

从读懂学生典型错例到读懂学生数学学习心理

李坤 何思瑶 韩莹 张禹鑫

北京市通州区运河小学

摘要：新课程标准指出“数学教学活动必须建立在学生现有认知发展水平和已有知识经验的基础上”，强调教师在设计课堂教学时，要“读懂学生、读懂教材、读懂课堂”。其中，“读懂学生”是“读懂教材、读懂课堂”的基础，而理解学生数学学习心理又是“读懂学生”的关键，因此，对于学生数学学习活动的研究是需要建立在理解学生数学学习心理的基础上进行的。那么，在小学阶段学生的哪些数学学习活动更具备心理研究价值呢？教师们普遍认为对学生典型错例进行数学学习心理研究具有较高的研究价值，有价值的典型错例可以直接反馈出学生的学习过程、学习结果、学习障碍点等，这些都是读懂学生的关键，也是研究学生数学学习心理的绝佳素材，更是典型错例研究的价值所在。

关键词：读懂学生；数学学习心理；典型错例

【DOI】10.12252/j.issn.2096-6261.2022.03.015

引言

数学学习心理学是以学生数学学习为研究对象，以揭示学生数学学习的性质、特点、过程和规律为主要目标的。它不是心理学理论在数学教育中的简单应用，而是以数学学习活动为研究对象，研究数学学习所特有的心理规律。与教育心理学研究相比，数学学习心理学研究的深度更具有“数学”学科特征；与普通心理学研究相比，数学学习心理学更倾向于从教育的视角而非实验的视角开展研究。

数学学习的心理过程，不仅是一个认知过程，而且是情感、态度、价值观共同发展的过程，是体现学生个性化学习的过程，是实现学生人格健全发展的过程，对学生数学学习心理的研究，已经影响到数学教育及其研究的深度、广度，并直接制约着数学教育的效果。

因此，对于学生数学学习心理的研究是需要建立在学生真实发生过的数学学习活动的基础之上的，比如：典型错例的产生、新知识的习得、问题解决方法的获得等。在本文中，主要分析的内容是从读懂学生典型错例中读懂学生数学学习心理。为什么要选择从典型错例中研究学生数学学习心理？典型错例中该如何研究学生数学学习心理？研究中的发现又会给教师带来哪些启示呢？这三方面问题是本文重点阐述内容。

一、典型错例中数学学习心理研究更具备“数学”学科特征

瑞士著名发展心理学家皮亚杰对孩子是如何犯错误的思维过程进行了长期的探索，他发现分析一个儿童对某问题的不正确回答比分析正确回答更具有启发性。在皮亚杰看来，学习并不是个体获得越来越多外部信息的过程，而是学到越来越多有关他们认识事物的程序，即建构了新的认知图式，而且这种新的图式是创造性的，它在性质上也不同于原来的图式。因此，皮亚杰认为学

习是一个不断犯错误的过程，同时又是一个不断通过反复思考招致错误并逐渐消除错误的过程。然而，要消除这种错误，需要学生有进行推理的认知能力，这些推理能力不是通过记住别人所给的答案而发生的，而是通过学生自我调节过程而产生的。

建构主义反对关于错误的复现会造成负强化的见解，认为错误对学习具有重要意义。他们认为，传统的学习思想要求把学习任务精确分解，由低到高进行教授，以保证学习者在学习过程中循序渐进而不犯错误，这种观点是不现实的。学生在学习过程中是可以出现错误的。出现错误和对错误进行反省是学生有效学习和理想发展途径中不可缺少的一部分。

从皮亚杰认知发展理论和建构主义思想的角度来看，学生典型错例的产生是建立在丰富的学生数学学习活动基础之上的，是学生个性化发展的产物，是学生数学学习心理活动的一般过程。这些表现都直接说明了学生在数学学习活动中产生的典型错例不仅具备数学学习心理研究价值的，还丰富了相应的“数学”学科特征。

二、读懂学生典型错例才能读懂学生数学学习心理

学生学习数学的过程实际上是一个数学认知的过程，在这个过程中，学生在教师的指导下把课程教材知识结构转化成自己的数学认知结构。所谓认知结构，就是学生将头脑里的数学知识按照自己的理解深度、广度，结合自己的感觉、知觉、记忆、思维联想等认知特点，在学生头脑中形成的一个具有内部规律的整体结构。简单的讲，数学认知结构就是数学知识与学生心理结构相互作用的产物，读懂学生在数学学习活动中产生的典型错例才能读懂学生数学学习心理。

如在五年级上册平行四边形、梯形和三角形单元教学中有这样一道题：一个平行四边形，它的底是8cm和10cm，高是4cm和5cm，请你选择适当的底和高计算平行

四边的面积，并说明你选择的理由。生1： $8 \times 5 = 40$ （平方厘米）或 $10 \times 4 = 40$ （平方厘米），两组底和高求的是同一个平行四边形的面积， $8 \times 5 = 10 \times 4$ ，所以8和5是对应的底和高，10和4是对应的底和高，都可以求出平行四边形的面积；生2： $8 \times 5 = 40$ （平方厘米）或 $10 \times 4 = 40$ （平方厘米），在同一个平行四边形中，长的底对应短的高，短的底对应长的高，所以10和4是对应的底和高，8和5是对应的底和高，都可以求出平行四边形的面积；生3： $8 \times 5 = 40$ （平方厘米），8和5是对应的底和高，可以求出平行四边形面积；生4： $10 \times 4 = 40$ （平方厘米），平行四边形面积=底 \times 高；生5： $8 \times 4 = 32$ （平方厘米），平行四边形的面积等于底乘高，所以8和4相乘就是平行四边形的面积；生6： $10 \times 5 = 50$ （平方厘米），平行四边形的面积等于底乘高，所以10和5相乘就是平行四边形的面积；生7： $8 \times 10 = 80$ （平方厘米），平行四边形面积=底 \times 高；生8： $4 \times 5 = 20$ （平方厘米）；

学生解决问题的情况大致可分为四类，具体统计情况如下表：

学生	生1和生2	生3和生4	生5和生6	生7和生8
人数	5	28	14	2
百分比	10.2%	57.1%	28.6%	4.1%

一道简单的平行四边形面积计算问题，学生的正确率只有百分之十，也有可能“不到”百分之十，为什么说还有可能“不到”百分之十呢？一起看一看第一类中的生1和生2解决问题的过程，在计算上，生1和生2都是正确的，不存在任何问题，但是在分析理由中，生1认为两组底和高求的是同一个平行四边形的面积， $8 \times 5 = 10 \times 4$ ，所以8和5是对应的底和高，10和4是对应的底和高，侧重于强调通过面积相同去找平行四边形中对应的底和高；生2认为在同一个平行四边形中，长的底对应短的高，短的底对应长的高，所以10和4是对应的底和高，8和5是对应的底和高，侧重于强调通过平行四边形特征去找对应的底和高。这两种做法都是正确的，但是如果站在图形与几何领域，从学生空间观念发展的角度来看，生2对平行四边形的特征认识更加深刻，更能促进这一方面核心素养的发展，也更接近问题设计的初衷。这样看来这个正确率可能真的“不到”百分之十。

相对于正确的案例，我们会更加关心百分之九十同学到底错在哪里？第二类中的生3和生4虽然都写出了正确的计算过程，但是在说理方面并没有给出比较准确的找到对应底和高的理由，出现这种情况主要包括两方面原因：一是学生对平行四边形中底和高对应关系认识比较模糊，无法运用数学语言准确表达判断对应的方

法；二是学生在找对应底和高的过程中存在着“赌”和“猜”的成分，并没有运用正确的方法去解决问题，这两点原因都说明了学生对于平行四边形中底和高对应关系的学习存在一定问题；第三类中的生5和生6只是简单的知道平行四边形的面积是底乘高，并没有认识到底和高是相互对应的，只是随意的选择了底和高的数据进行计算，这说明学生对于平行四边形中底和高对应关系的学习存在严重问题；第四类中的生7和生8属于个别案例，这类学生对于平行四边形底、高等相关知识的学习存在明显误区，需要教师重新进行系统的指导学习。

综合以上错因可以看出，学生的问题主要集中在“如何正确的找出平行四边形对应的底和高”。此时，作为老师，也想一想，学生找不到对应的底和高，真的是学生的“错”吗？

显然，这种大面积、五花八门的错误并不是学生的“错”，而是一场教师“导演”的教学“事故”。作为这场“事故”的“导演”，大致有了以下三点反思：一是在平行四边形特征教学中，过于执着引导学生发现边的特点，将学生自主探究方向集中在了“两组”“对边”“平行”“相等”这些关键词，而忽略了对“平行四边形相邻边可能一大一小，也可能相等”这一“普通”发现的肯定，最终让学生获得了一个不完整的平行四边形边的研究结果；二是在平行四边形高的教学中，将教学重点放在了画高和作图两个方面，对于高和底的对应关系，只是从图上进行了简单的演示，并没有深入让学生去自主探究平行四边形中两组底和高的关联，即“长底对应短高，短底对应长高”，这一部分内容的简化，直接导致学生对平行四边形特征的认识出现了误区；三是在平行四边形面积教学中，只关注了学生对于平行四边形面积推导与计算的学习，而没有关注到其中对于平行四边形特征的进一步研究，也就是没有开展对“平行四边形不同的底为什么都可以求出平行四边形面积”的研究，这部分研究内容的缺失，致使学生错过了纠正平行四边形特征认识误区的机会。这三点反思也诠释了为什么《2022版数学课程标准》要将图形的认识与测量进行整合，即图形的认识和测量都是基于图形特征开展的学习。

从上述典型错例的分析与研究中，不仅可以认识到学生数学学习的知识结构，还能理解学生数学学习的心理结构，并从知识与心理结构整合的角度提出了解决问题的策略，凸显了数学学习心理研究的“数学”学科特征。正如美国教育家杜威曾说过：“失败是有教导性的，真正懂得思考的人，从失败和成功中学到的一样多。”由此可见，开展典型错例研究是十分有价值的，它不仅带来了不一样的价值认知，也让教师从另一面读

懂了孩子的数学学习心理。

三、典型错例中数学学习心理认知改变了教师观念

典型错例研究让教师从另一面读懂了学生的数学学习心理，也让教师对教学产生了更多新的思考，原有单一的、以教师为中心的教学观念转变为素养导向下多元化的、以学生为中心的教学观念。这种转变并不是某一种情况的单一变化，而是围绕学生数学学习心理研究的群体变化，这种群体变化可以大致概括为五个方面。

（一）从遇见问题转变为预见问题

在原有教学模式中，教师一般会借助课后作业检测学生学习情况，并从中发现学生学习后出现的问题，也就是教师常用的“遇坑填坑”的教学模式，这种教学模式中教师和学生就像在黑夜中行走一样，掉进一个坑里面，爬上来，继续前行，再掉进去，爬上来，再前行，始终走不出黑夜的尽头，教师和学生会变得十分疲惫，对数学失去兴趣。而典型错例的研究恰恰改变了这个现状，教师通过测试、访谈、分析等获得大量学生数学学习中的数据，基于数据研究可以提前“预见”学生出现的真实问题，以真实问题为研究对象开展教学研究，进而形成具有前瞻性的教学模式。新的教学模式让学生不再“摸黑”学习，有了更好的学习体验，对数学学习充满了期待。

（二）从教师思维转变为儿童思维

在思考时，教师习惯了以自己的思维去思考学生出现的问题，以教师主观认知代替学生现有认知。为什么会出现这种情况呢？主要原因是教师看不到学生的思维，不了解学生的思维，没有对学生思维的认知，这种情况下，教师思维占据了主导地位，学生思维被忽略，学生渐渐偏离教学中心。而典型错例研究可以为教师提供最直观的学生思维链，了解它，分析它，应用它，让学生思维重新走进教师的视野，学生回归教学主体地位，这才是教学本来的样子。

（三）从知识设计转变为需求设计

传统教学中，教师一般以书本为中心，以满足学生快速掌握知识为目的，以获得高正确率为终结目标进行课堂教学设计，这种以知识本位为核心的教学设计在很大程度上忽略了学生对数学学习的需求，学生在学习中并没有体会到数学的价值，只会感觉自己是一只“任人摆布”的提线木偶，是学习的机器，对数学不会获得太高的兴趣感。而典型错例研究的一个重要方向就是发现学生在数学学习中的需求是什么？只有了解学生的需求，围绕学生需求展开思考，才能探究出符合学生认知发展水平、利于课堂教学有效实施、贴近学生生活水平认知的课堂教学设计。

（四）从分数评价转变为思维评价

对于学生评价的实践，大多数教师都停留在分数评价阶段，用成绩给学生划界线，用对错判断学生是否掌握某些知识，这种结果性评价忽略了学生的数学学习过程，更忽略了评价学生思维的重要性，所以，这样的评价不能客观的评价出学生的真实学习情况。而在典型错例研究中，教师侧重于研究基于学生思维水平发展的过程性评价。从前测分析，到学生访谈，再到课后测评，实现了全过程学生思维变化分析。在整个过程中，教师注重评价学生思维的变化，看重学生的成长过程，弱化对好成绩、优异结果的追捧。力求通过思维评价激发学生数学学习兴趣，让每个学生获得良好的数学学习体验感。

（五）从过往教学转变为发展教学

在数学教学中，经验的传承是十分重要的，但是，经验并不是一成不变的，它是一代又一代数学人思考的结晶，是在积累与改变中发展起来的。在典型错例研究中，教师一方面要从过往教学中发现问题、寻找已经具有实践基础的教学方法，另一方面要站在学生思维的肩膀上探究问题，提升教学方法的实效性，获得新的发展。典型错例研究和数学教学这条历史长河可能都是这样的：在不断积累和改变中，获得新的经验、激发新的魅力、提升新的价值。

围绕典型错例展开的学生数学学习心理研究才刚刚开始，研究过程中是存在诸多谜团的，这些谜团既是疑惑也是动力。当教师一步一步解开这些谜团时，不只是简单的消除了内心的疑惑，更是渐渐的走进了学生的数学学习心理，体会到典型错例研究的价值。

参考文献

[1] 孔凡哲.《数学学习心理学》[M].北京:北京大学出版社,2021.

[2] 张春莉,吴正宪.《读懂中小学生学习心理.错例分析》[M].北京:北京师范大学出版社,2015.

作者简介:李坤,男,1989.3.5,汉族,北京通州,一级教师,大学本科,研究方向:小学数学单元教学、作业设计。

何思瑶,女,1993.10,汉族,北京市通州区,二级教师,本科,研究方向:小学数学教学、评价等教学研究。

韩莹,女,1990.6,汉族,北京市通州区,二级教师,本科,研究方向:小学数学。

张禹鑫,女,1996.9,汉族,北京通州,二级教师,大学本科,研究方向:小学数学单元教学、作业设计。