

例谈初中数学几何探究型问题的教学

金伟杰

(上海市嘉定区留云中学 上海 201802)

【摘要】初中数学几何知识的学习过程往往是建立在经验基础上的一个主动构建的过程，通常需要经历观察、猜想、实验与论证等一系列的数学活动。而几何探究型问题的解决过程，可以看作是这一学习过程的再现，通过这类问题的教学，可以丰富学生的解题经验，提高学生分析问题和解决问题的能力，培养学生的探究精神。上海市初中毕业统一学业考试（以下简称“中考”）数学试卷的压轴题往往是几何综合问题，其设计充分考虑到了学生的学习经验和认知规律，因此对日常的教学有极大的参考价值。本文结合其中几例，浅谈几何探究型问题的重要性及其教学策略。

【关键词】几何探究型问题；上海中考数学；教学策略

【DOI】 10.12252/j.issn.2096-6261.2020.05.293

“图形与几何”作为初中数学的一个重要内容，不仅可以培养学生的逻辑推理能力，而且对于培养学生的数学学习兴趣和数学解题敏锐度有重要作用，不少学生就是在学习了几何内容后，才感受到了数学学习所带来的乐趣。随着几何的学习到了初中高年级的阶段，定义定理的增加，图形的复杂多变，对学生的能力要求随之相应提高，越来越多的学生感到难以解决数学试卷中的“几何压轴题”，甚至出现了恐惧心理，产生了畏难情绪，失去了解决这类问题的信心。针对这一现象，结合日常教学中的反思，笔者认为如果加强对几何探究型问题的教学，对学生解决“几何压轴题”会有一定的帮助。从近几年上海市中考压轴题的命题情况来看，在解决探究型问题的过程中所形成的经验和结论对解答压轴题起到了重要作用。

下面以2019上海中考25题为例谈谈如何培养学生几何问题的探究能力。

原题呈现：

如图（1）所示，AD、BD分别是△ABC的内角∠BAC、∠ABC的平分线，过点A作AE⊥AD，交BD的延长线与点E。

(1) 求证：∠E = 1/2 ∠C；

(2) 如图（2）所示，如果AE=AB，且BD:DE=2:3，求cos∠ABC的值。

(3) 如果∠ABC是锐角，且△ABC与△ADE相似，求∠ABC的度数，并直接写出 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值。

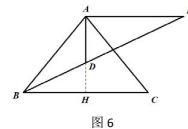
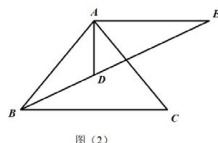
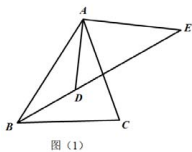


图6

长、角度或边角关系等等。

例如2019上海中考数学卷25题中的第（2）小问增加了两个新条件，“AE=AB，且BD:DE=2:3”，这一小问的解决，是七年级第二学期在学期学习等腰三角形时的一个重要模型，即“角平分线-平行线-等腰三角形”三者往往由其中两个可以推导出第三个，而且只需要一组角的转换，十分好用。这样一来就提供了添加辅助线的思路，因为AB=AE，BE平分∠ABC这两个条件易得AE∥BC，由于AE⊥AD，这样延长AD与BC交于点H后（如图6），AH与BC也是互相垂直的，这样要求cos∠ABC的值只要求出BH:AB的值就可以了。

按照这一思路，教师如果能进一步添加一些条件引导学生继续探究，那么学生对问题本质会有更系统的认识与更深层的理解，而新条件使用需要学生重新结合原有条件加以分析，对提高学生的知识整合能力也有很大帮助。

比如在学习了等腰三角形以后，对练习部分上的探究活动添加一个条件：过点D作BC的平行线MN，能得到什么新的结论？（如图7、8、9）



图7

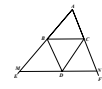


图8

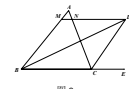


图9

增加平行线的条件之后，就出现了解决2019年中考25题第（2）小问的“角平分线-平行线-等腰三角形”这一基本模型，在这一探究过程中还可以通过交换条件与结论的方式，如给出角平分线与等腰三角形两个条件，推导出两直线平行的结论。这样学生在探究中反复使用的过程能够给学生带来深刻印象，在后续解决类似问题时对此类条件的敏感度会大大提高，对数学模型的理解和解题速度的提升都具有强化作用。

三. 增加不确定因素，渗透分类讨论思想

不确定性是几何问题的一大特点，也是学生学习几何的一个难点，特别是在没有现成图形的情况下，学生往往会在思考和分析上不够到位，出现断章取义的情况，有时即便想到了需要分类讨论，有些情况还需要结合整个题目予以排除，难度很大。因此在几何问题探究的过程中，渗透分类讨论思想，能有效地培养学生思维的条理性与缜密性。

近几年的上海中考数学卷基本都将需要分类讨论的问题放在了最后与几何有关的综合问题当中，常见的分类有：等腰三角形腰与底（也可以说是底角与顶角）的分类，直角三角形中直角与锐角的分类，相似三角形中对应顶点的分类，直角坐标系中相同特征下图形顶点对应坐标的分类等。

例如2019上海中考数学卷25题中的第（3）小问增加的是两个三角形相似这一不确定因素，因为两个三角形没有明确给出对应顶点，因此需要分类讨论。在∠ABC是锐角的情况下，△ABC与△ADE要相似，△ADE中的∠DAE已经固定为90°，因此分为两种情况：∠BAC=90° 或者 ∠ACB=90°

在几何探究问题中，类似本题的命题方式是渗透分类讨论思想的经典模式，首先这种分类起点不高，大部分学生在审题时应该能够意识到需要分类讨论，真正难点还是在于学生能否根据不同情况画出对应图形并解答，这需要具备良好的图感及综合分析能力。因此，在几何探究问题的教学中，教师也可以参照这个模式，在初中阶段所涉及的分类讨论问题门槛不必过高，以等腰三角形的分类讨论等经典分类问题为主要背景渗透分类讨论思想即可，最后的关键还是在探究过程中图感和经验的培养与形成。

四. 同一条件多次使用，巩固知识点，发散学生的思维

几何问题中的条件在不同背景下经常出现不同的用法，比如平行线，最初只能用来证明角相等，随着几何学习的深入，它还作为判定平行四边形的条件来使用，还能证明所截得的对边成比例等等。一个条件该如何使用，首先应该了解这个条件有哪些用法。如果每次在几何探究问题的教学中将一个条件用全、用透，能够巩固学生的几何知识，开阔学生的思路。

2019年上海中考的25题可以说是将角平分这一条件用全、用透的典型例子。第（1）小问用的是最基本的角度关系，第（2）小问结合了平行线，用到了“角平分线-平行线-等腰三角形”这一基本模型，最后我们来看第（3）小问的解答。

第一种情况：当∠BAC=90°时，第（1）小问已证得结论：

一. 从“特殊到一般”，注重变式问题的探究，把握问题本质

教师利用课本上的例题、习题以及配套的练习部分上的习题，引导学生进行变式探究，一方面能更有效地引起学生的主动思考，让学生体会到数学学习的成就感，激发学生的学习欲望；另一方面可以让学生从多个不同角度感悟几何问题的本质，深化对相关概念及定理的理解。而探究几何问题，往往需要作图，无形中锻炼了学生的作图能力。

例如2019上海中考数学卷25题中的第（1）小问，需要证明一个角的大小是另一个角的一半，结合题目中角平分线这一关键条件，最后运用三角形内角和的知识证明结论。我们将本题与七年级第二学期“三角形内角和”一章中配套练习部分的探究问题做一个比较：原题呈现：

(1) 如图（3），BD、CD分别是△ABC的内角∠ABC、∠ACB的平分线，请说明∠BDC与∠A之间的等量关系是∠BDC=90° + 1/2 ∠A。

(2) 如图（4），BD、CD是△ABC的两个外角平分线，请你探究∠BDC和∠A之间有何样的等量关系。

(3) 如图（5），BD、CD分别是△ABC的一个内角的平分线与一个外角的平分线，试探究∠BDC与∠A之间的等量关系。

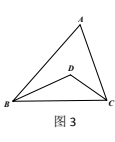


图3

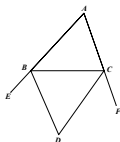


图4

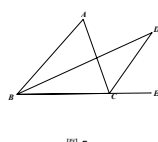


图5

不难发现，2019年25题的第（1）小问的解题思路源于练习部分的这一问题的探究过程，并且将三角形内角的平分线拓展到外角，这一探究过程能够帮助学生形成探究经验，最终理解问题本质。这种从特殊到一般的探究模式是学习和研究数学问题的经典模式，这一过程其实不仅仅开阔了学生的视野，更重要的是帮助学生真正理解和把握问题的本质属性，面对不同变式问题能够达到“以不变应万变”的境界。

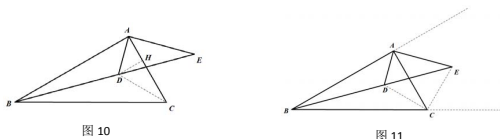
二. 从“一般到特殊”，添加特定条件，提升知识整合能力

在几何学习的过程当中，特殊元素往往会被专门研究，比如特殊的角、特殊的边等等。因此，探究一个几何问题时，对其变化过程中一些特殊情况的探究同样是非常重要的。这就需要在原有问题的基础上添加了特定的条件，如给出确定的边

$\angle E = \frac{1}{2} \angle C$, 因此易得 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 都是 30° 的直角三角形。 $\angle ABC$ 的度数是 30°

接下来求两个三角形的面积比, 常规思路就是先求出两个三角形的相似比。那么求出对应边的比值就能解决问题。

比如求 $AD:AC$ 的值(如图10): 因为点D是 $\triangle ABC$ 两个内角平分线的交点, 因此联结CD后可知CD平分 $\angle ACB$, 三角形角平分线交于一点的证明用的就是角平分线到角的两边距离相等这一定理, 这样易得 $\triangle ADC$ 是两个内角为 45° 和 30° 的三角形, 过点D作 $DH \perp AC$, 运用解直角三角形的知识就可以得到AD与AC的比值为 $\frac{\sqrt{2}}{1+\sqrt{3}}$, 平方后得到面积比的比值为 $2-\sqrt{3}$ 。

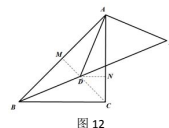


如果想通过 $DE:BC$ 的值来求解(如图11), 则延长BA和BC后发现, 点E是 $\triangle ABC$ 的一个内角与一个外角的平分线, 那么联结CE同样用角平分线的性质定理可得CE是另一个外角的平分线, 联结CD易得 $\triangle DCE$ 是等腰直角三角形, $DE = \sqrt{2}CD$, BC与CD的比值则与求 $AE:AB$ 时一样, 不在赘述。

求 $AE:AB$ 的值来求解的方法未涉及角平分线, 此处省略。

第二种情况: $\angle ACB = 90^\circ$ 时(如图12), 同样由第一小问已确定的结论 $\angle E = \frac{1}{2} \angle C$, 易得 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 都是等腰直角三角形。联结CD并延长与AB交于点M, 过D作 $DN \perp AC$, 可直接运用角平分线的性质定理得到 $DM = DN$, 再由等腰三角形三线合一得到CM是AB的垂直平分

线, 由此易得边长的比值: $CD = \sqrt{2}DN$, $AM = MC = (1 + \sqrt{2})DN$, 用勾股定理得到 $AD^2 = (4 + 2\sqrt{2})DN^2$, $AC^2 = 2AM^2$, 最后得到面积比即 $\frac{AD^2}{AC^2} = 2 - \sqrt{2}$ 。



可见在第(3)小问的解决过程中, 角平分线性质的运用非常关键, 结合前面两个小问, 2019年上海中考的25题将初中阶段角平分线的常见用法基本都考察到了, 并且在顺序上也是层层递进, 与角平分线相关内容的学习顺序是一致的。如果以本题为例, 让学生经历完整的探究过程, 那学生对角平分线的应用一定会产生更为深刻的理解和感悟。同时教师也可以借鉴本题的命题思路, 在几何探究问题的设计上围绕一个关键条件作为主线, 尽可能的涉及该条件的各种用法, 相比题海战术, 会起到事半功倍的作用。

美国著名的数学家波利亚在《怎样解题》一书中提到: “反复尝试是不够的, 我们必须试着用不同的方法, 变化我们的尝试, 使我们的尝试与环境相适应。”我们很多时候可能倾向于让学生一堂课解答几个题目, 解决多个困惑, 这固然高效, 然而却不够深入, 如果能放慢脚步, 用一堂课甚至几堂课来解决一个问题, 收获也许会更大。

参考文献

- [1] 高峰. 几何探究型问题中的“链式”探究题“探究”[J]. 中学数学教学. 2012. 6
- [2] 吴月红. 分类讨论在数学教学中的应用探析[J]. 学科教学与成才研究. 2019. 10
- [3] 王裕龙. 经典几何问题及变式教学: 复习备考的关注点[J]. 备考指南. 2019. 8

农村小学科学教育分析与策略研究

邹晓丽

(东辽县足民乡中心小学校 吉林 辽源 136200)

[摘要] 小学科学课程在小学教育教学中首先站在了科技发展的前沿位置, 必将为国家储备科学人才奠定基础; 充分分析农村小学科学教育现状, 提出未来发展策略。

[关键词] 农村; 小学科学教育; 现状; 策略

[DOI] 10. 12252/j. issn. 2096-6261. 2020. 05. 294

科技引导未来, 科技创造未来。十九大以来, 习近平总书记多次谈到国家发展的方向和社会所需要人才。同时, 也深刻的阐述了国家进步需要有强大的科技力量支撑的理念, 我们的国家已经进入新时代, 各大媒体、网络、电视等都可以看到计算机、大数据、人工智能等在飞速的发展, 科技引领世界的时代将会不断发展、壮大。而小学科学课程在小学教育教学中首先站在了科技发展的前沿位置, 必将为国家储备科学人才奠定基础, 但小学科学教育教学中存在诸多问题需要解决。

一、农村小学科学教育现状分析

1、多学科并存, 科学教育得不到重视

小学阶段的教育家长通常会看孩子的语文、数学、英语考多少分, 教育行政部门和学校评定学生的成绩的标准也多以这几科为主, 所以在教学过程中, 学校和教师向这些学科倾向度加大, 超成科学学科的教学有时候被边缘化, 得不到重视。更有甚者, 学校的科学教师流动化, 老师替补教学, 久而久之让科学教学和发展举步维艰。

2、师资力量不足, 教师专业素质欠缺

摆在小学科学教育面前最严重的问题就是科学教师人才的短缺, 科学教师专业型人才配备不足, 总量是求大于供, 这就好像一个组织系统, 进入组织的新生力量少, 专业型人才少是一个道理。而现在学校招聘教师时, 科学教育招录量很少, 有时全县个别学校招考一名科学教师, 有时几年都不招考, 这说明一个道理, 就是教育行政部门不重视, 学校认为科学是谁都可以教的科目, 教师转隶即可, 不需要招考。恰恰就是这种思想, 让每年师范院校的科学教育专业学生找不到可以施展才华的舞台, 只能改做其他教学或者行转到其他行业, 让科学教育的专业型人才大量流失。另外, 科学教师培训力度不够, 学校更多学科培训也多是所谓主科教师参与, 类似科学学科的教师没有机会学习到更多的新的教学理念, 致使农村小学科学教学思想及方法更新越来越慢, 更跟不上课程开发的要求, 也必将不适应现代教学的实际需要。

3、学生对科学学科的学习淡然

现在的小学生是听从班主任分配, 看家长脸色。班主任多是教授语文和数学的老师, 班主任多是要求本学科教学, 对于科学教学多是不会过问, 而小学生很多不具备自主学习的能力, 所以, 学生们多是强调, 谁管的严格, 谁直接和家长对话, 我就先学谁的科目。而家长更是唯有语文、数学、英语论, 经常听到家长说, 学好语、数、外走遍天下的言论, 这样的思想渗透和教育方式, 充分限制了学生对科技的研究和探索能力, 也让学生从思想上对科学教学默然, 会表达出一种学好

学坏一个样的想法, 主动学习的源动力也就消亡殆尽。

4、小学科学教育社会参与不够

小学生的科学教育是科学技术的一种普及, 应该为学生提供更多的实际操作场地或者实践基地, 但农村小学受地理环境的限制, 不具备或者很少有这样的机会参与, 这就需要社会力量参与其中, 为小学科学助力。

二、小学科学教育问题的策略研究

1、加强重视程度, 设立科学教育教研组

首先, 科学教师应该自己先重视科学教育, 逐步建立科学教育团队, 让教研先行。其次, 学校应该成立科学教研组, 定期开展教研活动, 让科学教育课程能和语文、数学、英语教学同台竞技。当然更应该为科学教学工作配备相应的设备、设施, 保证教学实际的需要, 也要从未来发展需要, 从培养人的角度上提高科学教育的重视程度。

2、培养专业型人才, 打开招聘瓶颈

首先, 解决科学教师的师资问题, 无论是教育行政部门, 还是学校, 应跟上时代步伐, 充分分析现行教育发展趋向, 在小学科学教育上要舍得花钱, 敢于投入, 对现有科学教师进行专业化培训, 而且要突出科学教育的学科地位, 注重培养现有可用科学教师的能力和业务水平。其次, 在教师招考中要给科学教育招聘人数一定的份额, 让师范类科学教育专业型人才进入教学当中来, 即可以对科学教育的思想进行更新, 又可以带动整个学科的发展, 着眼未来也可以培养出有远大理想的科技人才。

3、提高学生参与度, 增强课堂的实际操作

培养学生的主观能动性, 让科学教育的实践操作不仅限于书本, 更让它付之行动, 特别是实验课程, 要培养小学生的自然天性和动手能力, 让学生有平等的参与权, 只有学生感兴趣了, 喜欢了, 教学效果才会更好, 才能形成良好的学风, 更能让学生乐于学习科学课程。

4、开发校园及乡村科学实验基地

农村小学的科学教学是更贴近自然的。学生无论在学校, 在家庭所接触到的科学知识无处不在。所以, 学校要根据农村小学生的特点和生活环境特殊性, 创造校园和乡村科学实验基地。例如, 让当地农户讲解植物的种植、成长、注意事项等等, 让学生更真切地感受科学的力量。

小学科学教育正处发展阶段, 存在的问题还很多, 需要我们不断改进, 需要通过我们不断改革、创新、参与到的教学中去, 从素质教育长远发展入手, 只有这样才能让小学科学教育真正走到正确的轨道上来。