

基于核心素养的《函数的单调性》教学设计

徐鑫

重庆三峡学院 404000

[摘要]在课程改革的背景下,强调课堂要从注重教师的“学”转变为注重学生的“学”,提倡合作探究,自主交流等多以学生为主的教學模式,《函数的单调性》是概念课,它的概念是非常抽象的,对许多数学教师而言,这节课的教学设计是一个难题.概念课的教学需让学生体会知识的产生过程,注重学生的探究过程,秉承着以学生发展为本,抓住数学本质,启发思考的教学理念,培养数学学科核心素养,对《函数的单调性》进行了教学设计.

[关键词]核心素养;函数的单调性;教学设计

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-6261.2021.11.343

在《普通高中数学课程标准》(2017年版2020年修订中)提到数学教育是帮助学生掌握现代生活和进一步学习所必须的数学知识,技能,思想和方法;提高学生的数学素养,引导学生学会用数学的眼光观察世界,会用数学的思维思考世界,会用数学语言表达世界;促进学生思维能力的发展,探寻事物变化的规律^[1].所以本节教学设计本着发展学生数学学科素养理念,本着符合学生的认知,唤醒已有的知识结构,层层递进,由浅入深,由简单到困难,并基于学生的思维活动,问题驱动为主线,教师通过提出问题让学生体会知识的产生

一、教学目标

1. 知识目标

- ①理解单调函数、单调区间的概念;
- ②能根据函数的图像指出单调性、写出单调区间;
- ③运用函数的单调性定义证明简单函数的单调性;

2.能力目标:引导学生有目的的观察、归纳、类比、猜想等.

①通过知识的探究培养学生的归纳总结,抽象的能力和逻辑推理的能力;

②探索函数单调性的符号表示,体会从具体到抽象,特殊到一般的数学思想.

3. 素养目标:

- ①数学抽象:函数单调性的概念
- ②逻辑推理:函数单调性定义的推导
- ③数学建模:将相关问题转化为函数的单调性问题.

二、教学重难点

(一)教学重点:函数单调性概念;判断和证明简单的函数单调性

(二)教学难点:归纳抽象函数单调性的概念;

三、教学法

(一)教法:启发式,讲授式

(二)学法:探究式

四、教学环节

1. 教学环节

(一)问题情景

问题1:师:同学们能够举例出生活中表示上升和下降的成语吗?

生:蒸蒸日上,步步高升,一落千丈,每况愈下,波涛起伏,上天入地等

问题2:师:在日常生活中有许多表示上升或下降趋势的成语,反映客观事物的变化规律,在我们的数学中也有描

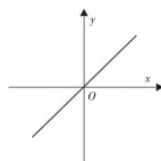
述上升或下降趋势的语言,初中我们简单的学习了函数,现在就请同学们画出下列函数的图像: $y=x$, $y=-2x+1$, $y=x^2$.

【设计意图:通过生活中的上升和下降引出函数中的上升和下降,从文字语言转换成图形语言,从学生熟悉的函数出发,学生在画图过程中直观感受图像的变化趋势,并且建立新旧知识之间的联系,更容易让学生理解,同时有利于教师教学】

(二)探究发现,构建概念

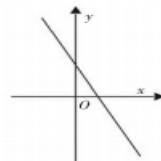
问题3:①观察 $y=x$, $y=-2x+1$, $y=x^2$ 图像的变化趋势.

②从左往右图像变化的趋势是怎样的?



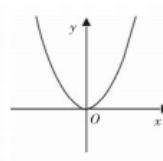
$$y = x$$

上升趋势



$$y = -2x + 1$$

下降趋势



$$y = x^2$$

先下降再上升趋势

引出课题:函数图像的上升和下降的变化趋势就体现出了函数性质——函数的单调性.

【设计意图:初中学习过函数的图像,学生从图像直观的描述上升和下降,有利于初高中函数知识的衔接,这是对于函数单调性的再次认识.学生通过画图,观察图像变化培养学生直观想象的核心素养】

问题4:在初中我们知道用图像直观的看出图像的变化趋势,我们能否用更加准确的语言描述这样的变化趋势?请同学们用列表法表示出函数 $y=x^2$,观察自变量与因变量之间的关系,并思考如何更加准确的描述函数的上升和下降的趋势.

生: $x>0$ 时, $f(x)$ 随 x 的增大而增大, $x<0$ 时, $f(x)$ 随 x 的增大而减少

师:那么 $x>0$ 时,我们如何用符号语言描述 $f(x)$ 随 x 的增大而增大呢?自变量的增大和因变量的增大如何用符号表示呢?怎么把“随...而...”符号化呢?

生:可以用 $x_1<x_2$ 表示 x 逐渐增大, $f(x_1)<f(x_2)$ 表示 $f(x)$ 在逐渐增大,所以可以说成当 $x_1<x_2$ 时,有 $f(x_1)<f(x_2)$.

师:很好,同学们观察, x_1 和 x_2 是一对代表性的特殊符号,在区间 $[0,+\infty)$ 中是不是所有的 x_1 和 x_2 的都满足

$f(x_1) < f(x_2)$? 同学们在这个区间内取两个值看一看是否满足?

生: 是的, 都满足.

师: 那应该用什么符号表示这个“所有”呢?

生: 可以用“任意”的符号 \forall 来表示.

师: 非常棒, 因此 $x > 0$ 时, $f(x)$ 随 x 的增大而增大. 我们可以用符号表示为 $\forall x_1, x_2 \in [0, +\infty)$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 有 $f(x_1) < f(x_2)$, 这时我们就把 $f(x) = x^2$ 图像的上升趋势说成函数 $f(x) = x^2$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上是单调递增的. 同学们, 你们能否仿照这个描述一下函数 $f(x) = x^2$ 在区间 $(-\infty, 0]$ 上是单调递减的呢?

生: 学生思考写下并回答.

【设计意图: 问题4是为了让学生通过另外一种函数的表示方法——列表法, 由“形”转化为“数”, 从不同的角度理解函数的单调性. 这里的难点是如何用符号表示“增大”与“减小”和“任意”, 通过老师的追问与引导, 引发学生的思考解决问题. 同时也培养学生逻辑推理的核心素养】

问题5: (构建概念) 如何用符号语言描述 $y = f(x)$ 在定义域 I 内某个区间 D 上的单调递增呢? 师生结合教材共同完善函数单调性的定义.

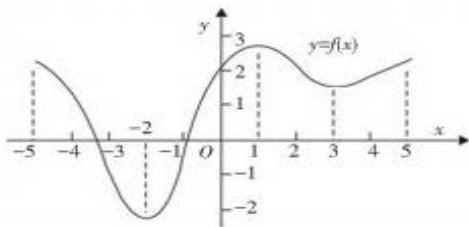
师: 你能通过类比, 给出函数单调递减的定义吗?

生: 学生思考写出并回答.

【设计意图: 层层递进, 从自然语言的描述到符号语言精练, 由特殊到一般, 由具体到抽象, 体会数学的严谨性与准确性, 最后得到完整的函数单调性概念, 渗透类比数学思想, 培养数学抽象素养】

(三) 例题讲解, 加深概念

例1. 下图是定义在区间 $[-5, 5]$ 上的函数 $y = f(x)$ 的图像, 请写出函数的单调性及单调区间.



【设计意图: 直接运用所学概念, 体现数学的应用价值, 培养学生几何直观的核心素养. 从简单题型出发, 巩固刚学习的知识, 该性质是个局部性质, 加强对函数单调性与单调区间概念的理解与区分.】

例2. 根据定义, 研究函数 $f(x) = kx + b (k \neq 0)$ 的单调性.

【设计意图: 例2是在例1的基础上, 加深了难度. 在初中我们利用函数图像直观的得到函数的单调性, 例1便是通过图像解决问题, 而本节课学习了函数单调性的定义, 所以例2是通过单调性的定义判断函数的单调性, 亦是本课教学内容重难点之一, 这是教材给出的例题, 有效合理利用教材资源.】

例3. 物理学中的玻意耳定律 $P = \frac{k}{V}$ (k 为正常数) 告诉我们, 对于一定量的气体, 当其体积 V 减小时, 压强 P 将增大. 试对此用函数的单调性证明.

【设计意图: 例1是直接运用函数单调性的定义, 例2是教师引导并归纳总结出定义法的一般步骤, 例3则是交给学生解决, 让学生模仿例2写出证明步骤. 有效地培养学生的逻辑推理和数学建模的核心素养】

(四) 课后小结, 总结提升

1. 三种语言: 文字语言, 图像语言, 符号语言; 函数单调性的定义; 函数单调性的证明方法: 图像观察法, 定义法.

2. 类比思想, 分类讨论的思想

(五) 课后巩固, 拓展延伸

基础题1. 判断 $y = |x|$ 的单调性.

2. 教材P79练习2, 3, 4

提升题: 1. 函数 $y = \frac{1}{x}$ 是否为单调函数? 单调区间是什么?

2. 向一杯水中加一定量的糖, 糖加得越多, 糖水越甜. 运用所学的数学知识解释这一现象.

【设计意图: 数学课程应面向全体学生, 适应学生个性发展的需要, 使得人人都能获得良好的数学教育, 不同的人在数学上得到不同的发展, 满足不同学生的不同需求^[1]. 最后给出糖水的题目, 让学生体会数学的实用性, 数学来源于生活并服务与生活】

2. 几点教学反思

(1) 探究概念的生成, 体会知识的产生

数学课堂提倡合作探究, 独立思考等多种学习方式, 注重教学过程, 而不仅仅只是一个教学结果. 教学过程中, 要让学生深刻体会到知识的产生过程, 通过探究, 对知识的理解更加深刻, 思维的培养也得到一定程度的提升. 深度思维重在使学生体验到数学概念等的起源与发展是自然的, 是已有数学概念不够用了, 是水到渠成和有人情味的, 从而经历概念产生过程中的火热数学思考, 在头脑中展开高水平的数学思维活动, 感悟数学概念产生的必要性、自然性和合理性^[2].

(2) 问题驱动为主线, 提升核心素养

数学学科的教学少不了问题的提出, 基于问题驱动理论开展数学教学的意义在于教师以问题和学生为中心, 创设良好的学习环境, 引导学生主动参与数学概念探究活动, 在问题驱动的过程中发现、分析和解决相关数学矛盾, 从而达到还原数学知识本质的教学效果^[3]. 所以, 在教学设计中设置适当的问题, 贯穿整堂课, 使课堂紧凑连贯, 让学生参与到问题解决的过程中, 提高发现问题和提出问题、分析问题和解决问题的能力. 通过逻辑推理, 抽象概念等方法去解决问题, 达到数学学科核心素养的培养.

参考文献

[1] 普通高中数学课程标准(2017年版2020年修订)[M]. 北京: 人民教育出版社, 2020: 02-08.
 [2] 韩龙淑, 刘凯, 陈锦楠. 促进深度思维的数学概念教学研究[J]. 教学与管理, 2020, 12: 97.
 [3] 凌春, 卢家宽, 周志东. 问题驱动视角下高中数学概念教学[J]. 2021, 09: 95.

作者简介:

徐鑫 出生年月: 19980730 性别: 女 籍贯: 重庆 职务: 无 学历: 研究生在读 单位: 重庆三峡学院 研究方向: 数学教育.