

线性代数中课程思政教学案例设计初探

湛永荣¹ 柯圆圆²

1. 中南民族大学数学与统计学学院; 2. 江汉大学人工智能学院

[摘要]本文分析了线性代数课程融入思政元素的背景和必要性,从数学文化、数学应用等角度深入挖掘课程思政元素,给出了矩阵概念、矩阵线性运算、逆矩阵等内容的教学设计案例。教学实践表明,以案例形式融入课程思政元素在教学中能取得良好的教学效果。

[关键词]线性代数; 课程思政; 教学案例

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-6261.2021.10.588

1. 引言

课程思政是要把做人做事的基本道理、把社会主义核心价值观的要求、把实现民族复兴的理想和责任融入各类课程教学之中,使各类课程与思想政治理论课同向同行,形成协同效应。思政工作会议后,各高校高度重视课程思政项目建设,教师们也充分挖掘思政元素,并融入各门课程的教学,目前已推出一批国家级课程思政示范课程、课程思政教学名师和团队,高校课程思政教学研究示范中心等。

2. 线性代数融入课程思政的必要性

线性代数是高等学校理工科、经管、农林医等专业学生的基础必修课,三大公共数学课之一,也是大部分专业硕士研究生入学考试科目。线性代数主要讲授行列式、矩阵、线性方程组、向量的线性相关性、矩阵的特征值与特征向量及二次型等,通过课程的学习可培养学生的抽象思维能力、逻辑推理能力、空间想象能力。但该课程概念多、性质多,内容抽象不易理解,计算量大,且课时少,教师不好教,学生不好学。传统的教学是重运算,轻思想,轻应用,学生对课程学习缺乏积极性,所以在课堂教学中,教师要在教学设计上多下功夫,让课程容易懂且与现实生活紧密联系,这也给课程思政元素的融入提供了很好的契机。而线性代数内容本身就蕴含了丰富的思想政治元素,其数学思想和方法充分体现了辩证唯物主义的世界观和方法论,行列式和矩阵等概念的发展历史展现了古今中外数学家们勇于开拓创新、追求真理的科学精神,因此授课中可通过教学案例设计充分挖掘课程中的思想政治元素,发挥教师的价值引领作用。

3. 教学设计案例

案例1 矩阵概念的起源与发展

根据世界数学发展史,矩阵概念产生于19世纪50年代,是为了解线性方程组的需要而产生的。然而,在公元前我国就已经有了矩阵的萌芽,古代数学名著《九章算术》一书中已经有所描述,只是没有将它作为一个独立的概念加以研究,而仅用它解决实际问题,所以没能形成独立的矩阵理论。

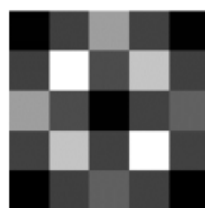
19世纪初,德国数学家高斯、艾森斯坦等已经使用

了矩阵中的有关线性变换和矩阵乘积等的有关知识。矩阵“Matrix”一词是英国数学家西尔维斯特于1850年首先使用的,用该词表示“由m行n列元素”组成的矩形排列,因为那个排列“我们能形成各种行列式组。”但是他并没有给出明确的概念。西尔维斯特的朋友凯莱在1855年和1858年的论文中用到了该词,并定义了矩阵运算、逆矩阵等概念及性质。1878-1879年,德国数学家弗罗贝纽斯在他的论文中引入了矩阵的秩的概念,同时给出了正交矩阵的定义。到19世纪末,矩阵理论体系已基本形成。

线性代数教材中大多没有介绍矩阵的起源和发展历史,增加该部分讲解,一方面让学生意识到中国古代数学在世界上占有重要地位,中华民族是智慧、勇敢和勤劳的民族,我们应有充分的民族自信心,另一方面也要认识到科学要不断向前创新发展,我们要勇于探索科学真理,要有创新精神,才能实现伟大的中国梦。

案例2 矩阵与数字图像存储原理

我们的生活已经离不开数字图像,平时拿起手机随手就能拍张图像并存储在计算机中。灰度图像是以矩阵的形式存储在计算机里,如一张像素为600×400的灰度图像就对应一个400×600的矩阵,在灰度图像对应的矩阵中,元素的取值是0到255的整数。数字0代表黑色,255代表白色,从黑色到白色共分为256个灰度等级。图1(a)中的灰度图像是一个5×5的矩阵构成的,图1(b)就是其对应的矩阵。由此可知,灰度图像与矩阵之间是一一对应的关系。



(a) 灰度图像

$$\begin{pmatrix} 5 & 68 & 160 & 70 & 5 \\ 68 & 255 & 80 & 198 & 68 \\ 160 & 80 & 5 & 70 & 100 \\ 70 & 198 & 70 & 255 & 70 \\ 5 & 68 & 100 & 70 & 5 \end{pmatrix}$$

(b) 矩阵

图1 灰度图像与矩阵

案例3 矩阵运算与数字图像处理

由前面可知,灰度图像与矩阵一一对应,通过矩阵的加

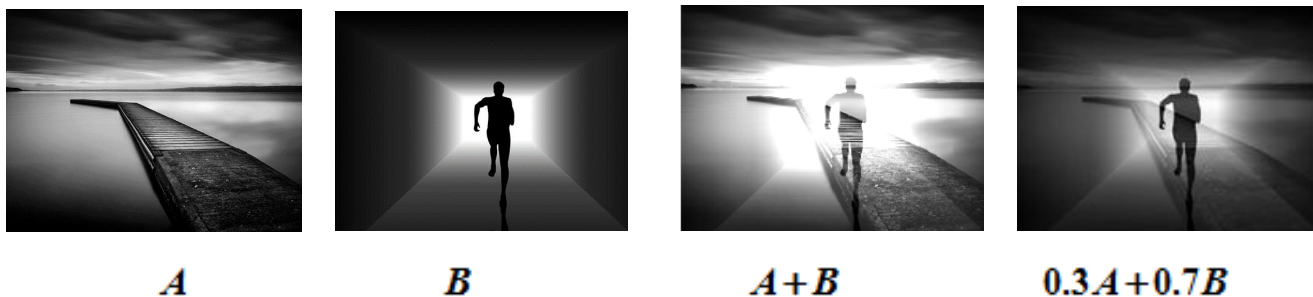


图2 矩阵运算与图像处理

法和数乘运算可对图像进行处理。

如矩阵A和矩阵B表示的图像，它们的线性运算结果表示合成的图像（见图2）。

案例4 可逆矩阵与信息传输

随着科技不断发展，密码技术的应用越来越广泛，信息传输中常用方法之一是将每一个字母与一个整数相对应然后传输这一串数字。如信息“ZHONG GUO”（含空格）可用ASCII（American Standard Code for Information Interchange）码编码为一串数字：90，72，79，78，71，32，71，85，79。但是这种编码可以根据数字出现的相对频率猜测每一串数字表示的字母，很容易被破译，因此需要对信息加密。加密的方法可以利用逆矩阵，将上述一串数字依次放在一个 3×3 矩阵的各个列上，从而构成矩阵

$$A = \begin{pmatrix} 90 & 78 & 71 \\ 72 & 71 & 85 \\ 79 & 32 & 79 \end{pmatrix},$$

再取一个元素为整数的可逆矩阵B，且 $|B| = \pm 1$ ，则 B^{-1} 的元素也都为整数。例如取

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 2 & 11 & 14 \\ 3 & 16 & 22 \end{pmatrix}, \text{ 则 } B^{-1} = \begin{pmatrix} 18 & 2 & -7 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

再作矩阵乘法 $BA = \begin{pmatrix} 1003 & 657 & 1049 \\ 2078 & 1385 & 2183 \\ 3160 & 2074 & 3311 \end{pmatrix}$ ，从而将矩阵BA

的元素用于信息传输，接收到信息的人再通过左乘 B^{-1} 进行破译： $B^{-1}(BA) = A$ 。上述信息传输中的矩阵B和 B^{-1} 分别称为“加密锁”和“解密密钥”。从上述过程可以看出原信息中的相同数字经加密后变成了不同的数字，增强了信息传输的安全性。

案例5 矩阵的初等变换与辩证唯物主义思想

求矩阵的秩常是利用初等变换将矩阵化为行阶梯形矩阵，在初等变换过程中，矩阵发生了变化，但它们都是等价关系，因而秩保持不变。这其中体现了辩证唯物主义中的“变与不变，形变质不变”的哲学思想，提高学生辩证思维能力，提升数学素养。

《九章算术》是从先秦开始，经过众多学者修改编辑，约于西汉中叶成书，比西方的研究早了一千多年，通过矩阵起源思想的引入让学生欣赏灿烂的中国数学史，培养学生人文精神和道德情怀，提高看问题的高度和宽度，也激发了学习线性代数课程的热情。学习矩阵概念与矩阵线性运算时，讨论了它们在数字图像处理中的应用，使得线性代数课程内容不再是冰冷的数学符号，而有着炙热的思考和广泛的应用，以此可培养学生探索未知、追求真理的责任感和“学数学、用数学”的意识与能力。介绍逆矩阵在信息传输中的应用，让学生了解如何利用矩阵知识对信息加密和解密，增强学生热爱科学的使命感，提高分析问题和解决问题的能力。

4. 结语

本文主要对线性代数中矩阵章节的思政元素进行了挖掘，并精心设计了教学案例，后续会结合课程的特点对其他章节内容进行深入细致的研究，充分挖掘课程思政元素，将思想政治教育贯穿于教学全过程，在课堂教学中有效地开展思政教育工作。

参考文献

[1]何亮田，谢建强.课程思政背景下的“线性代数”教学实践[J].合肥学院学报(综合版)，2021，38(05): 128-133.

[2]何欢营，王金玲，赵宗俊.核心素养下新疆高校线性代数课程思政的探索与实践[J].才智，2021(22): 35-37.

[3]董小刚，郭志元，袁晓惠，王纯杰.《多元统计分析》的课程思政教学模式改革探索[J].教育现代化，2019，6(85): 148-149.

项目信息：中南民族大学课程思政示范课程KCSZX21035