同一知识背景下的变式训练产生的思维发散

徐巧军

华中师范大学厦门海沧附属中学

[摘　要]几何直观是数学教学中的重要内容，也是新课标提出的重要概念之一。对于新初一的孩子而言，刚刚接触几何逻辑语言的书写，如何培养几何直观，让学生对几何学习充满信心和兴趣极其重要。作为教师更应当明确几何学习的学法指导，几何直观需要学生以几何图形为基础，通过对几何图形进行表述，实现阐述问题和解决问题的地目。在课堂中高效地落实教学目标，将问题有效串联，形成同一知识背景，减轻学生学习数学的工作量。同一背景下进行变式提升，有助于知识类比，有助于思维发散。基于上述思考，本人以一节课堂实录中取得的效果整理成文，仅供读者参考。

[关键词]几何直观；知识背景；变式；思维发散

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6261.2021.10.1050

一、课堂实录

（一）开放性呈现，共建知识背景

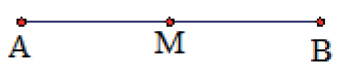
（人教版《数学》七年级上册第四章“几何的初步”第二节“直线、射线、线段”动手操作）。

问题1：在一张透明的纸上，画出线段AB，将纸对折使A、B两端重叠.

问题2：如图已知：线段AB＝12cm

当AM=5时，求BM的长？（2）当AM=6时，求BM的长？

请观察（问题2）中M点在线段AB的哪个位置？线段AB与线段AM,BM之间有何数量关系？



问题3.线段的中点概念；

如图，线段AB上一个点M把线段AB分成相等的两部分，则点M叫作线段AB的__________.

用符号语言表示为：

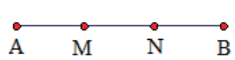
∵ M是线段AB的____________.

∴ AM=__________ = $\frac{1}{2}$AB

∵ M是线段AB的____________________.

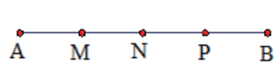
∴ AB=2AM=2_________________________.

类似地：可以定义出线段的三等分点、四等分点.



∵ M、N是线段AB的三等分点

∴ __________________________



∵ M、N、P是线段AB的四等分点

∴ _______________________________；

二、新知识功能和作用

（一）承前启后，相互类比

动手操作，感悟新知，在上一节课的基础上寻找到特殊点的位置。新概念的自然产生，同时也借助数学文字语言，图形语言，符号语言三者的相互切换，为本节课的拓展训练提供了强有力的知识背景，实现了知识单一，可操作性强，知识易懂的解题环境。

（二）不断深入，感悟数学思想方法

问题2通过具体的数据进而更好的发现线段之间的大小数量和数量关系，进而发现一般情况下的数量关系。这样的本质规律有助于我们更好的形成思维方式，让学生在探究过程中真正理解数学知识。在数学知识的特殊性和一般性之间，自由调整思维，充分体现数学新课标的实质，经历探究数学知识的必经之路，引导学生清楚明白数学知识。此外，借助数学中的几何知识，构建起数形结合的思维模式，进一步丰富学生的数学学科思维，扩展其维度，通过类比思想提高分析问题的能力，提高学生解题素养。

（三）德育渗透，促进审美

步入初中，学生开始接触几何图形，并尝试对其进行深入式地探究。最开始，学生需要从数量上了解几何图形，为之后深入研究几何图形打下基础。教师可以通过设置开放性的问题，引导学生思考几何图形的知识，逐渐培养学生的数学核心素养。与此同时，引导学生逐渐构建严谨性的思维和理性的分析能力，比如理清思路、动脑思考等，逐渐实现预定的教学目标。

三、教学过程

（一）解法探究，巩固新知

对所学的知识进行现场巩固练习，将问题有效的设问。数学教学中，教师可以适当帮助学生回忆，巩固，补充，完善原有的认知结构，两道例题是在学习求线段大小基本运算基础上设置而成的，螺旋式上升，满足不同层次孩子的思维发散学习。

例1.如图，点M是线段AB的中点，

（1）若AB=8，则AM=？（2）若AB=x，则AM=？若AB=2x，则AM=？

例2.已知，如图，点C在线段AB上，AB=10,点M、N分别是AC、BC的中点.

（1）若AC＝4，BC＝6求线段MN的长度；

（2）若AC=2,BC=8求线段MN的长度；

教学说明：（1）（2）设计除了更好巩固新知，锻炼书写以外，目的在于引导观察前后两次结果有何不同，为后续探索起铺垫作用。

学生1：模仿（1）（2）将MC和CN表示出来，得到 $MC+CN=\frac{1}{2}AC+\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}$（AC+BC）=5.

学生2：用方程思想解决线段长度问题，设AC=x，则BC=10-x，所以：$MC=\frac{1}{2}x$，$CN=5-\frac{1}{2}x$，

因此：$MN=MC+CN=\frac{1}{2}x+5-\frac{1}{2}x=5$.

教师：这样的解设是否有什么样的不足？是否有更好的解设方法？

学生3：设AC=2x！

教师：有什么好处？

学生3：避免分数运算,MN=MC+CN=x+5-x=5.。（将运算整系数化，简化计算。）

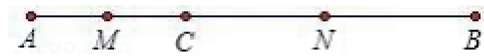
教师：是否还有其它方法？

学生4：利用整体思想解题，设MC=x，则NC=y，则：MN=MC+CN=x+y,易知：2x+2y=10,所以：

x+y=5.即：MN=5。

教学说明：从“静止”到“运动”，是成功引导学生发散思维的体现，就是让他们能够就同一问题给出不同的答案，这也是教师一直以来比较注重培养学生的能力。为了达到这一教学目标，教师往往对习题进行认真筛选，让习题具备综合性，辅助教师发散学生的思维。借助这一类的题目，教师不仅能够帮助学生走出知识上的误区和盲区，也能够激发学生的学习兴趣，发散他们的数学思维，以灵活的方式给习题寻找答案。

（二）条件变换，学科育人



例2中“已知，如图，点C在线段AB上，AB=10,·点M、N分别是线段AC、BC的点.”·将题目中的点“C在线段AB上”改成“点C在直线AB上”，

一字之差，瞬间将题目进行了改装设置。此举，不但可以引导学生做题时细致审题，还可以将原有的认知水平提高一个新的高度。设置的目的在于引导学生可以有效进行分类讨论，再一次巩固数学思想方法。同时再一次激发学生的思考热情，此时线段的长度是否还会发生变化呢？通过师生互动，小组合作，运用类比，作图，运算，最终共同得到答案，启迪学生做任何事情不要一成不变，细节决定成败。

（三）继续深究，知识串联

在上述变化过程中，继续变换条件，将“直线上的任意点C”变换成动点题，赋予运动方向和速度，继续深究线段MN线段长度是否发生变化。学生对好的素材来源于对某一类教学资源进行有机整合，好的例题具备：学生容易接受，有多种解决问题的办法，具备多种数学思想方法，也具有通性，更具备进一步拓展，让学生做一题会一类，做一类会一串，从而加深对数学问题的深入理解。

四、总结语

史宁中教授就曾针对这一问题提出过自己的观点，他认为学生自己感悟数学知识，才是形成和发展核心素养的本质。这就给广大数学教师提供了育人方向和思路，需要教师在教学过程中，多引导学生，给他们思考数学知识的时间，尝试感悟数学的基本思想[1]。

几何题型探索，从一道简单的几何题，不断的变式研究，使学生“悟”出基本解题方法的同时也能“悟”出解题的数学思想和思维方式。在这一过程中，学生需要在思维上整理数学知识构建，再灵活设计解题方案，为解题构建多种思路。通过一道题目寻找多种解题思路，再将同一类的问题进行归类，对知识进行反复地整合，体验数学知识的动与静。

教师需要精心选材，构思策略，合理的引导，做到“潜移默化”，做到知识线和思维线两者同时并重，这样数学核心素养就可以润物细无声了。

参考文献：

[1]刘永宁，刘护灵.深度交流从提“好问题”开始[J].中学数学教学参考（中旬），2019（7）：13-14.