学生的数学思维和个人素养起到积极的影响作用。

结语：

总之，大学数学教学对培养学生素养具有十分重要的作用，能够让大学生在数学知识的学习之中充分感受和体验数学文化的魅力。教师需要认真的感悟和体会大学数学的珍贵价值，在教学中充分发挥数学的文化职能。通过对大学生数学思维的启发和数学教学情境的有效构建，使得大学生能够自觉的接受数学文化的熏陶最终提升自己的综合素养，更加有利于大学生适应社会发展的需要和个人自身未来的发展。

参考文献

[1]梁桂萍."互联网+"时代大学数学课程教学的创新途径研究[J].湖北开放职业学院学报，2020，33（08）：20-21.

[2]葛倩，傅海伦，胡明涛.大学数学教学中批判性思维培养的意义与策略[J].高教学刊，2020（11）：58-61.

[3]房玉志.在大学数学教学中应用"专业引导、知识融合、注重应用"模式的研究与实践[J].教育教学论坛，2020（13）：252-253.

[4]刘宝兴.大学数学教学过程中数学建模意识与方法的培养简析[J].中国多媒体与网络教学学报（中旬刊），2020（01）：196-197.

[5]张必胜.数学文化和数学史融入大学数学教学的策略研究[J].内蒙古师范大学学报（教育科学版），2019，32（12）：114-118.

计算定积分的几种特殊技巧

范正勇

（贵州省六盘水市第二中学　贵州　六盘水　550025）

[摘　要]通过文献资料的收集和整理再结合自己的一些想法，在前人的基础上，概述了几种计算定积分的特殊方法和技巧，并举例子来说明，其中包括用几何意义、奇偶性、等求解积分的方法，从而给计算带来了方便。

[关键词]定积分；奇偶性；分段函数

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6261.2020.05.1059

计算定积分的方法、技巧多样，单纯的使用定义法、Newton-Leibniz公式、换元法、分部积分法来计算，只能解决一些常规的情形；对于一些非常规的积分用这些方法就难以下手了，针对这样的需要，我将从以下一些定积分的特殊计算方法和技巧进行讨论，借此来提高我们的计算效率，供大家参考。

一、利用奇偶性求定积分

函数奇偶性对于初学者而言只能简单的知道一些皮毛，对一些好用的性质没有得到掌握和挖掘，而且书本上的介绍也没有过多的去深挖。将对函数的奇偶性的应用进行加深，拓宽对奇偶性的认识，这就给我们对定积分的计算给出了一个好的方法。

（一）借助奇偶性求解非对称区间上的定积分

例1.计算$\int_0^4 (x-4)\sqrt{4x-x^2}dx$的值。

分析：先令$\varphi = x-2$，不难得到被积函数没有奇偶性，但是我们得到$f(x)+f(-x)$在[-2,2]上为偶函数，因此利用推论使被积函数变得简单，再利用定积分的几何意义去进行求解。

解：令$\varphi = x-2$，则$d\varphi = dx$，区间从[0，4]变为[-2，2]再由推论1可知

$\int_0^4 (x-4)\sqrt{4x-x^2}dx = \int_{-2}^2 (\varphi-2)\sqrt{4-\varphi^2}d\varphi = -4\int_0^2 \sqrt{4-\varphi^2}d\varphi = -4\pi$。

（二）计算积分上下限互为倒数的定积分

对于一些区间互为倒数的情形，比如说闭区间$[\frac{1}{a}, a], (a>1)$我们可以尝试着利用对数换元使区间变为[-lnα,lnα]，通过这样的操作，对所求函数进一步的简化，使问题变得简单，变为上述来进行计算。

二、利用建立方程或方程组法计算定积分

有时我们对一个定积分单独的进行求解时，可能会无从下手，一时找不到解题的方法，这时我们可以设出一个定积分，使它们的被积函数通过有限次相加、相减后，利用方程或者方程组，很容易解出所求定积分的值。

三、利用二重积分计算定积分

在计算积分的时候，有时会遇到定积分有积分两次的情况，利用定积分的知识不容易进行求解，这时不妨倒过来，把某些形式的定积分问题变为重积分求解，再可以尝试着用二重积分交换积分次序的性质进行计算，这样问题就容易解决了。

例2.求$I = \int_0^1 \frac{x^3-x}{\ln x}dx$·

分析：该积分直接求解有困难，我们尝试着把被积函数变为一个新的定积分，从而使定积分问题变为二重积分进行求解。

解：由$\frac{x^3-x}{\ln x}$在（0，1）内连续，且$\lim_{x\to 0^+}\frac{x^3-x}{\ln x}=0$，$\lim_{x\to 1^-}\frac{x^3-x}{\ln x}=2$，故$\int_0^1 \frac{x^3-x}{\ln x}dx$有意义。又由$\frac{x^3-x}{\ln x} = \int_1^3 x^y dy$，因此有$I = \int_0^1 \frac{x^3-x}{\ln x}dx$ $= \int_0^1 dx\int_1^3 x^y dy = \int_1^3 dy\int_0^1 x^y dx = \int_1^3 \frac{1}{y+1}dy = \ln 2$。

四、分段连续函数计算定积分

计算分段函数求定积分在书本上很少提到，分段函数在求定积分时通常使用定积分的区间可加的性质来对其进行处理；另外还可以运用Newton-Leibniz来对定积分做出有关计算。

例3.已知函数$f(x)=\begin{cases} 1+x^2 & ,x\le 0 \\ e^{-x} & ,x>0 \end{cases}$，求$\int_1^3 f(x-2)dx$。

分析：分段函数求定积分第一步必须判断它是不是可积的，如果函数f(x)在R上是可积的，则可以使用可加的性质来求解，但在此之前，要先用换元法使所求对象变得简单，并改变积分上下限，减少运算，提高效率。

解：令$t = x-2$，则有$\int_1^3 f(x-2)dx = \int_{-1}^1 f(t)dt$，由定积分的分段可加性得，$\int_1^3 f(x-2)dx = \int_{-1}^1 f(t)dt = \int_{-1}^0 (1+x^2)dx + \int_0^1 e^{-x}dx = \frac{7}{3} - \frac{1}{e}$

五、含绝对值的定积分的求解

对于含绝对值的定积分，第一要对绝对值进行讨论，把其变为分段函数，注意不要把函数解析式写错。

例4.求定积分$\int_0^3 (|x-1|+|x-2|)dx$。

分析：这是定义在[0，3]上，应该先对绝对值进行讨论，再来求解。

解：令$f(x)=|x-1|+|x-2|=\begin{cases} (1-x)+(2-x), & x\in[0,1) \\ (x-1)+(2-x), & x\in[1,2) \\ (x-1)+(x-2), & x\in[2,3] \end{cases}$，显然f(x)在闭区间[0，3]上连续，

由定积分的分段可加性，则有

$\int_0^3 (|x-1|+|x-2|)dx = \int_0^1 (-2x+3)dx + \int_1^2 dx + \int_2^3 (2x-3)dx = 5$。

六、使用定积分的几何意义计算定积分

例5.求$\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2}dx$的值。

分析：我们可以先令$y=\sqrt{4-x^2}$，然后两边平方得$x^2+y^2=4$，显然$x^2+y^2=4$表示的是以坐标原点为圆心，半径为2的圆，再联系$y=\sqrt{4-x^2}$的定义域和值域，由此可知，$y=\sqrt{4-x^2}$表示的是以（0，0）为圆心，r=2的圆的x轴上方的半圆，则计算出其面积就是该积分的值。

在运用定积分的几何意义求定积分时，我们要清楚的知道它所代表的图像，有时其几何意义并不是代表其全部图像，如上例中，我们知道$x^2+y^2=4$表示的是以坐标原点为圆心，半径为2的圆，从而导致错误，我们一定要考虑到被积函数的定义域和值域。

总结

本文对定积分的求解方法和技巧进行了介绍，通过一些简单的实例说明了这些方法的求解过程以及理论依据，定积分的计算方法或者技巧有很多，有些是我们已经发现了的，有些正在等待我们去发现；对于一个题来说，方法有很多种，在对基本的方法和技巧掌握之后，我们要善于去总结一些好用的方法或者技巧，积分的求解千变万化，这里的方法和技巧只是其中的冰上一角，还有很多值得我们去挖掘和研究。

参考文献

[1]刘春艳.定积分计算的方法与技巧[J].山西大同大学学报（自然科学版），2016，（03）.

[2]单传伟.有关分段函数定积分的计算分析[J].潍坊学院学报，2013，（02）.

[3]马德炎.巧用换元法求定积分[J].高等数学研究，2012，（06）.