×2）千米，所以全程就是：50×2×（4+3）=700（千米）。比较一下用比例的知识解答，是不是比别的方法更容易理解些呢？

二、应用比例知识巧解分数问题

有些复杂的、繁难的数学问题是可以巧用比例知识解答的。

1.应用正比例知识巧解打折问题

比如这一道数学题：甲乙两个商店开展促销活动。某种商品原价20元，现甲商店按七折出售，乙商店买三个送一个。哪个商店的商品便宜？

“不同的学生学习不同的数学”。

一般方法是：

（1）七折就是$\frac{7}{10}$、70%、0.7，到甲商店买一个的话，需要20×0.7=14元；到乙商店买三个送一个，也就是说：需要花20×3=60元就可以买四个，照这样计算，那么一个就是：60÷4=15 元。14小于15，所以甲商店的商品便宜。如果到乙商店买不够三个，不能送一个，到乙商店买更贵。

（2）到甲商店购买四个商品的话，需要20×4×0.7=56元；到乙商店买三个，需要20×3也就是60元，买三个送一个，就是说60元买了四个。56小于60，所以甲商店便宜。”

应用比例知识巧解：用3÷（3+1），等于75%，也就是说乙商店打七五折。

多数学生容易接受的讲法是：把这种商品的原价看作1元。到乙店买这种商品四个，原来需要4元；而现在做活动，买三个送一个，实际只要花3元就可以了。所以到乙店买这种商品四个，现在花的钱数3元是原来钱数4元的75%，也就是七五折。七折小于七五折，所以甲店便宜。

还可以这样理解：不论某种商品的原价是多少元，到乙商店购买四个的话，求现在的总价（3×原价）是原来总价（4×原价）的百分之几？可以列式为（3×原价）÷（4×原价），再利用商不变的规律，被除数（3×原价）和除数（4×原价）同时除以“原价”，商不变，（3×原价）÷（4×原价）= 3÷4。所以计算这一题可以不需要用到“某种商品原价20元”这个条件，用3÷（3+1）就算出到乙商店购买打了几折。应用比例知识的讲法是：单价一定时，总价和数量是成正比的。打折前后的总价比和数量比是相等的。打折前后的数量比是四比三，总价比也就是四比三。到乙店买4个，打折前后数量不变时，单价和总价成正比，总价比是四比三，打折前后单价比是四比三。到乙店买这种商品，打折前单价是4，打折后单价是3，到乙店买打的折扣就是3÷（3+1），等于75%。

应用反比例知识巧解打折问题

例题：一种果汁原来的包装是每瓶1000毫升，售价5元。现在厂家搞“加量不加价”的促销活动，新包装的果汁量比原来增加了20%。现在相当于打几折出售？（%前保留一位小数）

总价不变时，单价和数量成反比，促销前后的数量比是1000：（1000+ 20% ×1000），促销前后的单价比就是（1000+ 20% ×1000）：1000，所以现在相当于打几折出售列式为：

1000÷（1000+20% ×1000）=1000÷ 1200≈83.3%

应用比例的基本性质巧解分数问题

六年级有很多类似的这样的题目：“超市新进一批饮料，牛奶箱数的七分之四与可乐箱数的九分之七相等，那么牛奶箱数与可乐箱数的最简整数比是多少？”，“男生人数的三分之二与女生人数的60%相等，男、女生人数的比是多少？”等等，这种类型的题可以利用比例的基本性质（也就是：在比例里，两个内项的积等于两个外项的积）反过来运用，先列出数量之间的等量关系，再列出比例式，再化简比。

以第一题为例解答如下：

“牛奶箱数的七分之四与可乐箱数的九分之七相等”这句话隐含的数量之间的等量关系是：牛奶箱数×$\frac{4}{7}$=可乐箱数×$\frac{7}{9}$，把“牛奶箱数”和“$\frac{4}{7}$”写在比例的外项位置上，“可乐箱数”和“$\frac{7}{9}$”就写在比例的内项位置上，所以牛奶箱数：可乐箱数=$\frac{7}{9}$：$\frac{4}{7}=\frac{7}{9}\times\frac{7}{4}$=49：36

加里宁说：数学是思维的体操。数学教师要引导学生思考问题更加深入、全面、合理，为培养高、新技术人才奠定基础。