

基于扩展卡尔曼滤波与互补滤波的姿态解算对比

范东生¹ 张旭¹ 任伟¹ 黄龙亮² 陈琦¹

(1. 西安爱生技术集团有限公司, 陕西 西安 710065;

2. 贵州装备制造职业学院, 贵州 贵阳 551499)

[摘要]针对捷联惯性测量单元(IMU)存在噪声大、精度低的缺点,本文首先介绍了四元数法、扩展卡尔曼滤波(EKF)和互补滤波的方法,并基于四元数法、扩展卡尔曼滤波(EKF)和互补滤波对姿态角进行姿态解算。最后分别通过静态测试和动态测试对四元数法、扩展卡尔曼滤波和互补滤波方法的姿态解算效果进行对比,结果表明:不采用滤波处理的四元数法姿态解算精度最差,扩展卡尔曼滤波(EKF)和互补滤波两种滤波方法都能提高姿态角的解算精度,但EKF算法的姿态解算精度更高。

[关键词]四旋翼无人机; 扩展卡尔曼滤波; 互补滤波; 姿态解算

[DOI] 10.12252/j.issn.2096-6261.2021.12.538

1 引言

随着旋翼无人机的广泛使用,对飞行器的精确导航信息依赖性越来越高。随着科技的发展,低成本的捷联惯性测量单元(IMU)被广泛应用在小型飞行器中,捷联惯性测量单元由陀螺仪、加速度计和电子罗盘组成。陀螺仪受温漂的影响,长时间运行漂移严重,并且积分运算会产生累积误差;加速度计易受载体震动和运动加速度的影响;电子罗盘容易受外部磁场的影响^[1]。因此,这三种传感器都不能单独用于飞行器姿态的测量,需要进行这三种传感器数据的融合。

飞行器姿态解算常用的数据融合算法包括互补滤波、扩展卡尔曼滤波(EKF)和无迹卡尔曼滤波(UKF)等^[2]。虽然UKF在收敛速度和估计精度中要高于EKF,但由于其计算量大,运算复杂故本文不作考虑。

本文首先介绍了四元数法、EKF和互补滤波,然后通过三种方法对飞行器姿态进行解算,并分别通过静态测试和动态测试对比分析数据滤波和姿态解算的效果,并将两种滤波方法的解算结果进行对比。

2 四元数法解算姿态角

四元数可用于表示刚体旋转,将普通的三维空间转换成四维^[3]。四元数定义如下:

$$\begin{cases} q = q_1 + q_2i + q_3j + q_4k \\ \text{范数 } \|q\| = q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 \end{cases} \quad (1)$$

四元数也可以写成 $q = [q_1, q_2, q_3, q_4]^T$, 当 $\|q\|=1$ 时, q 为规范化四元数。

为保证捷联矩阵的正交性,需要对四元数归一化处理。归一化方法:

$$\tilde{q} = \frac{q}{\sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2}} \quad (2)$$

四元数微分方程:

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{1}{2} \Omega_b q \\ \Omega_b = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{bx} & -\omega_{by} & -\omega_{bz} \\ \omega_{bx} & 0 & \omega_{bz} & \omega_{by} \\ \omega_{by} & -\omega_{bz} & 0 & \omega_{bx} \\ \omega_{bz} & \omega_{by} & -\omega_{bx} & 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3)$$

地理坐标系到机体坐标系转换阵用余弦表示和四元数表示:

$$\begin{aligned} R_{\xi}^b = (R_{\xi}^b)^T &= \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \sin\psi\cos\theta & -\sin\theta \\ \cos\psi\sin\theta\sin\phi - \sin\psi\cos\phi & \sin\psi\sin\theta\sin\phi + \cos\psi\cos\phi & \cos\theta\sin\phi \\ \cos\psi\sin\theta\cos\phi + \sin\psi\sin\phi & \sin\psi\sin\theta\cos\phi - \cos\psi\sin\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2q_2q_3 + q_1q_4 & 2q_3q_4 - q_1q_2 \\ 2q_1q_3 - q_2q_4 & q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2q_2q_4 + q_1q_3 \\ 2q_1q_4 + q_2q_3 & 2q_3q_4 - q_1q_2 & q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

由公式(4)可得到四元数求姿态角:

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan^{-1} \left(\frac{2(q_2q_4 + q_1q_3)}{q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2} \right) \\ \sin^{-1} (-2(q_2q_3 - q_1q_4)) \\ \tan^{-1} \left(\frac{2(q_2q_3 + q_1q_4)}{q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2} \right) \end{bmatrix} \quad (5)$$

3 基于扩展卡尔曼滤波的姿态解算

姿态设计中由陀螺获取角速度,有低频噪声,通过角速度积分获得姿态会漂移,而加速度计和磁航向计能够反映出姿态信息,尤其是静态时的姿态,但是有高频噪声,动态特性比较差,所以通过EKF对传感器的角速度、角速度和磁航向

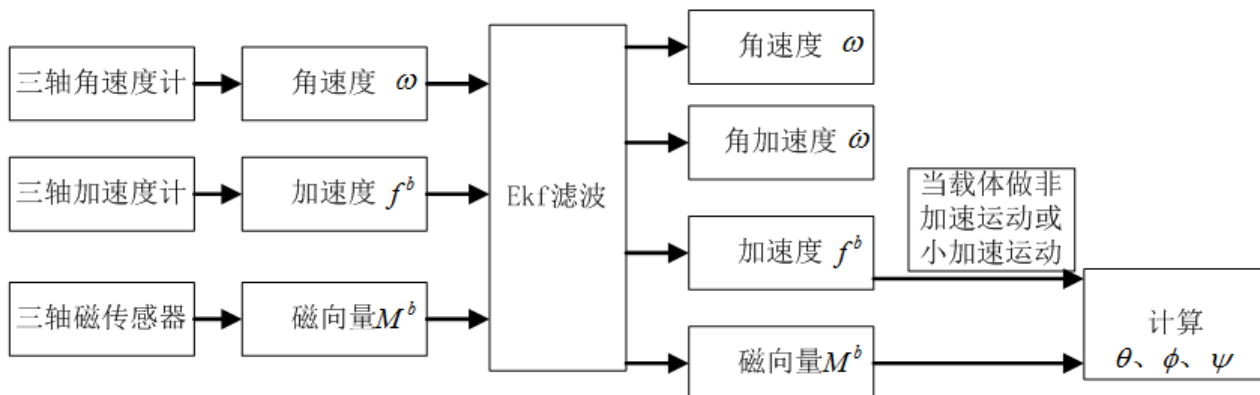


图1 基于EKF的姿态解算流程图

数据滤波, 然后通过加速度和磁航向数据的到姿态角, 流程如图1所示。

根据哥氏定理和向量在不同坐标系间的变换关系, 得到方向余弦矩阵的微分方程^[5-6]:

$$\dot{R}_g^b = \mathbf{w}R_g^b = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{bz} & -\omega_{by} \\ -\omega_{bz} & 0 & \omega_{bx} \\ \omega_{by} & -\omega_{bx} & 0 \end{bmatrix} R_g^b \quad (6)$$

在机体坐标系下的重力场和磁场微分向量:

$$\begin{cases} \dot{g}^b = \dot{R}_g^b g^g \\ \dot{M}^b = \dot{R}_g^b M^g \end{cases} \quad (7)$$

将公式6带入7得到:

$$\begin{cases} \dot{g}^b = \mathbf{w}R_g^b g^g = \mathbf{w}g^b \\ \dot{M}^b = \mathbf{w}R_g^b M^g = \mathbf{w}M^b \end{cases} \quad (8)$$

加速度计和磁航向计的输出可以表示为:

$$\begin{cases} f^b = a^b - g^b + w_a \\ M^b = \tilde{M}^b + w_m \end{cases} \quad (9)$$

其中, f^b 为三轴加速度计测量的比力向量, a^b 为载体运动加速度在机体坐标系下的向量, w_a 为测量噪声向量, \tilde{M}^b 为真实磁场在机体坐标系下的向量, w_m 为测量噪声向量。在机体非加速运动情况下 $a^b = [0 \ 0 \ 0]^T$, 有 $f^b = -g^b + w_a$ 。

选择机体坐标系下的角速度、角加速度、重力加速度和磁场向量作为状态向量 X^b , 即 $[\omega; \dot{\omega}; g^b; M^b]$, 陀螺仪、加速度计和磁航向计输出作为观测向量 Z^b 。

得到线性化的状态方程和观测方程为:

$$\begin{cases} X_k = \Phi_{k,k-1} X_{k-1} + (f[\hat{X}_{k-1}, k-1] - \Phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1}) + \Gamma_{k-1} W_{k-1} \\ Z_k = H_k X_k + V_k \end{cases} \quad (10)$$

式中, $\Phi_{k,k-1}$ 为状态转移阵, H_k 为观测阵。

$$\Phi_{k,k-1} = \frac{\partial f[\hat{X}_{k-1}, k-1]}{\partial \hat{X}_{k-1}} \Big|_{x_{k-1}, \dot{x}_{k-1}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \omega_{x-1}^T} & \frac{\partial f_1}{\partial \omega_{y-1}^T} & \frac{\partial f_1}{\partial \omega_{z-1}^T} & \frac{\partial f_1}{\partial M_{x-1}^T} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \omega_{x-1}^T} & \frac{\partial f_2}{\partial \omega_{y-1}^T} & \frac{\partial f_2}{\partial \omega_{z-1}^T} & \frac{\partial f_2}{\partial M_{x-1}^T} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \omega_{x-1}^T} & \frac{\partial f_3}{\partial \omega_{y-1}^T} & \frac{\partial f_3}{\partial \omega_{z-1}^T} & \frac{\partial f_3}{\partial M_{x-1}^T} \\ \frac{\partial f_4}{\partial \omega_{x-1}^T} & \frac{\partial f_4}{\partial \omega_{y-1}^T} & \frac{\partial f_4}{\partial \omega_{z-1}^T} & \frac{\partial f_4}{\partial M_{x-1}^T} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$= \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} T & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ \sigma_{g^{k-1} T} & O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} + W_{k-1} T & O_{3 \times 3} \\ \sigma_{M^{k-1} T} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} + W_{k-1} T \end{bmatrix}$$

其中:

$$\sigma_{g^{k-1}} = \begin{bmatrix} 0 & -g_{y^{k-1}} & g_{x^{k-1}} \\ g_{y^{k-1}} & 0 & -g_{x^{k-1}} \\ -g_{y^{k-1}} & g_{x^{k-1}} & 0 \end{bmatrix}; \sigma_{M^{k-1}} = \begin{bmatrix} 0 & -M_{z^{k-1}} & M_{y^{k-1}} \\ M_{z^{k-1}} & 0 & -M_{x^{k-1}} \\ -M_{z^{k-1}} & M_{y^{k-1}} & 0 \end{bmatrix}; H_k = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} \\ O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & O_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

根据卡尔曼滤波公式, 设计完成EKF滤波器设计, 得到状态估计向量 $\hat{X}^b = [\hat{\omega}; \hat{\dot{\omega}}; \hat{g}^b; \hat{M}^b]$ 。

因为, $g^b = R_g^b g^g = \begin{bmatrix} -g \sin \theta \\ g \cos \theta \sin \phi \\ g \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}$

将估计得到的 \hat{g}^b 带入得到滚转角、俯仰角:

$$\phi = \arctan^{-1} \left(\frac{\hat{g}_{by}}{\hat{g}_{bz}} \right), \theta = \arcsin^{-1} \left(\frac{\hat{g}_{bx}}{g} \right)$$

当磁地理坐标系 (m系) 与b系重合时, 磁航向计的输出

为 $M^m = [M_N \ 0 \ M_D]^T$, 可得到地磁矢量X轴和Y轴分量^[6]:

$$\begin{cases} M_{bx} \cos \theta + M_{by} \sin \theta \sin \phi + M_{bz} \sin \theta \cos \phi = M_N \cos \psi \\ M_{by} \cos \phi - M_{bx} \sin \phi = -M_N \sin \psi \end{cases} \quad (12)$$

将前面计算得到的滚转角、俯仰角和估计得到的 \hat{M}^b 带入公式12得到偏航角:

$$\psi = \arctan^{-1} \left(-\frac{\hat{M}_{by} \cos \phi - \hat{M}_{bx} \sin \phi}{\hat{M}_{bx} \cos \theta + \hat{M}_{by} \sin \theta \sin \phi + \hat{M}_{bz} \sin \theta \cos \phi} \right) \quad (13)$$

4 基于互补滤波的姿态解算

姿态设计中由陀螺仪快速获取角速度, 但含有低频噪声, 通过角速度积分获得的姿态会漂移, 而加速度计和磁航向计能够反映出姿态信息, 尤其是静态时的姿态, 但是有高频噪声, 动态特性比较差。因此三传感器具有一定的互补特性, 采用互补滤波可以在一定程度上提高其测量精度和动态响应。

设加速度计和磁航向计观测的旋转矩阵为 R_c , 其高频噪声为 μ_H , 陀螺仪计算得到的旋转矩阵为 R_w , 其低频噪声为 μ_L , 真实的旋转矩阵为 R , 则:

$$\begin{cases} R_w = R + \mu_L \\ R_c = R + \mu_H \end{cases} \quad (14)$$

则采用互补滤波的工作原理如图2所示。

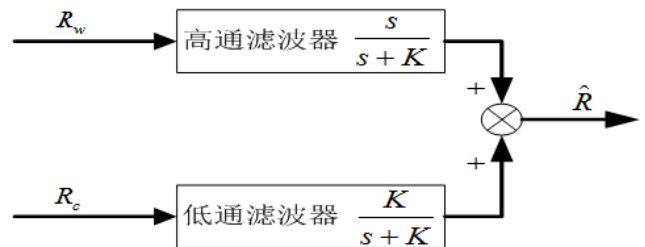


图2 互补滤波器工作原理

从图可以得出:

$$\begin{aligned} \hat{R} &= R_w \frac{s}{s+K} + R_c \frac{K}{s+K} = (R + \mu_L) \frac{s}{s+K} + (R + \mu_H) \frac{K}{s+K} \\ &= R \left(\frac{s}{s+K} + \frac{K}{s+K} \right) + \frac{s}{s+K} \mu_L + \frac{K}{s+K} \mu_H \approx R \end{aligned} \quad (15)$$

由此也证明互补滤波是可以实现降低噪声干扰, 提高测量精度。

由旋转矩阵微分方程可得:

$$sR_w(s) = \hat{R}(s)\mathbf{w}(s) \quad (16)$$

代入公式17得到:

$$\hat{R}(s) = \frac{\hat{R}(s)\mathbf{w}(s)}{s+K} + R_c \frac{K}{s+K} \quad (17)$$

化简后得到:

$$s\hat{R}(s) = (R_c(s) - R(s))K + R(s)\mathbf{w}(s) \quad (18)$$

通过加速度、磁航向计和角速度互补滤波后四元数法解算姿态角, 其具体结构如图3所示。首先是初始化四元数, 可以取初始四元数为 $[1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$; 接着得到旋转矩阵和姿态角, 并将重力加速度向量和地磁向量转换到机体坐标系下, 完成归一化处理 \hat{v}_m, v_g ; 然后获取加速度、磁力计值, 完成归一化处理 v_m, v_f ; 其次得到对应向量的误差角度, 修正获取的角速度值; 最后用修正的角速度更新四元素的值。就这样不断循环四个步骤, 实现互补滤波和姿态解算。

5 仿真分析

采用搭建好的四旋翼无人机平台, 验证下位机副控制板数据采集处理系统的滤波和姿态解算。互补滤波参数使用比

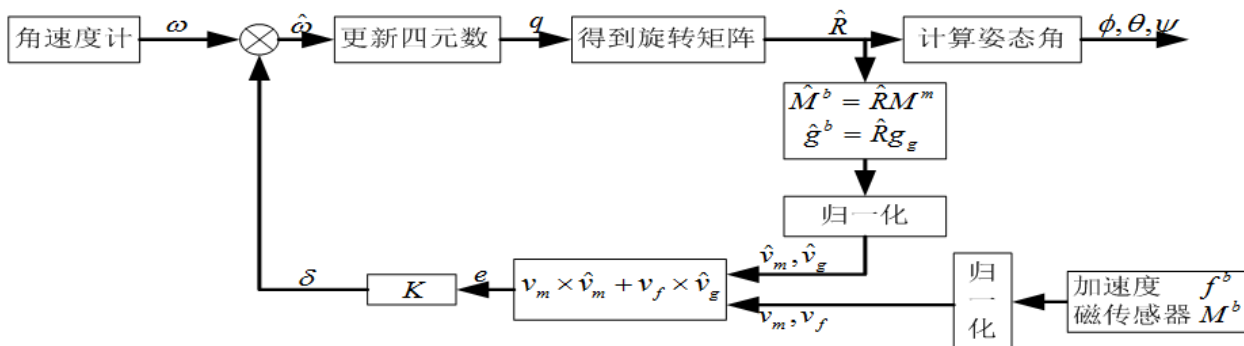


图3 基于互补滤波的四元数姿态解算结构图

例和积分, $k_p=3, k_i=0.01$ 。

分别采用静态测试和动态测试验证两种滤波方法对传感器数据的滤波效果, 并以方法一直接用未滤波的加速度和磁场强度计算姿态角作为对比; 方法二是用经过EKF滤波后的加速度和磁场强度计算姿态角; 方法三是用基于互补滤波的四元数法计算姿态角。三种方法得到的姿态角如图4和图5所示。

由图4可知, 左侧(a)组图为静态测试的三个姿态角对比图, 可以看出方法一得到的姿态角带有大量的噪声, 而方法二是经过EKF滤波后计算得到姿态角, 所以噪声减小, 滤波效果明显变好, 右侧(b)组图为旋转动态测试结果, 方法二计算得到的姿态角能够保证良好动态性能。由图5可知, 左侧(a)组图为静态测试的三个姿态角对比图, 可以看出两种方法得到姿态角噪声均比较小, 偏航角的噪声方法二略大于方法三, 右侧(b)组图为旋转动态测试结果, 方法二得到的姿态角能够保证良好动态性能时避免出现方法三中的尖峰, 由偏航角图可见, 方法二的响应要快一些。

由以上的仿真比较可知, 三种计算姿态角的方法中, 用经过EKF滤波后的加速度和磁场强度计算得到的姿态角效果最好, 但有大量的矩阵运算, 占用资源多, 处理芯片需要较高的运算能力; 用基于互补滤波的四元数法计算姿态角效果次之, 但计算量相对较小, 对处理芯片的要求降低; 效果最差的是直接用未滤波加速度和磁场强度计算姿态角, 带有大量的高频噪声。

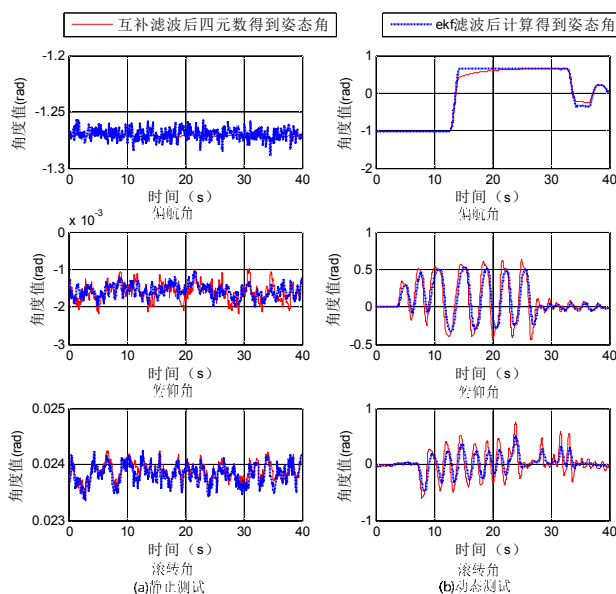


图5 方法二和方法三计算姿态角对比图

6 结论

经过仿真分析表明, 扩展卡尔曼滤波和互补滤波两种方法对姿态角的漂移和噪声都有一定的抑制作用, 扩展卡尔曼滤波的姿态解算精度高, 但存在计算量大的问题。经互补滤波后计算得到的姿态角精度次之, 计算量相对较小。

参考文献

- [1] 梁延德. 基于互补滤波器的四旋翼飞行器姿态解算[J]. 传感器与微系统, 2011, 30(11): 56-58, 61.
- [2] 丁君, 赵忠华. AHRs姿态解算中的两种滤波方法的比较研究[J]. 计算机仿真, 2013, 30(9): 60-65.
- [3] 刘建业. 导航系统理论与应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2010.
- [4] 秦永元. 惯性导航[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [5] 盛庆轩. MIMU/磁强计航姿参考系统研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2009.
- [6] 郑健. 基于9轴传感器的姿态参考系统研究与实现[D]. 成都: 电子科技大学, 2013.

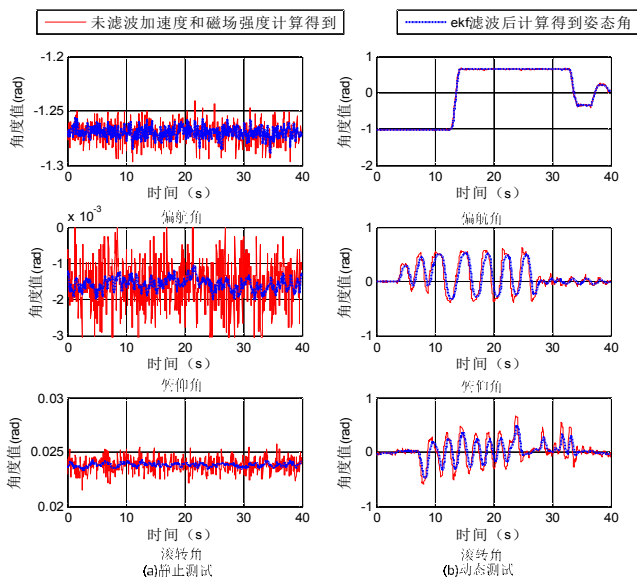


图4 方法一和方法二计算姿态角对比图